This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Informazioni su questo libro

Si tratta della copia digitale di un libro che per generazioni è stato conservata negli scaffali di una biblioteca prima di essere digitalizzato da Google nell'ambito del progetto volto a rendere disponibili online i libri di tutto il mondo.

Ha sopravvissuto abbastanza per non essere più protetto dai diritti di copyright e diventare di pubblico dominio. Un libro di pubblico dominio è un libro che non è mai stato protetto dal copyright o i cui termini legali di copyright sono scaduti. La classificazione di un libro come di pubblico dominio può variare da paese a paese. I libri di pubblico dominio sono l'anello di congiunzione con il passato, rappresentano un patrimonio storico, culturale e di conoscenza spesso difficile da scoprire.

Commenti, note e altre annotazioni a margine presenti nel volume originale compariranno in questo file, come testimonianza del lungo viaggio percorso dal libro, dall'editore originale alla biblioteca, per giungere fino a te.

Linee guide per l'utilizzo

Google è orgoglioso di essere il partner delle biblioteche per digitalizzare i materiali di pubblico dominio e renderli universalmente disponibili. I libri di pubblico dominio appartengono al pubblico e noi ne siamo solamente i custodi. Tuttavia questo lavoro è oneroso, pertanto, per poter continuare ad offrire questo servizio abbiamo preso alcune iniziative per impedire l'utilizzo illecito da parte di soggetti commerciali, compresa l'imposizione di restrizioni sull'invio di query automatizzate.

Inoltre ti chiediamo di:

+ *Non fare un uso commerciale di questi file* Abbiamo concepito Google Ricerca Libri per l'uso da parte dei singoli utenti privati e ti chiediamo di utilizzare questi file per uso personale e non a fini commerciali.

+ *Non inviare query automatizzate* Non inviare a Google query automatizzate di alcun tipo. Se stai effettuando delle ricerche nel campo della traduzione automatica, del riconoscimento ottico dei caratteri (OCR) o in altri campi dove necessiti di utilizzare grandi quantità di testo, ti invitiamo a contattarci. Incoraggiamo l'uso dei materiali di pubblico dominio per questi scopi e potremmo esserti di aiuto.

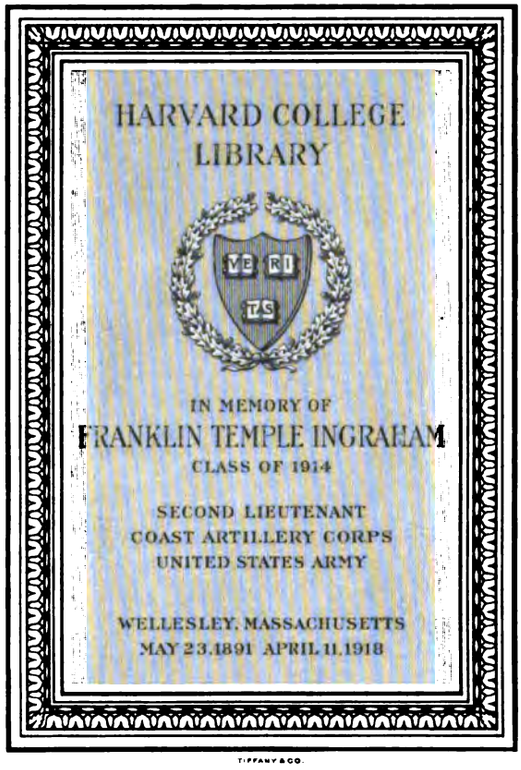
+ *Conserva la filigrana* La "filigrana" (watermark) di Google che compare in ciascun file è essenziale per informare gli utenti su questo progetto e aiutarli a trovare materiali aggiuntivi tramite Google Ricerca Libri. Non rimuoverla.

+ *Fanne un uso legale* Indipendentemente dall'utilizzo che ne farai, ricordati che è tua responsabilità accertati di farne un uso legale. Non dare per scontato che, poiché un libro è di pubblico dominio per gli utenti degli Stati Uniti, sia di pubblico dominio anche per gli utenti di altri paesi. I criteri che stabiliscono se un libro è protetto da copyright variano da Paese a Paese e non possiamo offrire indicazioni se un determinato uso del libro è consentito. Non dare per scontato che poiché un libro compare in Google Ricerca Libri ciò significhi che può essere utilizzato in qualsiasi modo e in qualsiasi Paese del mondo. Le sanzioni per le violazioni del copyright possono essere molto severe.

Informazioni su Google Ricerca Libri

La missione di Google è organizzare le informazioni a livello mondiale e renderle universalmente accessibili e fruibili. Google Ricerca Libri aiuta i lettori a scoprire i libri di tutto il mondo e consente ad autori ed editori di raggiungere un pubblico più ampio. Puoi effettuare una ricerca sul Web nell'intero testo di questo libro da `http://books.google.com`

LSoc2542.8


HARVARD COLLEGE
LIBRARY
VE RI
TAS
IN MEMORY OF
FRANKLIN TEMPLE INGRAHAM
CLASS OF 1914
SECOND LIEUTENANT
COAST ARTILLERY CORPS
UNITED STATES ARMY
WELLESLEY, MASSACHUSETTS
MAY 23.1891 APRIL 11.1918
TIFFANY & CO.

6161

ATTI
DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA DE'NUOVI LINCEI

24

ATTI
DELL' ACCADEMIA PONTIFICIA DE' NUOVI LINCEI

PUBBLICATI

CONFORME ALLA DECISIONE ACCADEMICA

del 22 *dicembre* 1850

E COMPILATI DAL SEGRETARIO

TOMO XXIV. - ANNO XXIV.

(1871)

ROMA
TIPOGRAFIA DELLE SCIENZE MATEMATICHE E FISICHE
Via Lata N° 211. A.

1871

LSoc2542.8

HARVARD COLLEGE LIBRARY
INGRAHAM FUND
Oct 16, 1928
(24-77)

ATTI
DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA DE' NUOVI LINCEI

SESSIONE I.ª DEL 5 MARZO 1871

PRESIDENZA DI SUA EMA RMA IL CARDINALE FILIPPO DE ANGELIS

PROTETTORE DELL'ACCADEMIA E CAMERLENGO DI S. R. C. ec. ec. ec.

E DEL COMM.re PROF. BENEDETTO VIALE PRELA' PRESIDENTE ORDINARIO

DELLA MEDESIMA.

MEMORIE E COMUNICAZIONI
DEI SOCI ORDINARI E DEI CORRISPONDENTI

Progresso delle cognizioni solari ottenuto in occasione dell'Ecclisse Solare del 22 *Dicembre* 1870. Memoria del P. Angelo Secchi.

L'Ecclisse del 22 Dicembre era ansiosamente aspettato dagli astronomi per completare molte osservazioni anteriori imperfette, e per verificare un gran numero di conseguenze e d'ipotesi fondate sulle osservazioni fatte coi nuovi metodi spettroscopici. Se la vicinanza de'siti, la loro classica memoria, l'ospitalità de'cittadini, e tanti altri incentivi invitavano gli astronomi e gli amatori dei grandiosi spettacoli della natura a portarsi sotto la zona privilegiata, l'incertezza della stagione in cui avveniva il fenomeno, cioè nel cuor dell'inverno, grandemente preoccupava le menti, e se non fosse stata la speranza che in regioni così meridionali come la Sicilia, la Spagna e l'Africa vi era molta speranza di tempo favorevole, pochi si sarebbero arrischiati a tal viaggio, colla grande probabilità di un completo insuccesso. La vinse però l'amore della scienza, e numerose oltremodo furono le commissioni scientifiche; una Inglese di oltre a 40 membri divisi in 4 sezioni, una che andò ad Orano (capo Huggins), un'altra in Ispagna (capo Perry), due sezioni in Sicilia (Lockyer, Adams, ecc.), un'altra a Gibilterra (Parsons, ecc.). Una commissione americana suddivisa in due, una in Ispagna presso Xeres (Langley–Winlock, ecc.),

un'altra a Siracusa (Harkness, Hall, ecc.), un'altra a Catania (Pierce, Peters, ecc.) Due italiane, una ad Augusta, l'altra a Terranova coi principali direttori degli Osservatorii italiani, per tacere di molte altre spedizioni di volontarii e dilettanti, venuti colà da diverse parti. Una Austriaca andò a Tunisi. La francese del coraggioso Sig. Janssen che uscito da Parigi in pallone volante coi suoi strumenti e a gran rischio, si recò ad Algeri, ma inutilmente, che fu impèdito anche là dalle nubi; e varii privati, tra quali meritano menzione vari Professori e Signori, che col Signor Da Schio salivano l'Etna; il P. Serpieri, e il Cap. Buffa, che si stabilirono presso Capo dell'Armi dell'estrema Calabria, ec. ec.

Sfortunatamente il tristo augurio del tempo si verificò in gran parte, ma pure non in tutto, e quel tanto che se ne è raccolto è già tale, da non far rimpiangere gli stenti e le spese incontrate, tanto più che non pochi anni dovranno passare finchè una simile propizia occasione ritorni a presentarsi in Europa.

Io non vi starò quì ad esporre per minuto nè le stazioni degli osservatori, nè il loro numero, nè gli strumenti, che pur varrebbe la pena, giacchè si tratta di macchine talor colossali trasportate con grandi fatiche, e capaci di figurare in prima linea in grandi osservatorii, e altre di esse d'invenzione nuova ed affatto creata per la circostanza. Ad Augusta io avea portato il cannocchiale di Cauchoix di 6 pollici, mosso da macchina rotatoria; eranvene 2 altri di 4 pollici. Il Sig. Donati avea un equatoriale costruito apposta per la spettroscopia. Gli Americani in Spagna aveano due equatoriali di 8 pollici e due di 6 con un apparato fotografico di 10^m di foco, posto orizzontalmente, e regolato con eliostato. Il Sig. Brett avea un riflettore di 8 pollici. I polariscopii, gli spettroscopii e i telescopii poi di ogni descrizione erano tanti, che in altri tempi sarebbesi detto che si rinnovava un assalto al cielo nella terra stessa, ove i poeti già ne favoleggiarono un primo.

Io di tutto questo non parlerò, tanto più che le relazioni non sono ancora state tutte pubblicate, e forse non ancor fatte. Dal canto mio poi non potrei qui farvi alcun rapporto, perchè esiste una convenzione tra i membri della commissione di non pubblicare rapporti formali sulle proprie osservazioni, prima che siano pubblicati officialmente. Mi limiterò pertanto ad esporre le conclusioni a cui si è giunto mediante le nuove osservazioni, per levare i tanti dubbi che offuscavano le nostre menti, attingendo soltanto dalle fonti finora pubbliche o da semplici conversazioni le mie informazioni. Ben inteso che queste notizie sono ancora incomplete, non avendo potuto ragranellare che alcune delle molte informazioni che speriamo di avere col tempo.

Comincierò adunque dalla *Corona*.

Questa bella gloria di cui appare cinta la Luna, presentò in Sicilia e altrove quest'anno un aspetto alquanto diverso dai precedenti. L'anello argenteo e brillante che cinge la Luna all' orlo non apparve dappertutto continuato, come è solito, ma quasi interrotto (Serpieri Buffa, ecc.). La corona ad alcuni si presentò piuttosto come una moltitudine di raggi disposti quà e là senza comune legame alla base, anzichè un aureola continua da cui sporgessero vari fasci luminosi più lunghi. Non è però che mancasse assolutamente quest'anello continuo, esso fu veduto bene a Villasmundo dal Sig. Reynard, a Xeres dal Sig. Langley, a Catania da Pierce, a Terranova dalla Commissione italiana, e ad Augusta dall'altra benchè quì fra le nubi. Ma certamente questa zona alla base non era quella che più attraeva l'attenzione, e dai rapporti risultò più debole di altre volte. Una ragione di ciò è certamente la condizione del Sole al momento dell'osservazione, che non avea altezza maggiore di 20 in 25 gradi secondo i siti, e la debole luce di questa aureola dovea perciò essere grandemente indebolita. Di più anche colà dove non eravi nube visibile non si è mancato di notare un certo velo in cielo, prodotto dal condensamento de'vapori, come ben lo notano gli Americani a Xeres (1). L'assorbimento atmosferico è così forte in questa altezza, che noi a cielo sereno dovemmo allungare del quadruplo il tempo delle fotografie per averle eguali a quelle ottenute in Roma nel Settembre. Da questo può giudicarsi quel che dovea essere in tempo torbido, e in circostanze in cui il cielo pareva limpido, ma realmente non lo era. La diminuzione di temperatura che nasce nell'aria all'occultarsi del Sole è tale, che nell'estate passa senza generar nebbia, essendo allora l'aria lontana dalla sua saturazione, ma nell'inverno ciò è indispensabile, specialmente in tempo burrascoso, e pur troppo lo toccammo con mano.

Non fa dunque specie che l'aureola continua apparisse men viva. Aggiungasi che si vide interrotta specialmente nelle zone vicine al limite della totalità, come dal P. Serpieri presso a Reggio in Calabria a Capo dell'Armi, e nelle posizioni tra Messina e Catania, ove l'occultazione era assai eccentrica.

Ma quello che dà seriamente a riflettere è la grande diversità de' gruppi di raggi osservati. Alcuni hanno veduti due gruppi o fasci diametralmente opposti. Altri quattro, altri otto, altri la vide quasi senza raggi, come me ne assicurarono i prof. Seguenza e Costa a Messina. Varii ufficiali inglesi a bordo de'diversi bastimenti da guerra ancorati presso Catania per salvatag-

(1) *Nature*, pag. 229, col. 1, lin. 25. Questo è finora il giornale più ricco di notizie.

gio della bella, ma sfortunata *Psiche*, naufragata ivi vicino, fecero disegni tanto diversi l'uno dall'altro, ch' erano appena riconoscibili. Come conciliar queste apparenze?

Fino dal 1860 io avvertiva che non potevasi a meno di riconoscere nella corona oltre l'elemento dovuto al Sole, un elemento atmosferico terrestre, e il color rosato che fu veduto questa volta da molti tingere la corona stessa, (Taranto e Ingo a Caltagirone: relaz. p. 12; Pierce a Catania, *Nature*, pag. 222, col. 2ª), mostra che qualche luce proveniva dalle prominenze rosate che illuminavano la nostra atmosfera. Il P. Perry a Xeres vide le strie dell'idrogeno perfino sulla luna e perciò non vi è dubbio che quella era luce delle protuberanze diffusa dal velo leggero che ingombrava l' atmosfera. Un altro elemento pure ora viene invocato senza difficoltà, cioè l'influenza dell'organo visivo di ciascheduno, talchè come ognuno vede le stelle fornite di gruppi di raggi diversi, così anche qui accada lo stesso (Lockyer, Raynard).

La fotografia sola potea risolvere almeno in parte questa controversia, ma essa a noi fu invidiata da una trista nube, che ci coprì il Sole nella maggior parte della totalità. Io non so ancora qual sia la forma che è stata fissata in Ispagna che riuscì ad ottenersi dalla Commissione Americana per opera del Sig. Willard. Quella che fu presa a Siracusa dal Sig. Brothers mostra tre fasci separati dal lato di levante, e un'aureola continuata assai estesa da quello di ponente, e si accosta molto alla forma da me veduta in Ispagna, ma differisce assai dai disegni veduti finora. La Commissione Inglese e Americana in Catania ebbero la medesima trista sorte di noi. I più però convengono in 4 gruppi di raggi principali che corrisponderebbero alle regioni delle macchie e delle facole, e altri in due grandi fasci soltanto. Una specie di raggio nero, od ombra che interrompeva obliquamente l' anello luminoso, fu veduto dal Sig. Langley in Ispagna. La corona disegnata dal Sig. Tacchini è anch'essa formata di raggi isolati assai numerosi.

Una delle ricerche da fare era di vedere se i raggi della Corona coincidevano colle protuberanze, ora questo è stato studiato. Il P. Serpieri nella prima metà dell' ecclisse totale notò che non coincidevano, ma poi vide coincidere quelli dall'altra parte del disco e dall'altra metà del contorno. Onde resta provato che non tutti i fasci sono coincidenti colle protuberanze. Molti altri asseriscono per contrario la coincidenza assoluta, ma le circostanze dettagliate dell'osservazione del P. Serpieri ci sembrano meritare peso speciale.

La Corona avrebbe presentato un'apparenza curiosa al Sig. Watson in Ispagna, che crede aver veduta una porzione de'raggi staccata e volar via come

un velo (1). La cosa non è di assoluta impossibilità; ma potrebbe essere una illusione nata da qualche vicina nube o atmosferica o cosmica, e prima di riceverla come fatto reale di una porzione di atmosfera solare volante, noi dobbiamo averne altre prove. Queste nubi cosmiche, ora non sono più una semplice ipotesi, sono un fatto positivo a cui dobbiamo le stelle cadenti, onde non è impossibile che certe strane appendici osservate anticamente nelle corone fossero dovute a tali nubi, ma finora sarebbe prematuro vedere in queste appendici una conferma delle teorie, che credono essere la Corona formata dalla materia del Sole attenuata, e in uno stato di dispersione continua come accade alle code delle comete. Secondo questo dotto ed il Sig. Norton, il Sole lancerebbe le parti della sua atmosfera lungi da sè in quel modo stesso che la forza solare sembra repellere i getti delle comete. Noi dobbiamo registrare queste idee perchè sono frutto di profondi studi, e possono un giorno divenire feconde, ma per ora dobbiamo stare colla massima riserva.

Più avanzati siamo nell'analisi spettrale della Corona. In essa è stata assicurata ormai per la seconda volta la presenza di una riga lucida assai viva che sarebbe vicinissima e forse identica alla 1474 di K., e questa si è potuta tracciare nello spazio circostante fino all'enorme distanza di 8′ dal P. Perry, a 10′ dal Sig. Harkness, fino a 20′ dal Sig. Winlock. Il Sig. Harkness ne vide due altre meno refrangibili, colla giunta di uno spettro idrogenico visibile fino a 10′ di distanza. Il P. Denza ad Augusta con uno spettrometro da me combinato per aver gran luce, ne vide certamente una seconda al confine che sta tra il verde e il giallo, e che non dista molto da quella dell'Aurora Boreale. Ma per la brevità del tempo non potè fissarne la posizione, giacchè coprirsi il Sole dalla Luna, e correrví sopra una negra nube che tutto oscurò, fu per noi tutt'uno, e solo in fine ci lasciò fruire per pochi secondi dello spettacolo. Nell'affidare al P. Denza questa osservazione il mio scopo era stato piuttosto di raccoglier molta luce per vedere *quante* righe fossero visibili, che fissare *quali* fossero.

Era io stato ammaestrato pochi giorni prima dall'Aurora Boreale. Da essa appresi che per veder bene spettri sì deboli come quelli di tali luci diffuse, si esige piccolo ingrandimento e gran condensazione. Quindi fissai nel foco di un cercatore di Dollond di grande apertura e lente sottilissima, un piccolo spettroscopio tascabile di Hoffmann con fessura piuttosto larga, e tolsi affatto il piccolo telescopio che amplificando diminuiva troppo la luce. Fu con tal mezzo

(1) *Am. Journal*, Febr. 1871.

che con soddisfazione ho sentito dal dotto Padre annunziata la presenza di due righe invece di una communemente veduta cogli strumenti più grandi, ma che proporzionalmente indeboliscono più la luce.

Se la stria principale fosse la 1474 di K. essa sarebbe del ferro, ma vi sono forti ragioni che fanno dubitarne, onde non si sa precisamente a che sostanza essa appartenga, e questo inviluppo pare piuttosto di materia a noi ignota, ma più rara e più leggera dell'idrogeno stesso. Dico che se ne dubita perchè 1.° non è ben sicuro che essa sia la 1474 quella stessa del ferro. Il Sig. Lorenzoni la crede piuttosto la riga 1463, e una piccola differenza di refrangibilità è di grande importanza in ciò: 2.° è improbabile che sia del ferro, perchè questo vapore non si mostra che nelle regioni più basse della atmosfera solare. Altri l'ha sospettata propria di qualche gas che si *occlude* nel ferro, come l'idrogeno nel Palladio. La distanza a cui si è veduta questa riga è sì grande che a molti ha fatto sospettare un'influenza telluro-atmosferica. Forsechè l'atmosfera solare può estendersi fino all'enorme distanza di $^2/_3$ del diametro solare? Se questo fosse vero essa si estenderebbe ben lungi oltre i limiti finora sospettati, e non sarebbe più incredibile che si estendesse realmente quanto la luce zodiacale, della quale si sarebbe questa volta tracciata per tal modo la continuazione fino sul Sole.

Ma prima di ammettere tutto questo è mestieri aspettare nuove e più esatte osservazioni che confermino questi risultati, perchè abbiamo veduto come le righe dell'idrogeno sono state vedute perfino sulla luna, talchè la luce benchè proveniente da una stretta atmosfera solare può apparire lontano dal sole per una semplice diffusione nella nostra atmosfera. Se la 2ª riga fosse quella dell'Aurora Boreale, come sembra dal posto approssimato che gli si assegna, noi avremmo una ragione di più per stabilire la continuità dell'atmosfera solare colla luce zodiacale, poichè il Sig. Angstroem dice aver veduto in questa la riga dell'aurora, ma io ad onta di molte ricerche, finora nulla son riuscito a vedervi.

La luce della Corona è certameute polarizzata in un piano radiale al Sole; questo fu posto fuori di controversia da Raynard, Blaserna, Langley ed altri molti. La quantità di luce polarizzata è assai forte, e tale quale avrebbesi, dice il Sig. Blaserna nelle osservazioni ordinarie a 45° dal Sole. Tutti convengono che la polarizzazione era fortissima. La conclusione ovvia sarebbe che questa è luce riflessa, onde la Corona avrebbe luce riflessa. Ma se questa luce è riflessa, come è che non dà lo spettro solare colle righe di Fraunhofer, ma dà solo righe luminose, caratteristiche di una luce propria? Una luce propria difficilmente può credersi polarizzata, e le poche strie spettrali che for-

mano la luce della Corona la mosterebber luce propria. La difficoltà è reale, e più d'uno per risolverla senza negare il fatto della polarizzazione ha supposto che tal fenomeno sia dovuto alla nostra atmosfera; e ciò tanto più che si sono vedute tracce di luce polarizzata sul corpo oscuro della Luna stessa. Di più è singolare che questa volta siasi avuta sì forte polarizzazione, mentre le altre volte fu assai difficile l'assicurarsene. Sarebbe ciò effetto dell'aria tanto vaporosa? Il Sig. Ross non vide polarizzazione che lontano dal Sole.

Non è qui luogo da entrare nella discussione di questi dubbi; solo dirò che le due cose non sono inconciliabili. La luce della Corona è debole e può paragonarsi a quella delle nostre aurore per l'intensità. Queste luci benchè assai percepibili in grande superficie, quando si viene ad analizzarle collo spettroscopio si trovano estremamente deboli. In esse lo spettro si perde affatto se è di natura continua, a cagione della diffusione e dilatazione; e solo può vedersi bene se è monocromatico o fatto di poche righe, come accade nelle nebulose. Quindi se la Corona ha due luci, una riflessa solare di spettro diffuso, e una propria monocromatica, questa sola potrà percepirsi allo spettroscopio, e l'altra svanirà per la sua estrema debolezza.

Mi sono convinto di ciò nell' esame spettroscopico della luce nell'Aurora Boreale, che malgrado la sua non poca apparente intensità, pure la ritrovai di una straordinaria difficoltà ad analizzare, tanto che ebbi poco o niun giovamento nell' uso del cannocchiale per condensarla. Nei climi più boreali essendo più intensa la luce hanno potuto meglio di me fissarne le righe.

Così adunque l'atmosfera solare attenuatissima sarebbe formata di materia da sè luminosa, ma insieme sarebbe capace di riflettere certa luce. Che poi la regione superiore dell'armosfera solare possa avere una luce propria diversa dalla più bassa, non deve sorprendere, perchè anche qui da noi ne abbiamo un esempio. I gas che formano l'atmosfera, quando sono illuminati coll'elettricità del lampo danno uno spettro tanto diverso da quello che ci mostra nelle alte regioni l'aurora boreale, che al primo aspetto sembra non avervi rapporto alcuno, e solo con gran fatica se ne identificano alcune linee nei tubi di Geissler presso ai poli con deboli correnti.

Merita attenzione il fatto che a molti la luce della Corona è apparsa rosata. Siccome ciò pare incontrastabile si dovrebbe ascrivere tal colore alla diffusione nella *nostra* atmosfera della luce rosata delle protuberanze. E perciò fu gran danno che non si potesse fare l'osservazione sull'Etna, come il Sig. De Schio avea progettato, e io l'avea incoraggito. Ivi la rara atmosfera avrebbe dato un indizio del fino a che punto l'atmosfera nostra contribuisce alla Corona.

Ma è da avvertire che in molti siti i veli nuvolosi vestirono tinte iridate, il che potè fare illusione.

Voi vedete adunque o Colleghi che le difficoltà non sono tutte svanite, e che occorrono ancora altre ricerche. È difficile dire fino a qual punto queste difficoltà saranno tutte sciolte, ma voi vedete già quale orizzonte nuovo si è formato per questo solo accessorio solare.

Veniamo ora ai risultati ottenuti intorno all'orlo del Sole.

Qui erano tre le osservazioni da fare. 1° Fissare le protuberanze colla fotografia. 2° Confrontare le loro forme vedute a visione diretta, e nello spettroscopio. 3° Fare l'analisi spettrale dell'orlo e delle protuberanze al momento della totalità.

Delle prime due io mi era incaricato, ma la prima non riuscì che assai imperfettamente: tuttavia ottenni alcune minute impressioni sulla lastra, che proiettate con un megascopio mi servirono di base alla figura che presento.

La fotografia non ha conservato col tempo i minuti dettagli che avea mentre era fresca, probabilmente per imperfezione di lavamento o di preparato. In essa trovansi solo pochi punti visibili al microscopio, ed è ben lungi dal potersi comparare alle belle fotografie che io ebbi collo stesso strumento in Spagna. Causa di ciò fu in massima parte lo stato del cielo.

Io non saprei accusarne i preparati chimici, poichè questi ci diedero la Luna nella fase del 10° giorno in soli 5 secondi di esposizione, e la luce delle protuberanze dovea esser più forte della Luna, onde nei 5 secondi che durò l'esposizione si sarebbe dovuto avere l'impressione.

In quanto all'esame ottico delle protuberanze fui più fortunato. Fino dal mattino avendo studiato spettroscopicamente il Sole, trovai che era tutto pieno di magnifiche prominenze. Ne feci un rapido abozzo che presento, senza pretendere a finezza di esecuzione artistica.

Durante l'Ecclisse io mi era proposto di osservare le protuberanze nel cercatore annesso al gran cannocchiale di Cauchoix, e farne un disegno, ma la cura del sorvegliare le fotografie, e la nube che sopravveniva sconcertò i miei progetti talmente che appena potei prenderne una idea ben grossolana. Ogni misura mi era interdetta, perchè avrebbe fatto tremare il cercatore e il cannocchiale annesso: e quindi danneggiato le fotografie.

Il tener io l'occhio al cercatore era divenuto poi più che mai indispensabile per regolare il tempo dell'esposizione, secondo che avrei veduto rinforzare la luce al ritirarsi della nube.

Profittando dunque del cercatore, buon cannocchiale di Fraunhofer che mi avea servito in Spagna, cercai di verificare ciò che allora mi fu dato di vedere. All'avvicinarsi della totalità io stava intento all'assottigliarsi della falce col mio vetro offuscante in mano, pronto a ritirarlo immediatamente allo sparire dell'ultimo raggio. Questo sparì senza granulazioni e solo rompendosi il filetto in punte acutissime dalle montagne lunari. Levai allora subito il vetro nero, ma rividi il filetto lucido bianco abbagliante che già vidi in Spagna, e aspettava le protuberanze, ma il comparire questa luce, e il sopravvenire di una densa nube che correva a vista contro il Sole, fu un punto solo, talchè nulla potei rilevare al lembo orientale. Alla mattina però eravi stata veduta una superba protuberanza, e il Sig. Principe di Lampedusa, che era andato ad osservare presso Girgenti la vide bene pronunziata. Dopo un buon minuto la nube passò, e allora solo potei osservare una magnifica Corona di superbe protuberanze dal lato occidentale. Il lor colore era principalmente rosato, ma era ricco anche di molte altre tinte, e specialmente di giallo alle sommità.

Una verso il fondo apparente del campo era di figura di un bel mazzo di fiori, o come allora indicai di un *cavolofiore*, e questa espressione mi venne alla matita allora per la sua cima gialla.

Per quanto sia vero che oggidì collo spettroscopio possiamo in pieno Sole vedere queste prominenze, pure non è comparabile la bellezza e vivacità loro quando sono vedute direttamente con quella che si ha nel complicato prismatico strumento. La sola separazione de' colori fa che manchi quel brio e quella varietà di toni che tanto caratterizza queste fiamme. Malgrado l'ansietà delle occupazioni che avea a disimpegnare in quel momento, io non potei a meno di non ammirare questo spettacolo, e la serie non interrotta di queste fiamme che ornava l'orlo solare. Per quanto esaminassi non mi venne veduta nessuna di quelle forme arcuate che troviamo sì spesso nelle figure spettrali, e che sono tali forse perchè la dispersione separa gli elementi che ne empiono le discontinuità, ma quest'orlo era sfortunatamente quello che alla mattina era comparso più povero di tali prominenze.

All'avvicinarsi della riapparizione del Sole rividi il filetto bianco, osservato al momento della occultazione, e mi persuasi da ciò che questo inviluppo cinge tutto il Sole, e non è mero effetto di contrasto.

Riapparso appena il Sole io lasciai che il fotografo sviluppasse a suo agio le impressioni, e intanto misi lo spettroscopio, perchè voleva confrontare subito la forma delle protuberanze. La falce era ancora tenuissima, cioè erano passati al più due minuti di tempo : tutto era disposto per avere una ima-

gine ben netta delle protuberanze a fessura discretamente larga. Ma qual non fu la mia sorpresa in vedere che all'orlo lo spettro era tutto discontinuo e frastagliato da moltissime forti righe nere. Sorpreso da questo inaspettato fenomeno guardai se la fessura non fosse cospersa di polvere, ma presto riconobbi che la cosa era impossibile, e per la direzione delle righe nere che non erano longitudinali ma trasversali allo spettro, e per la molta larghezza della fessura; rimisi dunque l'orlo estremo della cuspide sulla fessura, e vidi nuovamente lo spettro interrotto. Messolo però nella parte larga della fase nessuna interruzione appariva, e solo vedevansi fioche le righe fraunhoferiane per la larghezza della fessura. Era adunque una discontinuità reale che avevo osservata all'orlo, ma sul momento arrivatami improvvisa non la compresi.

Frattanto crebbe la fase e diventò lo spettro all'orlo solare quale si vede in pieno Sole, la discontinuità restando però ancora alquanto sensibile solo alle cuspidi.

Evidentemente queste interruzioni non erano che le lacune nere che separavano le moltissime righe rovesciate dallo spettro, visibili all'orlo solare in quel momento, ma che la larghezza della fessura mia non mi lasciò ben distinguere. Confrontando però questa mia osservazione con quelle fatte dal Sig. Nobile a Terranova, e sopratutto dal Sig. Young in Ispagna, e dal Sig. Pye (1), risulta che all'orlo del Sole si presentano non solo le righe solite dell'idrogeno e di qualche altro metallo, ma una moltitudine di righe affatto inaspettata.

Quello che ha fatto su questo proposito l'osservazione più importante è stato il detto Sig. Young, che avendo usato uno spettrometro a gran forza dispersiva, merita molta fiducia, ed è stato favorito di un cielo sereno a Xeres. Il suo racconto è di troppa importanza per la teoria perchè io possa passarvi sopra leggermente, quindi vi riprodurrò le sue parole. Il Sig. Young avrebbe assistito nientemeno che al rovesciamento di tutto lo spettro, precisamente in quella regione o filetto bianco che sta tra la fotosfera e la cromosfera, verificando così facilmente la presenza di quello strato in cui rovesciandosi tutte le linee lo spettro solare esso perde le righe nere, e diviene continuo, come io avea veduto nel 1868 a Sole pieno con estrema difficoltà; osservazione che venne allora vivamente combattuta. Ecco le sue parole.

Ma la più importante osservazione spettroscopica dell'Ecclisse sembra a me l'aver accertato alla base della cromosfera, e in conseguenza nel contatto immediato colla fotosfera un sottile strato nel cui spettro trovansi ro-

(1) *Nature*, col, 1, pag. 229. 19 Genn.° 1871.

vesciate tutte le linee nere dello spettro ordinario. Appunto prima della totalità io avea diligentemente aggiustata la fessura tangenzialmente all' orlo del Sole nel luogo dove il 2.° contatto dovea aver luogo, e stava guardando il graduato illuminarsi della riga 1474 e di quella del magnesio. A mano a mano che la falce diveniva più sottile, io notai uno svanire, per dir così, di tutte le linee nere nel campo visuale, ma non era affatto preparato pel bel fenomeno che si presentò quando la luna coprì tutta la fotosfera. Allora tutto il campo fu ad un tratto ripieno di linee luminose , le quali repentinamente brillarono come lampo (SUDDENLY FLASHED INTO BRIGHTNESS) *e quindi gradatamente svanirono, finchè in meno di due secondi nulla rimase, salvo quelle due che io avea veduto da principio. Naturalmente io non posso asserire che tutte le linee lucide avessero la posizione stessa che aveano le nere dapprima, ma io ne sono sicuro, perchè notai ciò in vari gruppi, e tutto il sistema e la relativa intensità mi colpì come cosa a cui era ben familiare.*

Questa osservazione è una conferma dello spettro continuo trovato dal Secchi all'orlo del Sole, e io credo che appoggia le idee di Kirchhoff intorno alla costituzioue del Sole, e all'origine delle righe nello spettro solare. Fin quì il Sig. Young (1).

E il medesimo in una lettera diretta al Giornale *Nature* di Londra aggiunge = *che il fenomeno dal Secchi notato restò inosservato altrove certamente per la troppa luce diffusa dall' atmosfera e fu possibile vederlo in Italia per la limpidezza del suo cielo.* =

Certamente la chiarezza del cielo contribuisce assai a riconoscere queste particolarità, e le prominenze solari stesse non le ho mai meglio vedute che in Sicilia nelle limpide giornate di quel cielo ammirabilmente sereno. E credo che potrebbe molto avvantaggiarsi tale studio salendo sull'Etna ove i viaggiatori trovano un cielo oscuro e quasi nero per la scarsa diffusione di luce ivi fatta dall'atmosfera.

Che il Sig. Young non s'inganni, basta riflettere che quella zona, in cui egli vide rovesciato lo spettro, è precisamente quella stessa che sta fra la fotosfera e la cromosfera, che io notai nell' ecclisse di Spagna nel 1860 come bianca e che ho riveduto l'ultima volta in Sicilia.

Il testimonio del Sig. Young è tanto più prezioso quanto che esso non si aspettava tale risultato, benchè io nella istruzione pubblicata a stampa l'avessi preveduto : Ecco le mie parole a pag. 18 della suddetta istruzione = *Dovrà*

(1) *American Journal of science*, Febr. 1871. *Nature*, 2 febr.° 1871.

anche esaminarsi collo spettrometro se questa zona angustissima che precede lo strato roseo dia spettro continuo , com' è sembrato al P. Secchi nelle osservazioni ordinarie del Sole, ma chi se ne occuperà dovrà stare assai all'erta, perchè il fenomeno è assai fugace.

Il Sig. Young ha dunque notato il fatto, e insieme la sua fugacità.

Abbiamo adunque conquistato in questa ecclisse due cose importantissime.

1.° La verace strùttura dell'orlo solare, in cui lo spettro trovasi invertito, e vedonsi le linee dirette de' vari vapori metallici che costituiscono la fotosfera. 2.° Un campo nuovo di ricerche da farsi anche nelle ecclissi parziali coll'esame della luce delle cuspidi delle fasi, e questo campo sarebbe più esteso, se fosse confermato ciò che ha veduto il Sig. Prof. Nobile , cioè la presenza delle prominenze rosate sulla Luna stessa, e non solo all'orlo esterno. Questo fatto però non è probabilmente altro che quello osservato dal P. Perry, cioè la luce delle protuberanze diffusa dall'aria atmosferica.

L'analisi delle protuberanze, propriamente detta, è stata fatta da molti, che vi hanno trovato le solite righe dell'idrogeno; ma sulle altre non sono tutti d'accordo. Il Sig. Donati avvertì che le righe erano vivissime anche dopo attraversati 6 prismi, e che la riga gialla era più alta delle altre dell'idrogeno, il che spiega come la grande protuberanza da me osservata potesse esser coronata in giallo.

Discusso così ciò che riguarda il corpo solare veniamo ad alcuni altri fatti di secondo ordine, ma non perciò meno importanti.

Uno de'più singolari che è stato bene osservato questa volta è quello delle frangie, ovvero *ombre volanti*. Questo fenomeno già veduto altre volte, e sì ben descritto dal P. Faura presso a Celebes, fu osservato in ampia scala e da molti questa volta. Il Sig. Prof. Costa , e il Sig. Prof. Seguenza di Messina, recatisi presso Catania, mi asserirono che quando la falce fu ridotta strettissima videro scorrere su di un muro incontro molte righe parallele chiare ed oscure, della larghezza di un decimetro circa, ondulate e mobili. Lo stesso vide il Sig. Prof. Saya-Moleti. Il Sig. Cap. Buffa, le vide presso a Capo dell' Armi. Furono viste anche dal Sig. Omodei presso Augusta.

L'osservazione più singolare è quella del Sig. Marchisio, che stando presso l'orlo della zona di totalità, tanto che per lui l'Ecclisse durò appena uno o due secondi. Egli vide rapidamente venire dall'Etna l'ombra lunare e scorrere sul mare con velocità prodigiosa; l'ombra era al suo contorno listata di fasce chiare ed oscure larghe (a quanto stimò) un metro e mezzo che scorrevano avanti ad essa. Il passaggio di queste fasce fece l'impressione come se la terra girasse, e ne furono spaventati uomini ed animali.

Io credo che molto contribuì a questa importante osservazione la posizione stessa degli osservatori che stando sull'orlo della zona di totalità, dove la Luna corre quasi parallela al lembo solare, la falce sottile non è di così breve durata come altrove in cui la luna corre perpendicolarmente al detto lembo.

Queste ombre furono vedute anche fuori della zona di totalità, e produssero il curioso fenomeno di far sparire per una frazione di secondo il Sole, come se fosse ivi totale l'ecclisse, mentre non lo era. Così si spiega ciò che su questo proposito osservò presso Messina il Sig. Prof. Saya-Moleti, che vide sparire per un istante il Sole, mentre al suo posto non poteva l'ecclisse esser totale.

Il fenomeno viene descritto come consistente in dieci o dodici striscie succedentisi rapidamente, leggermente serpeggianti, e parallele tra di loro, e coll'orlo della falce solare; la larghezza delle strie è varia manifestamente secondo la distanza del fondo su cui sono riferite, onde chi le vide su di un muro vicino le vide strette, e chi su fondo lontano le vide larghe. Mi fu assicurato dai Sig. Prof. Costa e Seguenza che la figura del P. Faura, data nella mia opera sul Sole, rappresentava il fenomeno come da essi era stato veduto.

I fatti adunque sono bene accertati. Ma quale ne è la spiegazione? Sono queste frange di diffrazione, come alcuni hanno sospettato, riguardando la Luna come un corpo opaco intercettante i raggi solari? Se noi bene osserviamo la cosa non potrebbe intendersi a questo modo. Imperocchè è vero che quando un raggio luminoso rasenta un corpo opaco si hanno nell'esterno dell'ombra delle frange oscure e luminose, ma perchè queste succedano bisogna che il raggio parta realmente da un punto: se il corpo radiante ha una estensione notabile, tutto svanisce. Ora quì il radiante dietro la Luna non è un punto, ma il disco solare, che perciò non potrebbe dar le frange.

Mi parrebbe però che il principio delle interferenze potesse applicarsi anche quì ma in altro modo. Secondo me il punto radiante sarebbe la falce stessa del Sole, l'ostacolo non sarebbe da cercarsi altrove che nell'aria stessa atmosferica. Questa colle sue variazioni di densità produce delle deflessioni ne'raggi che sono abbastanza sensibili, e colà dove uno di questi cambiamenti produce una deviazione, ivi manca la luce, ed agisce realmente come un ostacolo opaco, forse lo stato dell'atmosfera tanto sturbata quel giorno, contribuì ad esaltare queste apparenze.

Ho già indicato altrove l'analogia di queste onde con quelle che presentano le stelle osservate collo spettroscopio all'orizzonte, e forse questo caso è identico in origine, e sarebbe un caso di scintillazione. La luce dell'orlo

solare essendo quasi monocromatica gialla, ne segue che i colori sono assai deboli e le frange sensibilmente chiare ed oscure.

Un altro fatto relativo ai fenomeni di interferenza sono la magnifica corona iridata che si sviluppò nelle nubi attorno al Sole. Il fenomeno delle nubi iridate non è raro, anche a Sole pieno, benchè i meteorologisti poco lo abbiano studiato; ma colori sì vivi, come quelli che si svilupparono quando il Sole era ridotto ad una tenue falce, non li ho mai veduti. Queste iridescenze sono fenomeni di interferenza del genere delle corone, ed era naturale che diminuendo il diametro della superficie raggiante sarebbero più puri e belli.

Il variare delle tinte degli oggetti all'accostarsi della totalità fu studiato dal Cap. Buffa e da alcune signore presso Reggio di Calabria, che esposero al Sole varie stoffe colorate, e una figura a colori dello spettro, ove si vide illanguidire il bleu prima di tutti, e appresso rimase lo spettro come coperto da un velo grigio. Ciò è conseguenza dell'assorbimento dell'atmosfera solare, che come si sà è giallastra.

Questo color giallastro si diffondeva tutto attorno al cono ombroso, e il Sig. Cap. Pistoia che a mia richiesta osservò il fenomeno dall'alto della cittadella d'Augusta potè vedere che l'accostarsi della totalità e il suo allontanarsi produceva come un'alba o crepuscolo di color giallo freddo. Da questa osservazione è manifesto che i riguardanti si trovano realmente immersi in questo mezzo colorato all'accostarsi della totalità. Questa volta ciò si vide meglio che in Spagna essendo l'aria nuvolosa, e il cono d'ombra lunare più stretto.

Un'altra osservazione più importante fu fatta dal Sig. Cap. Buffa, che contribuirà a conoscere con precisione gli elementi dal calcolo di questa ecclisse; questa fu la determinazione precisa del limite della zona della totalità dal lato di Nord; questa egli la fissò scaglionando diversi osservatori su vari punti a pochi chilometri l'uno dall'altro. Il risultato preciso sarà da esso pubblicato.

Le stelle che si videro furono Venere e Saturno. Venere brillò lucidissima ad Augusta, e Saturno si vide a Terranova dal Sig. Tacchini collocato all'estremità di uno de'raggi della corona più belli, che era in forma di stretta mitra.

Le osservazioni meteorologiche fatte in questa occasione furono moltissime, e tutti notarono un grande raffreddamento dell'atmosfera dopo $\frac{2}{3}$ dell'ecclisse. Allora veramente ebbe luogo la feroce burrasca sull'Etna, che lanciava grandine ed acqua gelata in viso a que'generosi che ebbero il coraggio di salire lassù i cui nomi meritano di esser conservati, ed erano i Sigg. Da Schio, Colleoni, Peters, Abbot.

Gli aghi magnetici furono osservati ad Augusta ogni 5 minuti pre-

standosi a ciò il R. P. Cultreta Teatino, e a Terranova dal Sig. Müller, e nei principali osservatorii d'Italia. Si notò una perturbazione dichiarata nella declinazione magnetica in tutta la penisola, che seguì le fasi dell'ecclisse, benchè non rigorosamente, ed è più intensa presso la zona di totalità. Però siccome l'ecclisse fu accompagnato da burrasca vi è dubbio almeno a qual delle due cause sia da attribuirsi la detta variazione. Io credo che alla burrasca fondandomi sul fatto che noi i quali stavamo dal lato sud dell' Etna avemmo curva alquanto diversa di Terranova che ne stava al Nord. Il Sig. Prof. Palmieri avea notato un fatto simile nel 1860 a Napoli. Il Sig. Müller pubblicherà i risultati ottenuti questa volta.

Noi prendemmo l'occasione di questo viaggio per determinare gli elementi magnetici ad Augusta, Palermo e Napoli, e confrontarli subito con Roma. Il P. Denza proseguirà la stessa determinazione coi nostri medesimi strumenti nell'alta Italia. Fu pure determinata la latitudine e la longitudine della nostra stazione, talchè la spedizione non sarebbe restata inutile alla scienza se anche tutto il risultato dell'ecclisse avesse fallito.

Tali sono i principali risultati ottenuti in questa spedizione, nella quale io devo dire che sono stato dappertutto accolto con speciali dimostrazioni di stima e rispetto, in modo da far comprendere quanto la scienza sia rispettata e onorata in quella classica terra. Troppo lungi mi trarrebbe il descrivere per minuto i ricevimenti e gli onori ricevuti, e mi basta aver qui accennato la mia riconoscenza verso que' coltissimi cittadini, e specialmente al mio ospite in Palermo il Sig. Cacciatore, direttore dell'Osservatorio, e al Sig. Marchese Spedalotto e il Sig. Ing. Sciuto Patti, Secretario della Gioenia di Catania, che si distinsero in prestarmi ogni gentil favore.

Esame microscopico e note critiche su un campione di fango atlantico ottennto nella spedizione del « Porcupine » nell' anno 1869. *Memoria dell' Ab.* F. C. Castracane.

Il mare nella sua imponente vastità e con le sue or tremende or placide scene se è maravigliosamente adatto ad ispirare il poeta ed il pittore, è poi inesauribile sogetto di studio e di ricerche allo scrutatore della Natura. Ma la cognizione dei fenomeni molteplici e grandiosi che svolgonsi in seno all'Oceano non solamente è un tema interessante di studio per chi prova il gusto ineffabile che deriva dalle meditazioni della Scienza, ma spesso riesce ancora della maggiore utilità al commercio, e quindi ad ogni ragione di civile consorzio. Ne addurrò ad esempio il fatto notissimo, che la navigazione, la quale può dirsi l'anello di congiunzione fra i diversi membri dell' umana famiglia, abbrevia la durata delle sue lunghe e difficili peregrinazioni dietro la conoscenza dell'andamento delle correnti marine e delle leggi dei venti percorrendo spesse volte in molto minor tempo una linea di grande circuizione, giovandosi delle correnti e dei venti periodici che gli sono favorevoli, o schermendosi dall'azione di quelli che gli sarebbero contrari. Così pure il ritrovamento di ricca miniera di carbone fossile in lontani paraggi rende possibile ed anche economica la navigazione a vapore. Non maraviglierà pertanto alcuno all'intendere che i Governi abbiano riputato utile talvolta l'impiego di alcuno dei loro vascelli a raccogliere e coordinare i diversi elementi, che concorrono a dare la più completa cognizione del mare, indicandone l'andamento delle correnti, rilevandone la velocità e le temperature, moltiplicando gli scandagli, esaminandone il materiale dei fondi diversi. Fra quelli ognuno conosce il Governo Inglese avere mantenuto sempre il primo posto nel numero di quelli che hanno avuto a cuore la scienza del mare, come che questo è il campo dove Esso dispiega la sua potenza e il suo maggior progresso.

Però alla iniziativa della Associazione Britannica per il progresso della Scienza devesi la generosa determinazione del Governo Inglese di accordare una delle navi a vapore della marina militare il « *Lightening* » nel 1868, e il « *Porcupine* » nel 1869, perchè sotto la direzione dei distintissimi naturalisti il D.r Carpenter, il sig. Gwyn Jeffreys, e il professore Wuville Thomson con i mezzi poderosi, dei quali vanno forniti quei legni, potessero nel mare scandagliare la profondità, esplorare la temperatura, analizzare le acque e i gaz che quelli potessero tenere in soluzione, raccogliendo a mezzo della draga quanto potesse

trovarsi al fondo dei più cupi abissi del mare ad attestare se e fino a qual punto vi si riscontri la vita vegetale e animale; e riportando alla luce un saggio del fango che lentissimamente và depositandosi nei più profondi recessi del mare ci desse così un'idea del modo nel quale si è formata la più grande parte della terra che ci sostiene, e che costituisce la crosta del pianeta che noi abitiamo.

Un saggio di tale deposito estratto a mezzo della draga dalla enorme profondità di due mila quattrocento trentacinque passi (fathoms) pari a quattordici mila seicento dieci piedi gentilmente inviatomi dal sig. Gwyn Jeffreys fù il gradito argomento del mio studio, del quale intendo dare al presente un succinto ragguaglio. Molteplici sarebbero le ricerche che potrebbero istituirsi intorno di quello, non solo in ordine alla sua composizione chimica, al peso specifico, alla coesione ed altro: però io non mi proposi intorno a questo altro che lo studio microscopico delle forme che in esso potessero per avventura contenersi. A tale scopo diedi principio con sottoporre al microscopio minime particelle di detto fango diluito in una goccia di acqua distillata. In mezzo a molte particelle terrose incominciai dal notare la presenza di molti di quei singolarissimi corpicciuoli, che vennero dal Professore Huxley designati con il nome di *discoliti* e *ciatoliti*, dei quali non è ancora bene accertata la natura, quantunque sia fuor d'ogni dubbio, essere forme organiche. Difatti questi si presentano sotto l'aspetto di minuti corpi rotondi formati da diversi strati concentrici costituenti cornici ad un piccolo centro chiaro. Questi vennero cimentati con acido diluito, che li disciolse al momento, e da ciò si ebbe indizio della natura calcare di quelli. Questi organismi osservati la prima volta dal professore Huxley nel 1857, furono di nuovo riscontrati dal Dottor Wallich nel 1860; ma l'importanza di quelli si accrebbe grandemente nel 1861, allorchè il sig. Sorby in una sua memoria « *On the organic origin of the called crystalloids* » *del calcare*, dimostrò l'identità di quelli con i singolari corpicciuoli ovoidali, che riscontransi costituire la quasi intera massa delle marne calcari, di maniera che, dovendosi riconoscere l'attualità della organizzazione degli elementi della creta in seno ai mari, viensi con questo a provare che noi tuttora viviamo nell'epoca cretacea.

Ma tali considerazioni, per quanto siano interessanti, sortono dal quadro dei miei studi, quindi è che mi affretto a venire a parlare delle Diatomee, che nell'importantissimo materiale che ho preso ad esame mi fu dato osservare. La prima è più interessante ricerca che nel nostro caso io doveva istituire (come accennai in altra volta) era di vedere se in quel materiale si po-

tesse rinvenire alcun indizio di esistenza di vita vegetale delle Diatomee al momento nel quale furono tratte dai più cupi recessi dell'Atlantico. Tale indizio non avrebbe potuto ottenersi da altro che dallo scorgere in alcuna delle tante forme di Diatomee qualche lieve traccia dell'endocroma, che si riconoscerebbe sotto l'aspetto di piccolissime masse giallo-verdastre o ocracee racchiuse nella cellulina costituente la Diatomea. Però tutte le diligenze usate a tale scopo non sortirono altroche un esito negativo, non avendone potuto riconoscere la minima traccia. Che se anche ne avessi potuto riscontrare alcun raro esempio, non sò se avrebbe potuto bastare a convincere che a quella enorme profondità potesse esistere la vita vegetale e specialmente quella delle Diatomee, mentre la precipua azione vitale di quelle dipende dalla luce, la quale non credo si possa ammettere che sia per estendere la sua influenza oltre i settecento piedi di profondità attraverso le acque del mare. Così, quantunque sia risultato dalle attuali ricerche, che il limite della vita animale nel mare eccede di molto la massima profondità, alla quale veniva riconosciuta dal professor Forbes in trecento passi, mentre diconsi ottenute prove evidenti di quella anche alla profondità di due mila quattro cento trenta cinque passi, dalla quale fu tratto il materiale, che vengo esaminando; rimarrebbe a determinarsi il limite al quale in seno al mare si estende la vita vegetale, il quale limite sembra fuori di alcun dubbio doversi riconoscere notevolmente meno basso di quello proprio alla vita animale.

In ordine a stabilire approssimativamente la profondità del mare, alla quale può estendersi la vita vegetale quale noi la intendiamo, e questo particolarmente in ordine alle Diatomee e alle alghe unicellulari, vogliamisi permettere di proporre un mezzo a quello conducente, e che a mio credere non mancarebbe di essere fecondo di utili insegnamenti. In altra mia Memoria ho fatto conoscere come, ad indagare le leggi biologiche delle Diatomee ed a procurare di acquistare qualche cognizione più adequata intorno a quelle, io da due anni abbia intrapreso a studiare specialmente le Diatomee che sviluppano spontanee in bicchieri di acqua dolce o marina, che coperti da lastra di vetro si tengano esposti alla luce. Non una sola volta, che io abbia sottoposto a tale prova dell'acqua naturale dolce o salsa, mi è accaduto che tale vegetazione delle Diatomee e di qualche alga unicellulare non si rendesse dopo un mese evidente. In pari tempo ho voluto istituire delle prove su di acqua marina artificiale preparata da abile chimico su di una formula la più accurata; ma quantunque lunga ne sia stata la esposizione alla luce nelle identiche condizioni delle acque naturali, questa sola rimase sterile ed infeconda.

Parvemi pertanto potere a buon diritto inferirne 1.° che gli organismi diversi e le Diatomee che sviluppano spontanee nelle acque conservate sotto l' influenza della luce non procedono *generalmente* da germi trasportativi dal vento, ma bensì devono la loro origine da germi ivi preesistenti ; 2.° che tutte le acque naturali contengono germi di Diatomee e di alcune alghe unicellulari. Poste queste considerazioni e stabiliti questi punti , ad alcuno dei distintissimi Naturalisti , che con tanta lode e zelo si adoperano nello studio della vita , che ha luogo in seno alle acque del mare , vorrei suggerire che con adatto congegno attingessero p. e. un litro di acqua marina a diverse profondità come di cento in cento metri progressivamente o meglio a minori distanze l'una dall'altra in modo da conservare marcata la profondità, alla quale ogni saggio fù attinto. In seguito ciascuno di quei campioni di acqua posti in altretanti bicchieri o simili vasi di vetro si conserveranno alla luce in una esposizione al Nord (mentre l'esperienza mi insegna che l'azione diretta del sole è nociva), e ciò per il lasso almeno di un mese, mantenendoli ognora ricoperti con lastra di vetro ad impedire la troppa evaporazione e l'introduzione troppo facile della polvere. Dopo tal tempo un attenta considerazione farà con l'ajuto del microscopio scoprire se e in quali dei diversi saggi abbia avuto luogo la produzione di Diatomee o di altri organismi vegetali, i quali ci daranno sicuro argomento che nel mare alla profondità, dalla quale quell'acqua fù attinta, esiste la vita vegetale, l'estremo limite della quale è uno dei desiderati della scienza.

Devo ora venire a parlare delle molte forme diverse di Diatomee, che fra le tante altre ho procurato determinare. E qui apppunto mi si affacciano le gravi difficoltà, che deve incontrare chiunque procede alla determinazione delle specie, che si prendono ad esame in questo ordine di esseri. Certamente converrebbe che chiunque si accinga a simile impresa conoscesse perfettamente quanto su l'argomento fù scritto da chi lo ha preceduto in tale studio. Ad eseguir questo senza parlare delle molte difficoltà e talvolta assoluta impossibilità di procurarsi delle memorie che fanno parte di giornali scientifici o atti di accademie, occorrerebbe che chiunque si accinge a simile impresa ci si fosse preparato con grave noia e jattura di tempo apprendendo il maggior numero delle lingue Europee mentre, avendosi negli scritti scientifici abbandonato disgraziatamente l'uso della lingua latina, che tanto convenientemente fu adoperata dai nostri predecessori, si rende tanto più difficile il conseguimento dello scopo, al quale tutti abbiamo da intendere che è lo scoprimento del vero, per il quale il più valido mezzo è la comunicazione vicendevole del

risultato delle eseguite ricerche ed esperienze. A tutto questo si aggiunge la dubiezza, che lascia bene spesso la frase usata nella definizione del genere e della specie, ed il troppo raro e spesso men fedele soccorso che prestano le figure che si hanno di quelle. E tutte queste ragioni possano valermi di scusa se nelli giudizi e specificazioni, che io vado a esporre, mi sarò talvolta ingannato. Bensì intendo protestare altamente, che, lungi dall'ambire la qualunque lode di avere ritrovato delle nuove forme, vorrei ben meritare della Scienza con diminuire la soverchiante inutile farragine di nomi. Che se pure dovrò indicare qualche nuova forma, che mi ha presentato una raccolta fatta in condizioni tanto nuove, e perciò la dovrò designare con un nome diverso sappiasi, che io l'ho fatto in seguito allo studio il più accurato, e che non lo feci mai altro che quando vi furono più esemplari dell'istessa forma, dei quali riprodussi l'immagine a mezzo della fotomicrografia. A tutto questo si aggiunga, che, diffidando io delle mie troppo limitate cognizioni su tale materia, profittando di gentilissimo invito avutone dal chiarissimo sig. De Brebisson di visitarlo a Falaise, nella scorsa estate volli fosse sottoposto questo mio qualunque lavoro al suo autorevole giudizio, dal quale fui affidato a renderlo di publica ragione.

Fra i generi e le specie di Diatomee ho riconosciuto o determinato le seguenti:

Coscinodiscus radiatus. Ehrbg.
Coscinodiscus lineatus. Ehrbg.
Coscinodiscus eccentricus. Ehrbg.
Coscinodiscus marginatus. Ehrbg.
Coscinodiscus Normanni. Greg.
Coscinodiscus subtilis. Ehrbg.
Coscinodiscus asteromphalos. Ehrbg.
Coscinodiscus Borealis. Bail.
Coscinodiscus ? annulatus, n. s.
Systephania aculeata. Ehrbg.
Hyalodiscus stelliger ? Bail.
Actinoptychus undulatus. Kz.
Omphalopelta versicolor. Ehrbg.
Asteromphalos Jeffreysianum, n. s.
Euodia gibba, Bail.
Euodia gibba. var. *Atlantica*.
Hemidiscus cuneiformis, Wallich.

Hemidiscus inornatus. n. s.
Surirella salina. W. Sm.
Triceratium variabile. Brigt.
Triceratium flexuosum, Grev. var. *setigera*.
Podosira ? *compressa*. T. W.
Tryblionella constricta. Greg.
Synedra Doliolus. Wallich.
Synedra levis. Ehrbg.
Synedra Brebissonii, n. s.
Navicula musca, Greg.
Navicula didyma. Ehrbg.
Pleurosigma marinum. Donkin.
Orthosira marina. W. Sm.
Rhaphoneis pretiosa. Ehrbg.
Rhaphoneis amphiceros ? Ehrbg.
Rhaphoneis rhombus ? Ehrbg.
Rhaphoneis fusus. Ehrbg.
Homeocladia filiformis ? W. Sm.
Chetoceros Wighamii. Brigt.
Bacteriastrum nodulosum. Shad.
Bacteriastrum Wallichii. Shad.
Actiniscus Sirius. Ehrbg.
Dyctiocha gracilis. Kz.
Dyctiocha epiodon. Ehrbg.
Rhizosolenia (species).
Xantidium (species).

Le *Coscinodiscee* sono le forme dominanti, e fra queste spesso presentasi il *C. lineatus*, Ehrbg, graziosa specie a granuli disposti in linee rette e parallele. Di simili dischi a linee rette parallele di granuli ve ne sono di due maniere : l' una è a granuli minuti, e il disco è terminato da una semplice linea di contorno: l'altro è a granuli il doppio più grandi ed il disco è terminato da una larga cornice doppia e ben distinta, la quale presenta nel perimetro interno diametralmente opposte due cranulazioni. Questa cornice non è infrequente ad incontrarsi distaccata dal disco, in modo da farla ritenere una parte sovraposta alla valva, come accade dell' anello del genere *Mastogloja*. Non mi è stato dato riscontrare alcuna annotazione intorno a una tale particolarità e ritenendo che i dischi a linee rette parallele di granuli minuti

sieno dei *C. linratus*. Ehrbg. il disco a grandi granuli (quantunque a buon diritto per la circostanza dell'anello sovraposto potrebbe costituire un nuovo genere) credo non andare errato ritenendo che debba almeno considerarsi come una nuova specie, che perciò designerò con il nome di *Coscinodiscus? annulatus*. n. s. *Granulis (cellulis) grandiusculis) in lineas rectas parallelas dispositis, valvis duplici annulo vel margine superposito et per binas crenulationes interius bipartito instructis.*

Osservasi ancora non di rado altro *Coscinodiscus* a granuli grandi nel mezzo e più piccoli alla periferia, nel centro disposti quasi linearmente, in linee radianti al margine. Questo poi vedesi crenulato all'esterno a guisa di piccoli archetti i quali facilmente sfuggono all'occhio di un osservatore meno attento coincidendo coll'anello di congiunzione o cingolo, e perciò rimanendo confusi dalla liuea nebbiosa e scura prodotta da quello al contorno del disco. Il riscontrare in una raccolta abondante in *Coscinodiscee* numerosi esemplari distinti dai sopradetti caratteri e dalla crenulazione del margiue, la quale particolarità non riscontrasi in alcuna altra specie conosciuta credo che mi dia diritto a considerarla come nuova e ben distinta specie, la quale per designarla con la sua più singolare caratteristica mi si permetterà di distinguerla con il nome di *Coscinodiscus crenulatus*. n. s.

Mediocris: punctulis (vel cellulis) ad marginem parvis medio grandiusculis in lineas subradiantes dispositis, et crenulationes ad marginem designantibus.

Fra le Diatomee disciformi del fango dell' Atlantico certamente una delle forme più belle e più interessànti è un *Asteromphalos*, la quale però come accade in quel genere non è frequente ad incontrarsi. Darò principio dal dire che non posso convenire nel modo di vedere di Greville, il quale credette poter riunire questa forma al genere *Asterolampra* appoggiato all'argomento che quando un individuo di questo ultimo genere si supponga che abbia un raggio molto più ristretto che gli altri, l'*Asterolampra* non distinguesi più dall'*Asteromphalos*. Nè vale a mio parere il dire che fra le diverse specie di *Asteromphalos* riscontransi alcuni che hanno il raggio mediano più o meno ristretto, e perciò più o meno differente dagli altri; mentre la circostanza che tale disposizione riscontrasi solamente in un raggio, è cosa che accenna ad una qualità specifica, e non ad una mera non attendibile varietà del genere, in modo da autorizzare a riunire il genere *Asterolampra* all'*Asteromphalos*. Che se si ammettesse il ragionamento di Greville e lo si estendesse per analogia ad altre specie, dovremmo fare man bassa su la più grande

parte dei generi, e la conseguenza, che ne verrebbe, lungi dal facilitare lo studio delle Diatomee, non farebbe che ridurlo ad una inestricabile confusione.

Ammesso pertanto che la nostra Diatomea è un *Asteromphalos* molto difficile rimane il determinare a quale specie appartenga. Dal confronto il più diligente delle particolarità di questa forma su l' immagine di tre individui riprodotti a mezzo della fotomicrografia con tutte le diverse figure e descrizioni date da Greville nel *Quarterly journal of microscopical science*, o esistenti nelle diverse opere che possiedo, o che ho potuto confrontare, vedo che la nostra forma si accosta il più all' *Asterolampra Hiltoniana*, Grev. che io riguardo come *Asteromphalos*. Potrebbe combinare con quello nell'avere le due paia inferiori di linee umbilicali curvate abasso. Però è qualità costante nell' *A. Hltoniana*. Grev. che il profilo dei segmenti granulati presenti il vertice angolarmente a guisa di ogiva, mentre la nostra forma ha segmenti a sommità rotondata. Inoltre nel confronto dei diversi esemplari, che ho incontrati in questa raccolta le linee ombilicali si mostrano più o meno flessuose e ondulate. Finalmente ad un'attento esame delle diverse immagini fotografiche ottenutene su lastra di vetro mi sono dovuto convincere che questa specie presenta una particolarità affatto nuova, e che non fù certamente riscontrata in alcuna altra. Questa specialità consiste in un punto o granulo o denticulo alquanto rilevato, il quale notasi nel mezzo della estremità di ciascun raggio. Per quanto tale particolarità possa essere difficile ad osservare e perciò possa di legieri sfuggire all'esame, pure non parmi potere menomamente dubitare che la nostra forma non abbia pieno diritto ad essere riconosciuta come una specie nuova.

Nè alcuno potrà riprovare che nel nominare queste specie, che reputo nuova, io dia publica testimonianza all' illustre naturalista e conchigliologo Inglese sig. Gwyn Jeffreys, alla di cui squisita gentilezza devo l' interessantissimo materiale, che ho preso qui ad esaminare e descrivere; perciò indico questa bella ed elegante specie con il nome di *Asteromphalos Jeffreysianum*, n. s. che descrivo come appresso.

Valvis suborbicularibus; lineis umbilicalibus plus minus flexuosis, ab area hyalina radii medii procedentibus, ultimis hinc inde inferius curvatis; segmentis punctulatis cuneato-rotundatis: areis radialibus lineariter ad marginem productis, et punctulo (denticulo) terminali distinctis.

Prima di lasciare le Diatomee disciformi deviamo ricordare come nel nostro fango marino non è raro l'incontrare dei dischetti ovali distinti da minute spine o denticuli piuttosto che da granuli, che talvolta mostransi di-

sposti in linee radianti, mentre per lo più sono sparsi senza alcun ordine. Questa forma potrebbe in qualche modo confrontare con altra molto dubia, la quale fù indicata provvisoriamente dal sig. Tuffen West con il nome di *Podosira* ? *compressa*. Però non ho incontrato mai di vedere frustuli riuniti a pajo da farle con qualche certezza riguardare come appartenenti alla sezione delle *Melosiree*. In oltre devo notare che, se alcune mostransi evidentemente convesse, tale circostanza non potevasi egualmente accertare in alcune altre. Non sarei lontano dal credere che qui si tratti di un nuovo genere; ma il timore di contribuire ad aumentare la giustamente lamentata confusione della nomenclatura mi determinano a lasciare provisoriamente e con riserva riunite alla *Podosira*? *compressa*. T. W. le forme ovali sopraccennate fino che o mi senta convinto della novità, o non ne venga persuaso dall'autorevole giudizio di chi sia più di me famigliarizzato con la conoscenza delle forme diverse, o con quanto fù da altri osservato su le Diatomee.

Nella sezione delle Diatomee *angulifere* Ralfs annovera per prime le *Euodie*, poi gli *Hemidiscus*, quindi i *Triceratium*. Nell'*Euodie* genere introdotto da Bailey non viene riconosciuta altra specie che l'*E. gibba*, Bail. mentre l'E. *Brightwellii*, fù noverata in seguito fra i *Triceratium* sotto il nome di *T. semicirculare*. Il genere *Hemidiscus* non racchiude che una specie l'*H. cuneiformis*, Wallich. Su l'opportunità della distinzione di questi due generi non saprei pronunziare giudizio; la distinzione fra i due generi non consisterebbe in altro fuori che su la presenza di un nodulo submarginale, che vedesi nell'*Hemidiscus*, il quale carattere Ralfs dice che forse non fù notato dal professor Bailey, il quale perciò su l'assenza del nodulo costituì il genere *Euodia*. Alla quale osservazione posso con ogni asseveranza rispondere che più volte ho incontrato delle valve semilunate, le quali certamente non presentano alcun nodulo sopra la linea ventrale, e però devonsi per ora riconoscere per *Euodie*, come ne fa fede qualche immagine fotografica che ne conservo. Io però non so quanto convenientemente si sia stabilito una distinzione generica su la sola presenza o assenza del nodulo, mentre sarei meglio disposto a credere che queste due diverse forme semilunate rassomigliantissime nel profilo e nel sistema di granulazione siano le due valve di un istesso frustulo o individuo, delle quali l'una sia fornita di nodulo e l'altra ne sia priva, come precisamente accade nel genere *Cocconeis* (che perciò venne distinto erroneamente in troppo numero di specie), nel quale, come giustamente osservò Walker Arnott, la valva inferiore soltanto è distinta di nodulo centrale.

Fatte pertanto le dovute riserve sul conto di questi due generi dirò che

il materiale, che ho preso ad esaminare, distinguesi per la frequenza di queste forme semilunate. Fra queste ne ho veduta alcuna, che lateralmente semilunata ad estremità conico-rotondate presenta il margine inferiore o ventrale alquanto gibboso. Tutti questi caratteri ne la fanno giudicare *Euodia gibba*, Bail. quantunque la disposizione dei minuti granuli non sia precisamente radiante, quale la presenterebbe la figura nell'opera di Pritchard. Ma molto più frequente mostrasi altra più piccola forma, nella quale l'asse trasversale è al longitudinale = 2:3, ed il diametro è da 0.0384 a 0.056. In questa il dorso è più curvo e presenta più che una curva sferica una linea parabolica, e la granulazione ne è estremamente minuta da non vedersi che a luce obliqua, ed i granuli sono alquanto più grandi al centro che alla periferia, e la disposizione di quelli non può dirsi radiante. Siccome però non conosciamo fino al presente quali siano le modificazioni di profilo che l'*Euodia* può subire nel suo regolare sviluppo, possiamo non senza fondamento interpretare la forma che abbiamo preso ad esaminare come un individuo giovane e non sviluppato, il quale con crescere specialmente nell'andamento dell'asse maggiore potrebbe finalmente presentare il profilo gibboso nella linea inferiore o ventrale da caratterizzarlo per *E. gibba*. Ritengo pertanto opportuno il distinguere provisionalmente questa forma con il nome di *E. gibba var. Atlantica*.

Delle forme semilunate che riscontransi nel fango marino che abbiamo preso ad esaminare non pochi si presentano forniti di nodulo submarginale al mezzo della linea ventrale, che perciò devono riguardarsi come appartenenti al genere *Hemidiscus*. Le valve sono granulate a mio avviso , e non fornite di cellule esagonali come indicò Wallich. È pur troppo molto facile l'inganno per il quale si prende per depressione o cellula ciò che è rilevato e costituente una granulazione, il quale dubbio non viene elucidato che dalla attenta considerazione delle ombre risultanti da illuminazione obliqua. Tale osservazione mi ha persuaso che nel caso attuale si trattasse meglio di granuli e non di cellule, tanto più che nelle Diatomee il più spesso si ha da fare con quelli che con queste. La forma esagonale poi attribuita a queste particelle che ornano la superficie dell'*Hemidiscus* è una illusione simile a quella che fu per tanto tempo provata in riguardo all'elemento strutturale del *Pleurosigma angulatum*. Fra i diversi esemplari che ho incontrati nel fango dell'Atlantico , e che sono da ascriversi al sucitato genere, ne ho ritratti due a mezzo della fotomicrografia come quelli che alquanto dipartivansi dalle disposizioni che vengono attribuite all'unica specie che trovo ricordata sotto

tal genere con il nome di *H. cuneiformis*, Wallich. Non darò troppa importanza alla non piccola divergenza nei loro profili. La forma dei due individui diversi, che ho sott' occhio può dirsi che è formata di una linea parabolica che costituisce il dorso; mentre la linea ventrale non è altrimenti gibbosa nel mezzo ma descrive un'arco di cerchio a lungo raggio. Forniti ambidue i nostri esemplari di nodulo submarginale, nell'uno manca il rango marginale di punti più distinti, del quale l' altro ne và ornato non su la linea ventrale soltanto ma intorno intorno alla periferia. Però in riguardo a quest' ultima particolarità io sarei disposto a credere che il rango di punti più distinti anche nel contorno del dorso dell'*H. cuneiformis* abbia sfuggito all'occhio del diligente osservatore sig. Wallich, mentre la larga e forte ombra del dorso del frustulo avente una sezione cuneata rende sommamente difficile lo scorgere quella particolarità. Ad onta pertanto della notevole diversità di profilo, ad onta che nella descrizione dell'*H. cuneiformis*, Wallich, il rango di punti più distinti sia asserito esistente soltanto nella linea ventrale e non nell'intera periferia il frustulo che presenta tali disposizioni e particolarità sono persuaso doversi ascrivere alla specie sunominata. Però l'assenza di quei punti nell' altro esemplare da me veduto e ritratto mi costringe a riguardarla come carattere di un' altra specie, la quale a ricordare la differenza che la distingue dalla sopradetta mi persuado di designare con il nome di *H. inornatus*. n. s.

Valvis semilunatis, linea dorsali parabolica, ventrali late arcuata; punctulis marginalibus distinctioribus nullis.

Per terminare con la sezione delle Diatomee angulifere devo ricordare fra le specie Atlantiche il *Triceratium variabile*. Brigt. il quale incontrasi molto frequentemente. Vi è ancora un altro *Triceratium* che confrontato con altre centocinquanta figure di specie diverse parmi combinare con il *Tr. flexuosum*, Grev. Però un diligente esame e il controllo della immagine fotografica ottenutane mi ha rivelato in ciascuno dei tre vertici un denticulo o setola sporgente. Però su questa unica circostanza non credo dovere insistere per costituirne una nuova specie, mentre non maravigliarei che la presenza di quelle delicatissime setole o denticuli avesse sfuggito alla osservazione di Greville, che ottenne questa specie dagli scandagli fatti nell'Oceano Indiano dal Capitano Pullen: ed ancorchè questa particolarità non fosse comune alla specie Grevilleana, crederei più conveniente il riguardarla come una varietà di quella, ricordandola come *Tr. flexuosum* var. *setigera*.

Ma fra le forme caratteristiche della presente raccolta se ne distinguono

molte lanceolate, più o meno apiculate con belle linee di granuli trasverse radianti, e con linea o con area mediana liscia. Queste appartengono al genere *Rhaphoneis* o *Doryphora*, non distinguendosi quello da questo altro che per l'assenza o la presenza di un breve stipite o pedunculo, il quale nel nonostro caso non si potè riscontrare, mentre essendo detto stipite o peduncolo membranoso e fugace non potrebbe mai riconoscersi in Diatomee fossili. Tra queste *Rhaphoneis* pertanto ho riconosciuto la *Rh. amphiceros*. Ehrbg. (= *Doryphora amphiceros*. W. Sm.) quantunque realmente non sia che il doppio più lunga che larga.

Altra simile forma oblungo-lanceolata di questo genere riscontrasi con belle linee di granuli, le quali linee mostransi trasverse nel mezzo, e radianti solamente alle estremità della valva: l'asse trasverso non è che la terza parte del longitudinale. Nel mezzo della valva veduta lateralmente v'è una area stretta lineare liscia, la quale mostrasi clavata verso i poli. La lunghezza del frustulo è 0,03; il numero delle strie 200 al millimetro. Questi caratteri sono bene lontani dall'accordarsi con la figura data dal sig. Roper del *Rh. rhombus*. Ehrbg. mentre combinerebbe abbastanza con la descrizione datane dal sig. Rabenhorst, a meno del dirla piccola, mentre la giudicarei al contrario fra le più grandi che si hanno di questo genere. Il carattere della stretta area jalina mediana dilatantesi ai vertici è un carattere che si riscontra il più frequentemente in frustuli di *Raphoneis* molto più piccoli e di forme largamente lanceolate o romboideo-lanceolate, che a mio avviso devonsi considerare come appartenenti ad una sola e medesima specie rapresentata in diversi stadi di sviluppo.

Vi sono ancora altre forme che indubitatamente appartengono al genere *Rhaphoneis* o *Doryphora*, che però non combinano con le descrizioni della *Rh. amphiceros* e *Rh. rhombus* e che non so ancora determinare. Una di queste è lanceolata a estremità subulate, a forti granuli disposti in linee radianti interrotte da un'area mediana romboidea. L'altra ha forma ovale lanceolata a vertici rotondati, strie radianti a granuli minuti, ed area jalina mediana lineare fortemente dilatata alle estremità ed in pari tempo determinate in forma prolungata presso i vertici. Queste due forme differiscono grandemente con le due specie sucitate: però avendo al presente portato la mia attenzione sopra raccolte abbondanti in *Rhaphoneis* o *Doryphora* ottenute nella scorsa estate a Nieuport nel Belgio spero più tardi fare una rivista di questo genere, e perciò rimetterò a quell'occasione il parlare di queste due forme Atlantiche che per ora lascio innominate.

Ma come non vi ha raccolta di Diatomee proveniente da acqua dolce salmastra o marina, dove se non per il numero delle specie certamente per la moltitudine degli esemplari non trovinsi predominanti le *Synedre*, lo stesso avviene nel nostro caso. In questo il genere *Synedra* è rappresentato precipuamente da tre forme diverse, la *Sy. doliolus*, Wallich, la *Sy. levis*. Ehrbg. e da altra nuova della quale terremo discorso. La *Sy. doliolus* è molto frequente nella nostra raccolta, nè differisce in altro dalla descrizione datane da Ralfs nell'opera di Prithchard = *A history of infusoria* = fuori che nel numero delle strie, che diconsi 30 in $\frac{1}{1000}$ di pollice inglese ossia 1200 in un millimetro, mentre invece sono 1400 per l'istessa misura. Della *Sy. levis* ho ottenuto una immagine fotografica dettagliatissima, e combina esattamente con la descrizione che ne dà il sig. Rabenhorst nella sua *Flora algarum Europearum*, e mentre il Ch. Autore la dice dotata = *Striis transversis egre luce oblique reflexa prospicendis* = io ho il piacere di aggiungere che il numero delle delicatissime strie di questa specie è di 2400 al millimetro.

Ma la *Synedra* forse più frequente ad incontrare nel nostro saggio di fango Atlantico non ha riscontro con alcuna delle tante descrizioni di specie che abbiamo. Questa presentasi lateralmente lanceolata con vertici rotondato-cuneati, strie trasversali distinte, non interrotte nel mezzo dell'asse, il nodulo o pseudonodulo completamente assente: le valve lateralmente sono percorse all'intorno da sottile solco; i frustuli spesso incontransi disposti a fasci. Tali caratteri ben distinti e perfettamente accertati differiscono assolutamente dalle specie finora conosciute e che ho potuto confrontare. Le quali circostanze mi obligano a riguardare questa specie come nuova. E come tale giudizio venne confermato dalle autorità dell'egregio Signore Alfonso de Brebisson, al di cui indefesso e passionato studio degli arcani della natura e in particolare di quanto concerne le Diatomee deve tanto la Micrografia, e che io riguardo come mio Maestro; perciò sono certo d'incontrare l'approvazione dei più apponendo a questa bella e ben determinata specie il nome di *Synedra Brebissonii*, n. s.

Sy. mediocris, lanceolata; polis cuneato-rotundatis; striis distinctis, medio non interruptis: pseudonodulo nullo; valvis a latere circum sulco percursis: striis 1100 *in millemetro: sæpius fasciculatim disposita invenitur.*

Rimarrebbe ancora un punto da dichiarare intorno a questo fango ed una domanda da soddisfare. Le Diatomee fra i diversi organismi microscopici che compongono quel materiale esistono nel fondo del mare in stato prettamente fossile o pure in condizione semifossile? e per esprimermi in altro modo più chiaro, gli scheletri o frustuli silicei delle Diatomee, delle quali avemmo un

saggio appartennero a generazioni non lontane di quegli esseri che anche attualmente vegetano e moltiplicano alla superficie e negli strati superiori del mare e che morti vanno successivamente depositandosi? Per quanto sia evidente che quelle valve appartennero ad individui che percorsero il loro ciclo vitale non saprei decidere se non sia piuttosto un deposito geologico colà giu preesistente da secoli, mentre non sò finora rendermi conto e spiegarmi l'assenza completa degli scheletri o valve di alcune specie, che sempre accompagnano qualunque racolta di Diatomee marine, come sarebbero i generi *Grammatophora*, *Rabdonema*, *Licmophora*, *Nitzchia* ed altri. Il rispondere adequatamente a simile questione non ci sarà dato a mio credere altrochè quando avremo portato la nostra attenzione a molti e diversi depositi fossili o scandagli di località diverse, e vi avremo portato la piu seria attenzione in ordine alla distribnzione delle specie e alle leggi che le rcgolano; al quale scopo sarò ben tenuto a chiunque me ne vorrà fornire l'opportunità.

Notizie del D.r Livingstone. (Comunicazione di Mgr. Nardi).

Da quanto sul finire dell'anno scorso sapeva la regia Società geografica di Londra, l'illustre viaggiatore africano D.r Livingstone trovavasi ancora in Ujiji, che sta a 5.° lat. austr., 30.° long. or. Greenw. sulla sponda orientale del lago Tanganyika, d'onde forse procedono alcune delle più lontane sorgenti del Nilo, le quali formarono principale argomento degli studii di Livingstone. Prima il cholera, poi la mancanza di mezzi di trasporto, lo aveano impedito di raggiungere la costa di Zanzibar e di là tornare in patria. Ben giustamente il Governo inglese e la reale Società geografica di Londra mettevano ogni studio per avere notizie più esatte dell'illustre viaggiatore, e facilitargli il ritorno. Non era soltanto il sentimento di umanità, e di riconoscenza verso chi tanto fece per la scienza geografica, che li movea, ma altresì gl'interessi della scienza stessa, che dalle carte di Livingstone deve trarre preziose notizie sull'interno del gran Continente, ch'esso ebbe il coraggio e la fortuna di traversare il primo da Est a Ovest, ed ora da Sud a Nord. Parecchi generosi giovani inglesi voleano andarne alla ricerca, ma l'illustre Sig. Murchison, Presidente della Società geografica riflettea giustamente che que'giovani inglesi non assuefatti al terribile clima africano, sarebbero stati più d'imbarazzo che di giovamento a Livingstone, il quale già da tre anni e mezzo percorreva il cuore dell'Africa senza aver incontrato un solo europeo. Invece il Sig. Murchisou chiese ed ottenne dal Governo inglese un sussidio di mille lire sterline, che vennero consegnate al Sig. Churchill, Console inglese a Zanzibar, che in Novembre p. p. era in Londra, ma si recava subito in quell'isola, ove insieme col D.r Kirk Vice-Console inglese di colà, avrebbe mandato una piccola spedizione di nativi iu cerca di Livingstone ad Ujiji, e fornito a Livingstone quei mezzi di trasporto, che gli erano necessarii per raggiungere la costa, e tornare in patria.

Nessuna ulteriore notizia abbiamo dalla data di quest'ultimo rapporto, e converrà forse aspettare ancora parecchi mesi prima di averne, essendo le comunicazioni tra l'interno e la costa irte d'ogni difficoltà. Noi non possiamo trattenerci da un sentimento di lode verso il Governo inglese, al quale la scienza geografica deve così gran parte delle sue ricchezze.

Sulla gravità specifica dell'acque dell'Atlantico meridionale. Ricerche del Sig. Samuel White Hodding. (Altra Comunicazione dello stesso).

Bellissime ricerche ha istituite il Sig. Hodding intorno alla gravità delle acque lungo le Coste africane meridionali. Tutti sanno essere il Capo di Buona Speranza, e precisamente la punta degli Aghi (*Agulhas*) un crocicchio di correnti, quale forse non ha altro riscontro nel globo. Tra queste primeggiano quella calda, detta di Mozambique, che procede da Nord-Est a Sud-Ovest tra l'isola di Madagascar e la Costa, ed è rapidissima. Con lei presso il Capo urta l'altra corrente, che viene in senso contrario alla prima, cioè da Sud-Ovest a Nord-Est, e dicesi antartica, o sud-atlantica. Gl'inglesi le danno pure il nome di *icebearing*, ossia che *porta ghiacci*. Difatti il suo dorso sino al 35° di latitudine australe è irto di quei pericolosi monti di ghiaccio, ch'ella vi trasporta dalle terre polari antartiche. L'incontro, anzi la lotta di queste due grandi correnti, delle quali una si mescola all' altra, così che la calda fonde i ghiacci della fredda, sono argomento di non lievi pericoli ai naviganti, e d'incessanti studii ai meteorologi, e idrografi. Il Sig. Hodding indagò principalmente la gravità specifica di quelle acque così vicine, e che hanno temperature così diverse; ma limitossi unicamente al paragone tra la loro temperatura e gravità specifica. Le paragonò tra loro così lungo l'estremità Sud-Est della Costa africana, dove predomina la corrente calda di Mozambique, che lungo l'opposta sponda occidentale, ove predomina la corrente fredda antartica. Il medio dei suoi tre viaggi diede i seguenti risultati:

Costa orient.	Gravità specifica 0,2620	temper. 68,3	(Fahr.)
Costa occid.	0,2579 . .	60,0	»

La differenza è dunque minima e non più di 0,0041, ossia meno di mezzo grado della scala inglese dell'idrometro; ma però è costante, e confermata da tutte l'esperienze. È dunque certissimo che le acque delle correnti calde sono, com'era da aspettarsi, più pesanti di quelle delle correnti fredde, anche sotto le stesse latitudini, poichè tutte queste esperienze ebber luogo tra il 30° e il 35° di lat. mer. Senza dubbio, come nota il Sig. Hodding, la caduta recente della pioggia, lo svaporamento, e il fondersi dei ghiacci galleggianti danno spesso alcuna differenza e irregolarità nelle osservazioni. Ma due canoni si mostrano costanti; il 1° è che più l'acqua delle correnti è calda, più è pesante; 2° che ascendendo dal medio proporzionale delle temperature abbiamo un regolare aumento nel peso ad ogni aumento di calorico, mentre

invece discendendo dal medio, il diminuire della temperatura e quello del peso non camminano regolarmente insieme. Tenta il Sig. Hodding di spiegare questo regolare aumento, e irregolare diminuzione, colla legge secondo la quale il calorico tende a mettersi in equilibrio, e le varie cause che ne lo turbano nei mari antartici. Senza seguirlo in queste sue ultime congetture, a fondare le quali occorrerebbe un numero assai maggiore di esperienze, noi lodiamo altamente l'illustre navigatore per aver dato nuovi lumi in uno studio gravissimo e difficilissimo, quale forse nessun altro nella scienza geografica, lo studio comparato della temperatura e della gravità specifica delle correnti marine.

I Ghepardi donati da S. S. Papa Pio IX alla Università Romana.

Memoria del Prof. Vincenzo Diorio.

Fino dal giorno 29 Luglio p. p. S. S. Papa Pio IX rilasciava per la Università Romana tre Ghepardi viventi provenutigli dalle missioni dell'Abissinia, quali la sovrana sua munificenza volle venissero custoditi ed allevati nel giardino botanico di quella università, a vantaggio della scuola di Zoologia, che era frequentata assai, quantunque, per la legge allora vigente, pochi fossero i studenti tenuti a seguirne obbligatoriamente il corso.

A manifestare pertanto la mia personale riconoscenza per il dono sovrano, ho trovato non poter far meglio che ricordare alcuna cosa intorno agli studj occasionati da quel presente; non con la pretesa di esporre nuove scoperte, ma con l'altra più umile di raccogliere gli elementi per una monografia degli animali del genere suindicato.

Certo che ove non temessi di suscitare rimembranze funeste, potrei rammentare che Stefano Geoffroy St. Hilaire (1) nei giorni appunto in cui si svolgeva infausta la prima rivoluzione francese, ossia il 4 Nevembre dell'anno 1793, iniziò a Parigi con alcune belve, venute quasi fortuitamente nelle sue mani, quel magnifico serraglio che fu poi il giardino delle piante, sconvolto testè dai projettili prussiani.

Chi avrebbe mai immaginato che il primo istallamento di animali feroci nel giardino botanico di Roma, fosse per segnare anch'esso l'epoca di sconvolgimenti politici inaspettati ?

Il Conte di Buffon nella sua storia degli animali quadrupedi, parlando della piccola pantera aggiunse in nota (2) che « i Persiani chiamano questa bestia con il nome di *Youzze*, scrivendo che la medesima si addestra per le grandi caccie, che non fa agli uomini alcun male, e che « *Emanuello Rè di Portogallo* (3) *mandò al Pontefice Leone X una pantera addestrata alla caccia, e che questa pantera era una Lonza.* »

(1) Vie Travaux et Doctrine Scientifique d'Étienne Geoffroy S.t Hilaire. Paris 1847, pag. 48.

(2) *Buffon* — Opere complete — Storia degli animali quadrupedi (Ediz. di Venezia in 8.° dell'anno 1788). Tomo XII, pag. 51 e seg.

(3) Emanuello Rè di Portogallo succedette a Giovanni II nel 1495. Fù mecenate agli uomini letterati. Sotto gli Auspicii suoi *Vasco de Gama*, *Merico Vespucci*, *Alvarez Cabral*, ed altri celebri viaggiatori discopersero nuovi paesi e fecero conoscere il nome de'Portoghesi fra popoli prima disconosciuti. Tanta prosperità e ben essere, fecero dare al tempo del suo regno, il nome di *Secolo d'oro del Portogallo*. Morì egli a Lisbona il 13 deeembre del 1521. Il Pontefice Leone X fa chiamare in Italia dal suo nome il Secolo in che visse, per lo sviluppo che si ebbero sotto del

Il prof. *Paolo Gervais* nella sua storia naturale dei mammiferi (1) nell'articolo dei Ghepardi, dice che a questi animali si dà nella Persia e nell'India il nome volgare di *Youse*, da cui venne sicuramente il *Youzze* di Buffon.

Dal quale confronto di nomi passando a quello dei soggetti co'medesimi significati, si potrebbe logicamente inferirne, che la piccola pantera ossia il *Youzze* di Buffon, altro non fosse che un Ghepardo ossia un *Youse* del Prof. Gervais. E siccome il Plinio Francese stabilì che quella, la quale descriveva come piccola pantera, fosse la *Lonza* degli italiani, ne verrebbe per conseguenza che il ghepardo degli autori francesi, rappresenterebbe la *lonza* conosciuta fino dal tempo dell'Alighieri nella nostra penisola (2).

Leggiamo infatti nel primo Canto dell'inferno, come quel sommo poeta dipinse con tutta verità i caratteri fisici ed istintivi di questa belva scrivendo:

« Ed ecco quasi al cominciar dell'erta
» Una lonza legiera e presta molto
» Che di pel maculato era coperta.
» E non mi si partia dinanzi al volto
» Anzi impediva tanto il mio camino
» Ch'io fui per ritornar più volte volto. »

Ma comunque vada la cosa, non essendo animo nostro lo immetterci oggi in

---

suo Pontificato le lettere e le scienze fra noi. Precedette di 12 giorni al sepolcro il Re di Portogallo = V. *L'Advocat Dictionnaire Historique*, ecc. A Paris 1760. Chez la Veuve Didot.

(1) M. *Paul Gervais*. Histoire Naturelle des Mammifères. T. II, *Carnivores*, ecc. Paris 1855, pag. 93.

(2) *Lonza* pantera. *Panthera*. V. Ortografia moderna ad uso di tutte le scuole d'Italia secondo l'esemplare di Fiorenza. In Bassano 1717 — *Lonza*. Pantera = La Divina Commedia nuovamente spiegata e difesa. Roma 1791. Vol. I. pag. 5, v. 32. — *Lonza*. *Felix Onca* Lin. . . . V. Fanfani, *Vocabolario della lingua italiana*. Firenze 1861. Correggi però *Felis uncia* Gmelin e non *Felis onca* Linne, ed eccone una delle diverse raggioni. — Lo Gmelin nella XIV edizione del *Systema naturae* di Linneo descrisse quali specie distinte e diverse la *Felis uncia* e la *Felis onca*. Riportò alla prima l'*once* di Buffon, il Παρδαλις ὀλιγοτριχος di Oppiano, la *Panthera* di Plinio. Questa specie abita nell'Africa settentrionale nella Persia, nell'Ircania, nella Cina, ed è educabile alla caccia « Habitat in Africa boreali, Persia, Hircania, Siria, Panthera Plinii, prioribus » mitior ut cicurata venatui adaptari possit. . . ». Indicò poi come appartenente alla seconda la « Felis cauda mediocri, corpore flavescente, ocellis nigris rotundato angulatis medio flavis » di Schreber; la « Felis Flavescens maculis nigris orbiculatis quibusdam rosam referentibus varie- » gata » di Brisson « Pardus et Lynx brasiliensis. . . Lusitanis onza »; e dice di quest'altra spe- » cie che abita tutta l'America meridionale insino al Messico « Habitat in omni America meridio- » nali ad Mexico usque ». La medesima fu descritta col nome di *Ocelot* da Buffon, e da Cuvier venne riportata alla *Felis pardalis* di Linneo. Ora dapoichè l'Alighieri venne rapito ai viventi in Ravenna l'anno 1321, e l'America non fu scoperta da Colombo prima del 1492; è facile conchiuderne che la *lonza* conosciuta dal Dante non potè essere un animale della Fauna Americana. *Leonza*, V. Canto di Messer Bosone da Ugobbio sopra la esposizione e divisione della Commedia di Dante Alighieri, ecc.

« E così volto innanzi i venne prima
» Quella *Leonza*, che per lo diletto
» È per la creazion buona si stima. »

(Le principali cose appartenenti alla Divina Commedia. Roma 1817. Nella Stamperia De Romanis, pag. 109).

una questione filologica; ci proponiamo solamente di raccorre i fatti, e le autorità, le quali forse potranno servire a risolverla. Imprendiamo quindi senz'altro la storia dei nostri animali.

Due maschi ed una femmina molto giovani della specie chiamata Ghepardo (Guèpard) dai naturalisti, *Leopardo da caccia* o *Tigre cacciatrice*, recati dall'Abissinia in Alessandria, furono ivi trattenuti qualche tempo nell'atrio di un collegio di Missioni cattoliche; ove alimentati coi rifiuti della mensa, col sangue e con le interiora degli animali macellati, e finalmente con gatti vivi; servirono momentaneamente al trastullo di quella famiglia, in fino che non vennero imbarcati alla volta di Roma, a fine di esser offerti al Santo Padre in omaggio di sudditanza e di venerazione da quelli Alessandrini.

Questi animali riescono interessantissimi per la scienza, dapoichè costituiscono un tipo di transizione fra le due famiglie dei felini e dei canini, o dei *felidei* e dei *canidei*, come ad altri meglio potrebbe piacere.

Per le esterne forme e per lo insieme loro, i nostri ghepardi richiamano l'immagine del veltro italiano. Alti com'esso sulle gambe, le quali peraltro sono meglio incarnate; sfilati nel corpo, corti di collo, piccoli e raccorciati nel capo; hanno la coda di tal proporzione, che abbandonata a se stessa toccherebbe il suolo. La lunghezza dei medesimi, allorquando lasciammo di occuparcene, misurava dal muso alla coda 108 centimetri, sopra un altezza di circa 61: la coda era di circa 61 centimetri. Il loro aspetto è assolutamente gattesco per la decisa sporgenza de'zigomi, che rende il diametro trasversale della faccia loro eguale a quello che, scendendo dalla fronte per la spina del naso, si conducesse immaginariamente insino al mento. Questo sfugge e rientra come nei gatti. Le orecchie sono piccole, appuntate erette ovalari; biancheggianti al di dentro, di fuori neraste alla base e sui bordi, ceciate nel centro. Gli occhi si scorgono grandi, a pupilla circolare come è nei cani, eccettuatane la Volpe; e non verticale come è nei gatti, eccettuandone il Leone. L'iride però somiglia a quella dei *Felini*, apparendo cilestrina per il colorito, ove ti lasci lambire le mani, t'accorgi che la lingua dei ghepardi raspa come quella dei gatti.

Le estremità di questi animali, che sono digitigradi, dividonsi in cinque dita innanzi e quattro dietro. Le dita sono armate di unghie falcate, aguzze, che non toccano propriamente il suolo, al quale però moltissimo si avvicinano. Viene da ciò che le medesime sono poco esposte al logorìo. Ci è sembrato che queste fossero impiantate sulle falangette alla maniera stessa di quello che si verifica nei lupi, nei quali le unghie sebbene fisse, pur nondimeno si trovano meglio che nei cani risparmiate dalle risultanze dell'attrito.

Gli artigli del ghepardo furono detti dal *Fischer* e da altri scrittori semi-retrattili. A noi è parso che i nostri animali avessero la facoltà di sguinzagliarli nella presa, senza possedere però la facoltà di nasconderli nel riposo.

Il manto di questi poppanti è di colore falbo chiaro o ceciato forte, con macchie subtriangolari e piccole sul petto e nei fianchi, tondeggianti e grandicelle sul dorso; nero-vellutate per colorito, ma per forma e grandezza non tutte simili, e sparse senz'ordine determinabile sulla pelle.

Non vuolsi intanto tacere, che riguardati questi animali in certe movenze e sotto certi punti di vista, sembra quasi che quelle macchie tendano a ravvicinarsi, per simulare una qualche figura di quelle che si osservano in sul manto del vero leopardo. Nelle gambe e nella coda le macchie sono meno frequenti, più grandi e meno regolari; anzi quest'ultima è circondata da un triplice anello nero, e si termina con l'estremo apice biancheggiante. Il ventre è tutto bianco e senza macchia, così pure è del mento. Sulla faccia poi si veggono solo due liste nere, le quali dall'angolo interno dell'occhio scendono aprendosi verso l'angolo della bocca. Il labro superiore è guernito dalle vibrisse gattesche disposte in quattro ordini.

La dentizione dei nostri animali si riassume così:

Incisivi $\frac{6}{6}$ canini $\frac{1-1}{1-1}$ molari $\frac{4+3-3+1}{3-3}$.

I denti incisivi sono piccolissimi aciculari e ravvicinati. I canini sono sporgenti conici alquanto ripiegati e solcati verso l'apice internamente. Dei molari i quattro anteriori sono mono-cuspidati a base aciculata, i due posteriori appariscono bicuspidati in ogni mascella, portando i superiori il tallone interno caratteristico dei denti fierini. Le arcate dentarie superiori mostravano le traccie degli ultimi due molari tubercolosi. Fra gl'incisivi ed i canini non vi ha diastema sensibile, ma si riscontra un vuoto fra quest'ultimi ed il primo molare anteriore.

Risulta da questi studj che per l'armatura dentaria i nostri ghepardi si avrebbero da riportare al genere *Felis*, e così venne fatto dai naturalisti meno recenti. La struttura peraltro delle estremità e le unghie non retrattili delle medesime, ne li discostavano troppo manifestamente, per non poterveli conservare in un metodo di classificazione naturale degli animali. Ed infatti avea già proposto una simile separazione del ghepardo dai felini, il Barone Giorgio Cuvier nella 2ª edizione del suo Regno animale (anno 1829), scrivendo nel primo volume a pag. 161 così: « On pourrait mettre dans un sousgenre à part » une espèce qui a la tête plus ronde et plus courte, et dont les ongles ne » sont pas rétractiles. C'est le *Guépard* ou *tigre chasseur* des Indes (*Felis*

» *jubata* Schreber, 105; et mieux *Felis guttata*, id. 105, b), de la taille du » Léopard, mais plus élancé, plus haut sur jambes; la quene anelée au but; » le pelage fauve, semé de petites taches noires uniformes, un trait noir al- » lant de l'oeil à l'angle de la bouche. Son naturel diffère du reste du genre » par une extrème douceur et une grande facilité à s'apprivoiser ». Ma fu Wagler (1)che nell'anno 1830 stabilì definitivamente per questi animali un nuovo genere al quale diede il nome di *Cynailurus* dalle due voci greche χυων cane ed αιλουρος gatto, ad esprimere che quelle riuniscono i caratteri di questi due esseri nemici irreconciliabili fra loro. I caratteri del *Cynailurus* si potrebbero fraseggiare così = *Felis unguibus non retractilibus* =. Schroeder preferì chiamare *Cynaelurus* questo nuovo genere di poppanti, e *Lesson* (2) lo volle appellato *Cynofelis* facendo l'innesto ibrido di una voce greca con un altra latina.

Certo che la dottrina della subordinazione dei caratteri, la quale tanto meritata gloria arrecò all'Aristotile francese, soffre una notevolissima eccezione per questi animali. Ed infatti chi mai fra i naturalisti, dalle mascelle di un ghepardo, non avrebbe conchiuso che questo animale dovesse avere le unghie acciarate aguzze e retrattili, siccome a tutti gli altri felini concesse natura ?

Intanto egli è innegabile che i nostri animali offrono un tipo interessantissimo di transizione fra quei due generi, da'quali è stato tratto il loro nome novello; tipo che serve acconciamente alla storia di quelle organiche graduazioni, su delle quali si è preteso di fondare la speciosa teorìa dell'organico mutabilismo.

Non vuolsi però dimenticato, che per questa nuova teoria, i filosofi della natura trascendendo dai limiti della osservazione, retrocedono fra le nebbie dei secoli passati, infino all'epoca del primitivo sviluppo o della pretesa trasformazione prima degli animali; e che quindi ritornando dal mondo di Cartesio, quasi avessero ivi assistito in carne ed ossa alle meraviglie della protogenesi, dettano qual più qual meno asseverantemente, una storia romantica della creazione degli animali e degli uomini.

Ora noi, mai non soscrivendo a sì nocevoli ed immaginarie dottrine, non ci riteniamo in pari tempo obligati, come ebbe avanzato taluno, a negare od a svisare i fatti meglio accertati della scienza. Quello che neghiamo si è il nesso e le conseguenze che dai fatti medesimi si vorrebbero derivate; dapoichè mancano le prove di osservazione e di data, necessarie per assicurarsi di uno dei termini essenziali della questione dibattuta; cioè a dire di quanto è relativo

(1) Vagler. Mamm. 1830. *Cynailurus*.
(2) Lesson. Mamm. ad. 1842. *Cynofelis*.

alla mutabilità delle specie, costatata nei tempi storici. Riteniamo perciò che la nuova teoria supera i limiti assegnati alle scienze di osservazione.

Ma torniamo al nostro assunto. Non è solo l'apparente struttura che persuade ben stabilito un nuovo genere di animali per i ghepardi, intermediario al *Felis* ed al *Canis* di Linneo; ma l'osservazione degli istinti e delle abitudini di questi animali lo conferma ancora più chiaramente.

Narreremo quello che noi abbiamo veduto in circa quattro mesi di osservazione. I ghepardi stando di buon umore facevano sentire il *ron-ron* del gatto; miagulavano com'esso, quasi fossero piccini; rugavano sordamente irritati, ed udimmo ch'essi avevano una specie di latrato gutturale, concitato e brevissimo, e soffiavano stizziti. Giuocavano con alcuni globi di legno, come fanno i gatti co'sorci. Si accovacciavano o strisciavansi lungo le pareti della lor cella, e di repente gli uni su gli altri si carolavano saltando. L'istinto di nettezza naturale, così marcato nei gatti , in essi manca del tutto; ed insudiciano i loro stessi giacigli, come mai si vede nei felini. Del resto per queste funzioni somigliano a quest'ultimi. Avidi sommamente nel pasto, non hanno pazienza per maciullare; ed abbandonavano la carne quando il tessuto tendineo esiggeva un'opera più prolungata dei denti: il grasso era pure da loro rifiutato. Prontissimi nel tracannare, si davano scambievolmente la caccia, per ghermirne a quegli che non avesse con la stessa sollecitudine disbrigato il suo pasto. Avvicinandosi l'ora del cibo divenivano inquieti, andavano stropicciando il loro fianco contro delle inferriate, miagulavano e ronzavano siccome i gatti, e rugavano com'éssi ove taluno se li avvicinasse mentre stavano mangiando.

La femmina ci apparve meno carezzevole dei maschi : forse la corte che questi già gli andavano facendo l'avea messa in sossieguo.

È cosa straordinaria la leggerezza che questi animali dimostrano nel salto. Allorquando noi li vedemmo la prima volta nel giardino del Vaticano, li scorgemmo correre e carolare, spiccando salti grotteschi improvisi; ed uno di essi inerpicato su di una scala a pijuoli, si slanciò in una lontana fenestra ed evase dal capannone ove era custodito con gli altri.

Riconoscono facilmente chi li custodisce, e lo sieguono e gli obbediscono. Amano però afferrare con le zampe le gambe dei visitatori, facendo il resto coi denti. Allorquando taluno entrava nel loro ricinto sembrava ch'essi si compiacessero di chiudergli il varco. La vista dei cani, dei gatti ed anche quella dei cavalli, li metteva in sospetto o gli eccitava a sdegno. Non sono neanche molto umani coi fanciulli. Il semplice aspetto del bastone bastava per metterli di mal umore, quantunque da parte nostra mai ne avessero sperimentata

l'efficacia. L'uomo che l'ebbe in custodia, un giorno che azzardossi d'entrar solo a distribuirgli la carne, dovette lottare lungamente con loro per uscirne, e ne ebbe tutti laceri i calzoni. Sono questi gli animali dei quali si è scritto che non facevano danno all' uomo? Prima di rispondere conviene dileguare qualche dubbio.

I naturalisti moderni ammisero con l'*Hermann* col *Duvernoy*, *Hamilton Smith*, *Gervais* ed altri, due distinte specie di ghepardi; il *Ghepardo a criniera*, *Felis jubata* cioè di Schreber (1); ed il *Ghepardo macchiato*, *Felis guttata* di Hermann (2). Da qui trassero i recenti, e Brehm fra questi, il *Cynailurus jubatns* ed il *Cynailurus guttatus*.

I caratteri della *Felis jubata* furono epilogati dal Fischer (3) così:

« Ochracea, maculis copiosis rotundis, fasciaque a cantho oculorum interno » ad labia atris; cervice jubata, unguibus fixis; cauda corpore breviore .... » (*Guepard* Buffon, *Jaguar* ou *Leopard* Buffon, *Youze* Persis, Παρδαλις ὀλιγοτερα Oppiani, ecc.

Aggiunse poi nelle addizioni alla sua opera (4) quest'altra frase.

« Felis jubata, dilute flava, maculis parvis rotundis nigris; artubus longis; » collo subjubato; unguibus semi-retractilibus (Griff. Anim. Kingd. V. 425. 9. » Maned Hunting Leopard) ».

Per quello si riferisce alla *Felis guttata*, l'autore ora citato la descrisse, nelle aggiunte alla Sinossi dei poppanti, sotto il nome di *Felis venatica* di Hamilton Smith con le seguenti parole : « Nitidius flava quam jubata, capite » minore absque ullo jubae vestigio ; unguibus semi-retractilibus; artubus » longioribus habituque universo magis canino quam in F. jubata. Griff. Anim. » Kingd. V. 426. 10 (Maneless Hunting Leopard.) Cheta Indis ? ».

Il Prof. *Gervais* (5) ha descritto queste due specie presso a poco con le stesse parole. Ecco infatti quello che se ne legge presso di questo autore :

« Le *Guépard a crinière* est celui que Schreber nommait *Felis jubata*. » c'est aussi le Léopard à crinière de quelques auteurs : il a la robe jaune » nankin, semée partout, même sous le ventre de taches rondes, pleines et » de couleur foncée; les poils de son cou s'allongent en partie sous la forme » d'un courte crinière. On le dit de Sumatra, mais il est plus probablement

(1) Die Saügthiere in abbildungen nach der Natur mit Boschreibungen. Erlang 1775. Leg. I.
(2) Observationes Zoologicae. Opus posthumum. Edidit Fr. Hammer. Argent. 1804. 4.
(3) Synopsis Mammalium. Stuttgardiae 1829, pag. 281.
(4) V. Op. cit; in fine *Addenda et emendanda*.
(5) Opera e luogo citato.

» des parties méridionales de l'Asie continentale. On s'en sert pour la chasse
» en Perse et dans plusieurs régions de l'Inde.

» *Le Guépard moucheté* qu'Hermann a distingué sous le nom de *Felis*
» *guttata*, a, suivant Duvernoy, les formes plus grèles, les jambes plus hau-
» tes, le pelage fauve orangé, ou clair, parsemé de taches rondes et noires,
» excepté en dessous, où il est quelquefois d'un blanc pur et sans aucune
» tache, ou tout au plus marqué de taches ternes. C'est le Guepard d'Afri-
» que. On le prend au Cap, au Senegal, dans le Cordofan ».

Non vi è bisogno di aggiungere parole per indicare che i nostri ghepardi appartengono a questa seconda specie, la quale o non fu conosciuta, o fu confusa dai naturalisti della fine del secolo passato e del principio dell'attuale, con diversi altri animali vicini.

Sarebbe mai che il ravvicinamento indicato da noi sul principio dalla identità del nome dato in Persia al Ghepardo ed alla Lonza, secondo le testimonianze di Buffon e di Gervais, dovesse poi finire col verificarsi; divenendo per la scienza sinonimi il *Felis guttata* di Hermann, e la *Felis uncia* di Gmelin? Noi non abbiamo che prove induttive per appoggiare un simile ravvicinamento. Certo però che confrontando i caratteri riportati dal *Barone Cuvier* siccome proprii della Lonza (1) con quelli che troviamo assegnati dai scrittori alla specie del Ghepardo macchiato; tutta la differenza si può ridurre alle macchie ineguali e non esattamente rotonde, irregolari o frastagliate talvolta, e sparse o ravvicinate confusamente. Confrontando questi caratteri con quelli che si riscontrano nei nostri esemplari viventi, dobbiamo confessare che la differenza ci si fà presso che impercettibile. Ed infatti in alcuni punti del manto di questi, abbiamo osservato delle macchie non esattamente rotonde ma subtriangolari, smarginate, e ravvicinate in guisa da costituire figure irregolari. La coda poi lunga così da toccare il suolo. È vero che Brehm ha deciso già (2) la questione, avendo dato per la *Felis uncia* la figura, e la descrizione dell' *Ocelot* di Buffon (XIII. pl. XXXV e XXXVI) ossia del *Felis pardalis* di Linneo. L'equivoco però viene presto dileguato ove, rileggendo in Cuvier i caratteri di

---

(1) « L'*Once* de Buffon, IX. pl. XIII (*Felis uncia* Gmelin) diffère des panthères et des léo-
» pards par de taches plus inégales, semées plus irrégulièrment, en partie échancrées ou annelées,
» ecc. Il parait qu'elle se trouve en Perse. Nous ne la connaissons que pour la figure de Buffon,
» et par celle que M. Hamilton Smith a insérée dans la traduction anglaise du présent ouvrage,
» d'après un individu qui a vécu à Londres. »

(2) La vie des animaux illustrée Par A. E. *Brehm*. Edition Française Revue par Z. Gerbe. Les mammifères. Paris J. B. Baillière et Fils. V. I. pag. 274.

quest'ultimo animale, si confrontino con quelli già trascritti dal medesimo autore ed assegnati alla *Felis uncia* (1). Ed infatti l'*Ocelot* ivi si legge essere « un « peu plus bas sur jambes que la plupart des autres, gris, *à grandes taches* » *fauves bordées de noir*, formant des bandes obliques sur les flancs. De tout » l'Amerique » (2): mentre della *Felis uncia* scrisse che « differe des panthères » et des léopards par des taches plus inégales, semées plus irregulièrment, en » partie échancrées ou annelées. Il paraît qu'elle se trouve en Perse ».

Arroge che Dante Alighieri non avrebbe sicuramente, come fu da noi già indicato, potuto descrivere la Lonza nel suo poema, essendo egli morto più di un secolo e mezzo prima del discuoprimento dell'America (3), se quell'animale fosse stato abitatore del nuovo continente, siccome il Cuvier ebbe asserito del *Felis pardalis* : ed il Plinio francese non avrebbe taciuto parlando della Lonza quel marcatissimo carattere che sono *le macchie castagnine orlate di nero*, e disposte in quattro ordini sui fianchi quali appunto si osservano nel *Felis pardalis* od *Ocelot*; animale che si vorrebbe oggi confondere con quella piccola pantera, che il Buffon disse essere la *Lonza* degli Italiani. Noi confessiamo di non esser portati ad ammettere la proposta dall'autore tedesco su nominato. Basta infatti rileggere quanto il celebre Conte di Buffon ebbe scritto intorno a quest'ultimo animale, per rimanere convinti che solo un equivoco ha potuto far confondere la *Felis uncia* con la *Felis onca* e con la *Felis pardalis*.

Del rimanente onde raccogliere dallo scrittore ora lodato quanto può confermare la maniera di vedere già enunciata da noi, per la quale cioè il Ghepardo, e la piccola Pantera o Lonza del Conte di Buffon, non avrebbero a considerarsi che come specie distinte del nuovo genere *Cynailurus*; rappresentando il primo, ossia il Ghepardo il *Cynailurus jubatus*; e riportandosi la seconda, ossia la Lonza al *Cynailurus guttatus* sopra descritto: crediamo utile di epilogare quanto intorno sì all'una che all'altra specie, si trova sparso nelle diverse edizioni delle opere di Buffon ; il quale raccolse dagli autori che lo precedettero, copia insigne di documenti atti a convalidare lo stabilimento delle medesime: quantunque egli, più liggio alle leggi dell'analogia che a quelle meno cedevoli della natura, ripugnasse sistematicamente dalla costituzione dei generi zoologici, fondati dal più umile, ma intanto più fortunato suo rivale, ossia dallo svedese Carlo Linneo.

---

(1) V. la nota (1) della pagina 40.

(2) Cuvier, Le Regne Animal. V. I. Ed. 2. pag. 164.

(3) Colombo scoperse l'America nel 1492. Ed i viaggi e le scoperte di Merico Vespucci rimontano al 1497.

Prima dunque riporteremo quello che è relativo al ghepardo : trascriveremo poscia quanto si riferisce alla piccola pantera o lonza, che diviene soggetto principalissimo della questione attuale.

Nella edizione francese in 4.° pubblicata coi tipi della stamperia reale nell'anno 1787, al tomo VI degli animali quadrupedi sotto il titolo *Le Margay* (pag. 71 e 72) leggiamo ciò che siegue : « Il y a encore un animal de ce » genre qui semble différer de tous ceux que nous venons de nommer, les » fourreurs l'appellent *guépard*. Nous en avons vu plusieurs peaux, elles res- » semblent à celles du Linx par la longueur du poil, mais les oreilles n'etant » pas terminées par un pinceau , le guépard n'est point un lynx , il n'est » aussi ni panthère ni léopard, il n'a pas le poil court comme ces animaux, » et il diffère de tous par une espèce de crinière on de poil long de quatre » ou cinq pouces qu'il port sur le cou et entre les épaules; il a aussi le poil » du ventre long de trois à quatre pouces , et la queue à proportion plus » courte que la panthère, le léopard ou l'*once*. *Il est à peu-près de la taille* » *de ce dernier animal*, n'ayant qu'environ trois pieds et demi de longueur » de corps : au reste sa robe , qui est d'un jaune très-pâle , est parsemée » comme celle du léopard de taches noires, mais plus voisines les unes des » autres et plus petites, n'ayant que trois ou quatre lignes de diamètre.

» J'ai pensé que cet animal devoit être le même que celui qu'indique Kolbe » sous le nom del *loup-tigre*; je cite ici sa description (c) pour qu'on puisse » la comparer avec la nôtre; c'est un animal commun dans les terres voisi- » nes du cap de Bonne-espérance : tout le jour il se tient dans des fentes » de rochers ou dans des trous qu'il se creuse en terre; pendant la nuit il » va chercher sa proie; mais comme il hurle en chassant son gibier, il avertit » les hommes, et les animaux, en sorte qu'il est assez aisé de l'éviter ou de » le tuer. Au reste, il paraît que le mot *guépard* est dérivé de *Léopard*. » C'est ainsi que les Allemands et les Hollandois appellent le léopard. *Nous* » *avons aussi reconnu qu'il y a des variétés dans cette espèce* pour le fond » du poil et pour la couleur des taches, *mais tous les guépards ont le cara-* » *ctère commun des longs poils sous le ventre, et de la crinière sur le cou* ».

Dal passo qui riferito, noi desumiamo 1.° che il *ghepardo* per la sua statura è simile alla lonza : 2.° Che già il Kolbe chiamandolo *lupo-tigre* avea iniziata la costituzione di un nuovo genere per questi animali : 3.° Che il conte di Buffon, pure ammettendo che vi avessero diverse varietà di ghepardi, cadde in errore, assegnando siccome carattere comune a tutti la lunghezza del pelo sotto il ventre e la presenza della criniera sul collo.

La descrizione di Kolbe riportata dallo insigne naturalista francese non è meno istruttiva, e per la nostra questione riesce vantaggioso di riportarla quale nella edizione su citata si legge.

(*Loup-tigre*). « (c) Il est de la taille d'un chien ordinaire, et quelquefois plus » gros: sa tête est large comme celle des dogues, que l'on fait battre en An- » gleterre contre les taureaux; il a les mâchoires grosses aussi-bien que le museau » et les yeux, ses dents sont fort tranchantes; *son poil est frisé comme celui* » *d'un chien barbet* et tacheté comme celui du tigre; il a les pattes larges » et armées des grosses grifes, *qu'il retire quand il veut, comme les chats;* » sa queue est courte ..... il a pour mortels ennemis le lion, le tigre et le » léopard, qui lui donnent très-souvent la chasse; ils le poursuivent jusque » dans sa tanière, se jettent sur lui et le mettent en piéces (Description du » Cap de Bonne-espèrance par Kolbe, tome III, page 69 et 70) ».

L'autore che riportò questa nota avendo detto del suo ghepardo « J'ai pensé » que cet animal devoit être le même que celui qu' indique Kolbe sous le » nom de *loup-tigre* » avrebbe dovuto aggiungere che fra le varietà del primo animale, se ne rinveniva una che avea « son poil frisé comme celui d'un » chien barbet », e ciò che più monta, mancante « de la crinière sur le cou » per non contradirsi. Ed il Kolbe non descriveva sicuramente un ghepardo allorquando asseriva ch'egli è armato di grossi artigli « qu'il retire quand il veut, » comme les chats » dapoichè tale facoltà, e possiamo assicurarlo per l'osservazione fatta nei nostri individui, a quel genere di animali non è concessa ».

Nella edizione veneta dell'opera che andiamo commentando (Venezia anno 1789. Tomo XXI degli animali quadrupedi pag. 217) troviamo che l'autore francese avea scritto prima « di questi animali (ossia de ghepardi) non ho veduto » che due pelli, l'una delle quali avea tre piedi e mezzo di lunghezza dalla » estremità del muso fino all'origine della coda, che era lunga un piede e » otto pollici. Il pelo era morbido, lungo un piede (!) sulla maggior parte » del corpo, lungo tre pollici e mezzo sul disopra del collo e tra le spalle » in forma di piccola chioma la quale non si vede sulle tigri, sulle pantere, » sui leopardi », ecc. Se non fosse sbaglio di stampa, il pelo d'un piede, ossia di dodici pollici di lunghezza, cambierebbe i ghepardi in capre di Angola. Nella edizione stessa leggiamo poi la descrizione del ghepardo (volume e luogo indicato) ripresa con queste parole :

« Il pelo della pelle del ghepardo era di color bianco sporco, con una leg- » gera tinta di falbo, principalmente sulla testa e sulle quattro gambe. Tutta » questa pelle era sparsa di piccole macchie nere *quasi rotonde*, situate molto

» vicino le une alle altre, principalmente lungo il dorso e la coda, *quelle del* » *ventre erano le più distanti*, e quelle delle coscie erano le più grandi ; » per altro esse non avevano che un mezzo pollice in circa di diametro. La » chioma era mischiata d'un bruno nericcio e di un giallo scolorito e pallido, » e i suoi peli erano duri. *Eravi una striscia che s'estendeva dall'angolo* » *della bocca fino all'angolo anteriore dell'occhio*. Le orecchie non aveano » che due pollici di lunghezza; il basso della lor faccia esterna era nero; il » di sotto della guancia (mascella) inferiore aveva un color bianco, l'estre- » mità della coda era nera.

» L'altra pelle di ghepardo non aveva che tre piedi di lunghezza e la coda » un piede e due pollici. Essa pareva provenire da un animale più giovane; » non era diversa dalla prima se non *perchè il suo pelo era più lungo*, ec- » cettuatone quel della chioma Il colore biancastro del fondo era più chiaro. » Del resto i colori sù queste due pelli erano perfettamente gli stessi ».

Dai passi ora trascritti , si può conchiudere che il Buffon non conobbe altro che le pelli del ghepardo a criniera. Che in queste si rinviene la striscia nera o scura , marcata dall' angolo interno od anteriore dell' occhio insino alla commissura delle labbra; siccome nell'altra specie, ossia nel ghepardo macchiato : mentre invece le macchie del ventre sono caratteristiche del primo , che ha pure nero l'apice della coda. Finalmente che il pelo di questi animali diminuisce di lunghezza in ragione dell'età, dentro certi limiti; ed infatti fu trovato più lungo dal Buffon nella pelle appartenente ad un più giovane animale.

Se ci facciamo adesso a raccogliere quanto venne scritto intorno alla piccola pantera o lonza dallo stesso autore noi troviamo argomenti, a parer nostro, non dispregievoli per sostenere il ravvicinamento proposto di questa specie, non conosciuta in natura dal Conte di Buffon e da G. Cuvier, con il ghepardo macchiato ossia col *Cynailurus guttatus* degli scrittori moderni. Difatti il già più volte lodato naturalista francese, nell'articolo destinato alla grande, alla piccola pantera ed al leopardo, ne parla così (Ediz. Veneta del 1788. Vol. XII degli Animali quadrupedi, pag. 36).

« La seconda specie è la piccola pantera di Oppiano (*De venatione*, lib. III) » a cui gli antichi non hanno dato verun nome particolare. I moderni viag- » giatori francesi però l'hanno chiamata *once* dal nome corrotto *lynx* o *lunx*. » Noi conserveremo a questo animale il nome di *onze* (e noi in italiano lo » chiameremo *lonza*, *nome dagl'Italiani già adottato*), che ci sembra ben » applicato, perchè difatti esso ha alcune relazioni colla lince. »

Potremmo qui rammentare quello che abbiamo trascritto di sopra dall'edizione francese relativamente alle pelli del ghepardo « *elles ressemblent à* » *celles du linx* »: potremmo ricordare pure che *i Persiani chiamano*, per le testimonianze riportate dallo stesso conte di Buffon, *quest'ultime bestie col nome di youzze*; è forse fra *youzze* e *lunx* vi è maggior rapporto che fra *lunx* ed *once* : potremmo aggiungere che il Fischer (Op. e luogo cit.) indica, insieme con il *guepard* di Buffon, il Παρδαλις ὀλιγοτερος quale probabile sinonimo della *Felis jubata* di Schreber, o della *Felis guttata* di Hermann : finalmente non andrebbe dimenticata la sentenza di Gervais, la quale ci assicura che il ghepardo si chiama *youse* nella Persia e nell'India. Ora tutti questi argomenti presi insieme, ognuno vede che presterebbero per le analogie nominali quì riferite, un appoggio di qualche peso al ravvicinamento proposto.

Seguiamo però il Buffon nella descrizione dei caratteri della specie che c'interessa. Esso continua così:

« La statura dell'*onza* o *lonza* è molto più piccola di quella della pan-
» tera, poichè il suo corpo non ha che tre piedi e mezzo in circa di lunghezza
» (quanti cioè lo stesso autore ne misurò sulle pelli dei ghepardi) il che forma
» presso a poco la statura della lince; il suo pelo è più lungo di quello della
» pantera e la coda è ancor molto più lunga avendo tre piedi di lunghezza,
» e talvolta anche più, non ostante che il corpo della lonza sia in tutto circa
» un terzo più piccolo di quello della pantera, la cui coda non arriva a due
» piedi e tutto al più a due piedi e mezzo. Il fondo del pelo della lonza è
» d'un grigio biancastro sul dorso e sui lati del corpo e d'*un grigio anche*
» *più bianco sotto il ventre*; per lo contrario il dorso e i fianchi della pan-
» tera sono costantemente d' un falbo più o meno carico. Le macchie sono
» in amendue *presso a poco* della stessa forma e della medesima grandezza ».

Consultando la figura della lonza aggiunta nella edizione da noi qui citata, e colorita nel nostro esemplare, noi troviamo prima di tutto le due linee scure, che abbiamo detto nei ghepardi partirsi dall'angolo interno dell'occhio dirigendosi verso la commessura delle labbra : troviamo in secondo luogo il ventre senza macchie di sorta alcuna : terzo finalmente il colore del manto e le macchie nere del medesimo ineguali, irregolari; altre sub-triangolari ed angolose, altre rotonde e senza ordine ben deciso ravvicinate; e pertanto più che al manto della pantera, somiglianti a quelle del ghepardo macchiato. Nè potrebbe fare grande ostacolo la diversa proporzione della coda, giacchè accennammo che questa nei nostri animali abbandonata a sè stessa tocca il suolo; e non conosciamo molti esempi di quadrupedi che l'abbiamo più prolissa dell'altezza assegnata loro dalla natura.

Lo scrittore francese dopo di avere indicato che gli arabi chiamano *faadh* questo animale, aggiunge che il Dottor Shavv lo rassomiglia al *leopardo* perchè è macchiato com' esso. Abbiamo ricordata di sopra la somiglianza ammessa dagli autori fra il Ghepurdo ed il Leopardo; sicchè potremmo concluderne anche da ciò vantaggiosamente per il proposto ravvicinamento: giacchè *quae conveniunt uni tertio, conveniunt inter se*. Che anzi conferma questo modo di vedere ciò che lo stesso Shaw ebbe aggiunto accennando che il *Faadh* ha la pelle più oscura e più ruvida ed è meno feroce. Ed in verità è notevolmente ruvida la pelle dei *ghepardi macchiati*, ed i medesimi sono senz'alcun dubbio meno feroci dei Leopardi. « D'altra parte sappiamo per un passo » di Alberto Magno commentato da Gesnero che il *phet* o *phed* (Aphed id est » *Leopardus minor* Albertus) degli Arabi è stato chiamato in italiano e in al- » cune altre lingue europee *lüenza* o *lonza* ... ».

A questo interessantissimo passo, è aggiunta la nota seguente, che nella seconda edizione veneta delle opere di Buffon non sappiamo perchè venne omessa.

« I Persiani hanno una certa bestia chiamata *Onza*, ossia *Lonza*, che ha » la pelle macchiata come una tigre, ma ch'è molto docile e molto famiglia- » re. Un cacciatore se la porta in groppa a cavallo, e quando ha scoperta » la gazzella, mette a terra subitamente la Lonza la quale è sì leggera che » in trè salti s'avventa al collo della gazzella benchè ella corra con incredi- » bile prestezza. La gazzella è una specie di piccol capriuolo, di cui il paese » è ripieno : la Lonza la strangola incontanente co' suoi denti aguzzi; ma se » per avventura ella falla il colpo e la gazzella le sfugge, rimane sul campo » svergognata e confusa, e in tale confusione la potrebbe prendere perfino » un fanciullo senza ch'essa se ne difendesse (Viaggio di Tavernier Roan 1713 » Tomo II, pag, 26) ».

Dicemmo in principio che il Baron Cuvier parlando del *Ghepvrdo* chiamollo pure *Tigre cacciatrice* degli indiani. Tavernier scriveva che la Lonza *ha la pelle macchiata come la tigre*, e narra come i Persiani se ne servivano alla caccia, aggiungendo che quella bestia si chiamava Lonza. Crediamo adunque trarre anche da ciò un nuovo argomento per la proposta illazione.

« Per le grandi caccie si fa uso delle bestie feroci addestrate a cacciare , » leoni, leopardi, tigri, pantere, *lonze* : i persiani chiamano quest'ultime be- » stie col nome di *Youzze* : esse non fanno agli uomini verun male; un cac- » ciatore se ne porta una in groppa a cavallo, cogli occhi bendati, attaccata » ad una catena, tiensi sui passi delle bestie che vengono ricacciate, e che » si fanno passare dinnanzi ad essa più da vicino che sia possibile : quando

» il cacciatore ne scorge qualcuna sbenda gli occhi alla lonza, le rivolta la
» testa dal lato della bestia ricacciata; s'ella la scorge getta un grido, slan-
» ciasi a gran salti, gettasi sulla bestia e l'atterra; ma se non la raggiunge
» dopo alcuni salti, disgustasi d'ordinario e s'arresta; allora si va a prender-
» la, e per consolarla la si accarezza . . . Ho veduto una caccia siffatta nel-
» l'Ircania, l'anno 1666 . . . Hannovi colà di queste bestie addestrate che fanno
» destramente la caccia; si strascinano sul ventre lungo le siepi e le fratte
» finchè giungan vicino alla preda, e allora vi si slanciano sopra (Viaggio di
» Chaudin nella Persia, ecc. Amsterdam 1711. Tom. II. pag. 32 e 33). Vedi
» parimenti il viaggio intorno al mondo di *Gemello Carreri* (Parigi 1719. To-
» mo II, pag. 96 e 212) ove per altro l'autore sembra aver tolto molte cose
» da Chaudin.

» Quo tempore perveni *Alexandriam* . . . . . duos pardos vidi apud
» Antonium Calepium . . . Usque adhuc cicures erant et mansueti ut sem-
» per in lectulis decumbentes dormiebant . . . Carne eos nutriebant : saepe
» a nobis cum pardo ibatur ad venandas gazzellas , et pugnam inter ipsos
» pulcherrimam quae fiebat admirabamur, praesertim gazellae artificium cum
» pardo cornibus durissimis armatae pugnando, sed eam tamen multo fatiga-
» tam atque ex pugna admodum defessam interimebat. Cairi postea vidimus
» quamdam mulierem quinque catulos recentes a panthera effusos ex Arabe
» coemisse eosque ut feles aluisse . . . . Erant omnino visu pulcherrimi albi-
» cabant colore *maculis parvis rotundis toto corpore variati* . . . . Parum qui-
» dem differentiae inter pardum et pantheram observavimus intercedere : pan-
» thera quidem major et toto corpore est et capite , atque multo ferocior
» (Prosper. Alpin. Histor. Aegypt. pars I. Lugd. Batav. 1735. pag. 238 ».

« Accepi a quodam oculato teste in aula regis Galliarum leopardos duo-
» rum generum ali, magnitudine tantum differentes : majores vituli corpu-
» lentia esse, humiliores, oblongiores; alteros minores *ad canis molem acce-*
» *dere*, et unum ex minoribus aliquando ad spectaculum regi exhibendum ,
» a bestiario aut venatore equo insidente, a tergo super stragulo aut pul-
» vino vehi alligatum catena, et lepore objecto dimitti, quem ille saltibus ali-
» quot bene magnis assecutus jugulet (Gesner. Hist. Quadrup. pag. 831) . . . »

Queste storie e queste autorità riportate dal conte di Buffon nell'articolo della piccola pantera , da lui definita e chiamata *Once Luenza* o *Lonza* ; quella gravissima di Prospero Alpino che vide precisamente nell'Alessandria, dalla quale sono provenuti i nostri individui , gli animali ammessi come lonze dal francese naturalista, e che rivide pure nel Cairo taluni di quelli

animali piccini *maculis parvis rotundis toto corpore variati* : la testimonianza di Gesnero, che sulla fede di un testimonio oculare, asserisce che nella corte reale di Francia si possedeva un *leopardo* della mole di un cane, e che si adoperava alla caccia; siccome alla caccia si adoperavano le piccole pantere o lonze, secondo quello che dal conte di Buffon ne abbiamo trascritto, e come oggi pure vi si adoperano i ghepardi: il ricordare finalmente, che il Ghepardo a criniera essendo indigeno dell'Asia , quello macchiato è proprio soltanto dell'Africa (dalla quale i nostri esemplari, di abito cagnesco e di pelle macchiuzzata alla maniera che venne descritta da Prospero Alpino, ci sono provenuti): tutto ci porta a ritenere, che probabilmente si possano riguardare per lonze, gli animali venuti dall'Abissinia in dono al Sommo Pontefice Papa Pio IX: i quali rinnoverebbero così la grata memoria del presente già fatto al Pontefice Leone X da quel Emanuello di Portogallo, che costituì l'era d'oro per il suo regno; siccome Leone X diè nome al suo secolo, e il IX Pio darallo al suo.

Abbiamo accennato che oggi ancora i ghepardi si adoperano alle caccie , che anzi l'arte onde queste vengon condotte, richiama e conferma quello che intorno alla lonza ne ebbe narrato il Buffon.

Ne trarremo qualche appunto dall'opera di *Brehm* (Vol. I, pag. 314). Cominciando dal ricordare che i ghepardi d'Africa si adattano, quantunque men facilmente di quelli d'Asia, alla caccia, lo che vien confermato dall'autore testè citato con queste parole :

« On a dit que les Abyssiniens se servaient aussi du guèpard d'Afrique pour » la chasse; je n'en ai rien vu, et ni Rüppel ni Heuglin n'en parlent. Von- » der-Decken m'a assuré cependant avoir vu des guépards dressés et appri- » voisés chez les Arabes du nord de Sahara ».

« Pour ces chasses, on chaperonne le guépard, et on les place sur un petit » chariot à deux roues propre au pays. Quelques chasseurs le prennent en crou- » pe. Lorsqu'on a découvert une troupe de gibier, on cherche à l'approcher » autant que possible, et dès qu'on n'en est plus qu'à deux on trois cents » mètres, le chasseur, déchaperonnant le guépard, lui montre le proie.

» Dès qu'il l'a aperçue, toute son ardeur s'éveille, toute sa ruse et sa sou- » plesse se manifestent. Sans bruit, il descend du chariot, rampe vers le trou- » peau, bondit sur la victime et la renverse ».

Chi non direbbe che la descrizione di Brehm è calcata per la parte sostanziale, su quelle riportate dal Plinio francese, allor che fece la storia della sua piccola pantera ?

Crediamo adunque di poter dire, che gli argomenti di analogia e d'indu-

zione sembrano tutti in favore del proposto ravvicinamento del ghepardo d'Africa, ossia del ghepardo macchiato dei moderni, con la piccola pantera o con la lonza dei scrittori antepassati.

A maniera di corollario ed a conferma del fin qui esposto ricorderemo, che i ghepardi sono per i cacciatori asiatici e *furono per i cacciatori africani*, quello che i falchi per la nobiltà medio-evale nelle corti d' Europa. Ricorda il Brehm (1) che « lo *Schah* di Persia si fa venire i ghepardi dall'Ara-
» bia. Nel 1474 Giuseppe Barbaro vide cento ghepardi presso il Principe d'Ar-
» menia; Orlich nel 1842 ne vide presso di un principe indiano; il principe
» Waldemar di Prussia assistette a Delhi ad una caccia coi ghepardi. Di si-
» mili caccie si sono pure vedute in Alemagna ed in Francia. L'imperatore
» Leopoldo I. ricevè dal Sultano due ghepardi avezzati dei quali si servì più
» volte, e Francesco I. da ciò che ne dice Gesner (ed è il caso da noi su-
» riferito parlando della lonza) impiegava qualche volta per la caccia del
» lepre i ghepardi custoditi nel suo serraglio ».

Noi per verità riflettendo alla facilità con la quale si avezza alla caccia il ghepardo a criniera, che perciò è molto comune e diffuso nelle corti asiatiche; ripensando a quanto Brehm asserisce, di non avere cioè veduto i ghepardi d'Africa adoperati comunemente per lo stesso oggetto; e studiando, ciò che più monta, gli istinti degli esemplari ch'erano stati messi dal S. Padre a nostra disposizione: stimiamo che assai meno facilmente si riuscirebbe a fare con un copioso stuolo dei medesimi, quello che i principi indiani fanno con la specie asiatica, conducendone gl'individui a centinaja alle grandi caccie. Ed infatti se riesce difficile il governarsi fra tre soli di quella genìa, a chi mai darebbe l'animo di assicurarsi in mezzo a mille dei medesimi, quanti cioè, per testimonianza del Brehm, avvenne talora di vederne condotti a'quei regali sollazzi?

A dare intanto una remota idea della nativa ferocia, che per chiusura e cattivi trattamenti e più ancora per malnato istinto, dispiegano talvolta cotesti animali dalla gajetta pelle, ci sia lecito di finire traducendone dallo stesso scrittore tedesco una storia; quantunque essa riguardi la specie del ghepardo asiatico, riconosciuta più mite di quella del ghepardo africano.

« Tre ghepardi di *Tippo-Saib* (1) furono rimessi in dono al Re d'Inghil-
» terra, non ne giunsero però che due soli a Windsor, venivano accompagnati
» dai loro guardiani arabi ai quali obbedivano siccome cani dei meglio fa-
» migliarizzati: questi d'altronde erano mansi e carezzevoli con tutti.

(1) Op. e luogo cit.

» Gl'indiani domandarono istantemente che i ghepardi non venissero rinchiusi
» entro gabbie, e che si continuasse a trattarli con quella dolcezza a cui insino
» allora erano stati i medesimi assuefatti. Non si tenne conto alcuno della loro
» preghiera. Il Re ordinò che i due uomini facessero ritorno a Bengala e che
» i due animali venissero consegnati ai custodi ordinarii del serraglio.

» I nostri due ghepardi rinchiusi in una gabbia incommoda e sottoposti ad
» un trattamento brutale, divennero in breve tempo tanto feroci che non si
» osava di più avvicinarli.

» Un bel giorno la porta della lor gabbia essendo mal chiusa, essi sortirono,
» e quando parve che si volesse riprenderli, presero tale atteggiamento, che
» niuno osò di arrischiarvisi.

» Il Re ordinò che venissero uccisi a colpi di moschetto; ma tale ordine
» essendo stato casualmente conosciuto dagli Indiani i quali allora erano vicini
» all'imbarco, mostrarono tale disperazione e domandarono istantemente così
» che fosse loro permesso di provare ancora con le buone *a ridurli*, che venne
» sospeso il decreto fatale, e si permise loro di ritornare per qualche tempo
» a Windsor.

» La porta della corte (ove erano gli animali) essendo stata aperta, uno degli
» Indiani entrò e chiamò a nome il ghepardo che più gli stava vicino. L'ani-
» male non volle riconoscerlo e grugnì in aria di corruccio. Turbossi l'indiano
» e sortì immediatamente, ma presto si rianimò bevve un bicchiere di ginepro,
» rientrò quindi nel cortile insieme con il suo compagno: ciascuno di loro
» portava uno di quei cappucci co'quali si tiene (in caccia) camuffato il capo
» dei ghepardi, presso a poco così come tengonsi camuffati i falchi infino al
» momento in che si mostra loro la preda.

» Il ghepardo che aveva dato indizi di collera la prima volta, grugnì
» ancora allorquando si andava verso di lui, e come l'indiano che andava innanzi
» gli fu abbastanza vicino, l'animale si precipitò sopra di lui stramazzollo a
» terra, gli lacerò le braccia; ma al momento in che rialzava la testa, l'altro
» indiano gliela coprì col suo cappuccio, e l'animale rammentandosi subito delle
» sue antiche abitudini, accovacciossi e lambì le mani del custode ch'egli avea
» morso. Quanto all'altro ghepardo bastò di mostrargli il cappuccio perch'egli
» subito si sottomettesse. » Fin qui lo scrittore tedesco.

Ove si spogli della forma romantica il precedente racconto, altro pare non se ne potrebbe inferire, se non che codesti animali sono come tutti gli altri soggetti alle leggi dell'istinto ed a quelle delle abitudini. Ond'è che se educati a vita libera e girovaga, vogliansi tutto ad un tratto accostumare a

diverso trattamento; riuscirebbe sommamente rischioso, ove venisse fatto ad essi d'uscire di prigionìa, il volerneli poi nuovamente rinchiudere; ed allettandoli con la voce e coi modi usati a blandizie si riuscirebbe a nulla, mentre l'istinto e le abitudini li ratterrebbero nella libertà inaspettatamente riconquistata. Si provi per un lasso di tempo più o men lungo, a ritenere un bull-dog alla catena; e poi se un bel giorno venisse a lui fatto di sguinzagliarsi, vorrei che si provasse d' invitarlo col nome usato a ritornare al ceppo antico. Chi vorrà credere ch'egli moverebbe spontaneo i passi verso della sua catena?

Laonde ciò che a parer nostro caratterizza l'istinto feroce del ghepardo nel racconto surriferito, non è già la resistenza ch'esso addimostrò all'indiano che lo appellava; ma sì bene lo atterrare che esso fece quel medesimo, investendo e mordendo l'uomo amico che avealo tenuto in cura per tanto tempo.

Accennammo che i nostri individui mostravansi anch'essi con sinistre tendenze. Giudicammo adunque non convenisse accordar loro quella libertà, che nelle capitali civilizzate, neanche sempre si può consentire agli animali domestici.

Questo è quello che potei raccogliere intorno ai ghepardi donati dal S. Padre, i quali se sempre furono stimati regalo degno di un sovrano, molto più grati riuscirono per noi, mentre in tempi calamitosissimi ci ricordarono il bel secolo di Leone X, e la vita tempestosa di quel sommo poeta che spaventato da una fiera, simile probabilmente alle nostre, disse di se

Mentre ch'io ruinava in basso loco
Dinnanzi agli occhi mi si fu offerto
Chi per lungo silenzio parea fioco.

Faccia Iddio che noi pure avviati con lui alla *Città dolente*, confortati da Lucia (*) giungiamo un giorno al *Beato Regno*.

(*) . . . . i' son Lucia
Lasciatemi pigliar costui, che dorme;
Sì l'agevolerò per la sua via.
Purgatorio, C. IX. V. 55.

ACCADEMIA PONTIFICIA DE' NUOVI LINCEI

(*Comitato segreto*)

L'Accademia col permesso dell'Emo Card. Protettore, e a proposta del Presidente riunitasi il 5 Marzo 1871 nelle Sale della S. C. di Propaganda Fide, si costituì in comitato segreto.

Il Sig. Conte Can.° Castracane propose che si domandasse alla superiorità di modificare l'articolo dello Statuto relativo alla durata ed alla rielegibilità del Segretario, esponendo che sarebbe parere non solamente suo ma eziandio di altri accademici, che si restringessero p. e. ad un triennio le funzioni del Segretario, e che il cessante non si potesse rieleggere per la prossima vacanza.

L'Accademia approvò unanimemente, per alzata e seduta, che la proposizione del Sig. Conte Can.° Castracane venisse indirizzata all'autorità competente.

Si procedette quindi per ischede segrete alla elezione del Segretario, ed essendo tredici i voti, risultò eletto con 11 voti il Prof. Vincenzo Diorio.

Passando alla costituzione del nuovo Comitato accademico risultò questo formato dal Rev. P. Angelo Secchi, da Mons. Nardi, dal Prof. Azzarelli. – Vennero eletti a censori S. E. il Principe D. Baldassarre Boncompagni ed il Rev. P. Domenico Chelini. – S. E. il Principe D. Baldassarre Boncompagni avendo esibito all'Accademia di continuare a sue spese la pubblicazione degli Atti accademici, ne ricevette gli omaggi di riconoscenza da tutti i presenti, che lo proclamarono benemerito dell'Accademia Pontificia de'Nuovi Lincei. – Finalmente i convenuti lamentando che taluni colleghi, abbandonando lo Statuto accademico abbiano mutato arbitrariamente il titolo dell'Accademia, nè potendo essi trovar giusto questo fatto, nè mostrarsi ingrati al munificentissimo restitutore e nuovo Fondatore dell'Accademia, e perciò volendo mantenere i dritti dei quali si trovavano legittimamente investiti, quai membri ordinarj dell'*Accademia Pontificia de'Nuovi Lincei*; pregarono unanimemente l'Emo Card. Protettore perchè volesse farsi interprete de'loro sentimenti ed intenzioni presso il *Santo Padre*, al quale si protestavano tutti riconoscenti per i benefizj continuamente largiti all'Accademia, dal giorno della sua nuova fondazione insino al presente. – L'Emo Camerlengo di S. R. C. accettò l'incarico.

La seduta aperta legalmente alle ore 4 pom. venne sciolta alle ore 6 $\frac{1}{2}$.

SOCJ PRESENTI A QUESTA SESSIONE

Onorò la seduta di sua presenza l'Emo Card. Camerlengo Protettore dell'Accademia il quale ne tenne la presidenza, ed i socj ordinarj B. Viale-Prelà Presidente – Mons. Nardi – Can.° Castracane – P. A. Secchi – M. Azzarelli – A. Cialdi – Ab. O. Astolfi – P. D. Chelini – B. Boncompagni – Contessa Fiorini-Mazzanti – Mons. B. Tortolini. – V. Diorio.

OPERE VENUTE IN DONO

Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze Matematiche e Fisiche, pubblicato da B. Boncompagni. Tomo III – Agosto 1870.

Sull' Ecclisse del 22 *Decembre* 1870. Lettera al R. P. Secchi del P. Rosa.

ATTI
DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA DE'NUOVI LINCEI

SESSIONE II' DEL 16 APRILE 1871

PRESIDENZA DEL SIG. COMM.re PROF. BENEDETTO VIALE PRELA'

MEMORIE E COMUNICAZIONI
DEI SOCI ORDINARI E DEI CORRISPONDENTI

SOPRA UN NUOVO METODO SPETTROSCOPICO
NOTA
DEL P. A. SECCHI.

Gli astronomi sono da molto tempo in cerca di un mezzo per poter vedere il sole diretto e le sue protuberanze colla stessa facilità con cui si osservano le macchie nel suo disco per mezzo di sostanze o vetri colorati. Lo spettroscopio ordinario se fa vedere le protuberanze non lascia vedere il sole, o almeno solo imperfettamente e in minima area: questo, non può negarsi, se soddisfa alla scienza, la chiude però in una cerchia di osservazione difficile oltremodo. La soluzione del problema si è cercata nelle sostanze assorbenti che lasciassero passare i raggi componenti le protuberanze di una determinata refrangibilità, ma finora questo è un desiderio, e nessun risultato serio è stato ottenuto. Solo coi vetri colorati si può coadiuvare l'azione dello spettroscopio.

Se io non sono stato fortunato abbastanza da risolvere si gran problema, sono però riuscito a tanto che mi è permesso di vedere nel campo dello spettroscopio lo spettro delle protuberanze, e il disco solare, preciso in modo da distinguervi le macchie e le altre particolarità come si fa coi vetri colorati communi. Ecco come.

Tutti gli astronomi finora si sono occupati di collocare i prismi dietro la fessura, e li hanno moltiplicati in batterie assai numerose. Nessuno ha pensato a metterli avanti all' objettivo e combinarli con quelli che sono dietro la fessura. Avendo io procurato un superbo prisma di flint purissimo di Merz del diametro di 6 pollici, che serve comunemente per l'analisi spettrale delle

stelle, ho voluto combinarlo collo spettrometro ordinario a tre prismi che mi serve comunemente per le ricerche solari.

Posto questo prisma avanti all' obiettivo e diretto il telescopio ad una stella si ha uno spettro squisito, talche in α Orione con oculare cilindrico ho potuto riconoscere nella sola zona del verde più di 160 linee distinte invece delle 8 o 10 che si vedono col prisma oculare. Ma col Sole che ha grande diametro lo spettro è impurissimo e il mezzo degli oculari ordinarii a nulla giova: solo l'imagine solare si vede tinta nel piano di dispersione dei colori dell'iride agli estremi. Ma se si faccia cadere questa imagine sulla fessura dello spettroscopio, si ha il risultato indicato di sopra.

Suppongasi la fessura corrispondente nell' orlo sfumato del sole presso al rosso: nel campo dello spettroscopio si vedrà lo spettro metà scuro e metà lucido, cioè del violetto fino al rosso sarà debole, dal rosso in giù sarà vivo, ma tollerabile all'occhio. L'orlo del disco solare sarà tagliente oltre modo: se sul disco nella parte che entra nel campo vi è una macchia, questa si vedrà nettissima come attraverso un vetro rosso. Se si ponga la linea di demarcazione dell'orlo solare in modo che essa cada sulla C, si vedrà brillare la linea dell'idrogeno fuori del disco solare, e a una distanza dall'orlo eguale alla altezza della protuberanza o della cromosfera.

Quindi è che si può vedere la riga rossa dell'idrogeno separata dal lembo per 1, 2, o 3 minuti secondo l'altezza della facola o della protuberanza, il che dà un mezzo di valutarne l' altezza. Ma il più singolare si è , che se nel prolungamento della linea normale al punto dell'orlo che si guarda vi sia una macchia, o una facola essa si vede nettissima, nella parte del campo più illuminato dello spettro. La teorica di queste apparenze non è difficile.

Infatti è facile il comprendere come l'azione del prisma obiettivo debba necessariamente produrre sulla fessura una sovrapposizione di varii spettri che decomposti ciascuno dal secondo sistema debba dare il campo diviso in varie parti secondo il punto dell'orlo del sole di ciascuna imagine sovrapposta che cade sulla fessura : ma non era facile prevedere una tanta precisione di imagine nello spettro, quanto in effetto se ne osserva. Mi dispiace di non poter quì presentare disegni esatti non avendo avuto tempo di farli, ma quel che posso dire è che esso è sorprendente. Le minime irregolarità del lembo solare vedonsi come attraverso un vetro colorato perfettamente.

Se si allarga la fessura l'imagine perde della sua precisione, ma può allora vedersi la forma della protuberanza, come nello spettroscopio ordinario.

Si ha adunque il modo di osservare le macchie solari e una porzione di disco solare, e con esso le protuberanze: il che sodisfa ai voti degli astronomi.

Se non chè tal mezzo ha finora un serio inconveniente, cioè di esigere un ampio prisma objettivo, capo assai costoso, e di non facile maneggio. Concepii però speranza di poter riuscire a ottenere lo stesso risultato coi prismi oculari, e così diminuire la spesa e la fatica nel maneggio, e già i primi risultati ottenuti con un prisma a visione diretta posto presso la fessura mi danno molta speranza di un felice risultato, ma il cattivo tempo mi ha finora impedito di provarlo in piena regola. Splendendo un raggio di sole discretamente lucido e puro poco prima di venire alla seduta, ho riprovato il detto prisma a visione diretta posto poco avanti alla fessura, levando il prisma objettivo. Ho veduto altrettanto bene, salvo che con un poco di minor luce per l'assorbimento maggiore. Il nuovo spettroscopio è così ridotto alle forme ed alle economie dell'usuale apparato, e potrà servire a ricerche novelle che spero potrò eseguire sotto l'aspetto di risolvere le questioni pendenti. La sola condizione è di avere un prisma a visione diretta che sia perfetto.

Una delle cose in cui sarà utile questo sistema sarà quella di verificare se le protuberanze siano proprio sopra le macchie e le facole. E benchè questo si possa ottenere in altri modi come io già dimostrai nella memoria pubblicata nella Società Italiana nel 1869, pure sarà utile il ritornare su questo argomento.

P. S. – Dopo la lettura ho confermato la squisita maniera di operare con questo sistema. L'osservazione dell'altezza delle protuberanze non solo è facile; ma nè anche esige micrometro, potendo a ciò servire le righe spettrali stesse. Il valore delle distanze delle righe si prende facilmente col solito metodo del tempo per mezzo de'passaggi. Solo è da studiarsi un poco qual sia la distanza più conveniente del prisma a visione diretta dalla fessura. È inutile dire che un tal prisma deve essere squisito e perfetto. Il nostro è uno di Merz. In altra comunicazione darò conto dei risultati ottenuti : per ora i pochi casi osservati combinano a dare le protuberanze sulle facole.

Ricerche Solari. Nota del P. A. Secchi.

Il Sig. Prof. Respighi in una comunicazione fatta alla R. Ac. de'Lincei in Campidoglio ha *preso ad esame l'articolo* pubblicato nel 31 marzo nel *Bullettino* meteorologico dell'Osservatorio del Collegio Romano, e preteso provare che *i fenomeni da noi osservati nel bordo solare non giustificano punto le conseguenze che* ne abbiamo dedotto *riguardo alla natura delle macchie ed alla fisica costituzione del sole. Questi fenomeni straordinarii furono da lui osservati* (dice l'articolo inserto nella *Gazzetta* officiale del 13 aprile) *molte volte nel corso delle sue continue osservazioni spettroscopiche sul sole e fu condotto ad ammettere* a) *che lo strato rosato è molto basso, e forse mancante sul nucleo nelle macchie solari,* b) *che le facole non si devono confondere nè immedesimare colle protuberanze, quantunque da esse dipendenti,* c) *che le facole non sono parti sporgenti della fotosfera* ecc.

Fa inoltre rimarcare il Respighi, d) *che la moltiplicità delle righe spettrali, o l'eruzione di molte altre sostanze oltre l'idrogeno non si verifica in tutte le facole assai lucide,* e) *ma soltanto nei getti prossimi ai nuclei delle macchie, e che* f) *la riga gialla* D^3 *si riscontra costantemente nelle nubi idrogeniche,* g) *anche nelle grandi distanze dal bordo solare, non già soltanto rarissime volte come ammette il Secchi.*

Cominciamo dal dire che l'articolo incriminato nulla conteneva, che fosse diretto contro il ch.° Professore: che se in esso espongonsi idee un poco diverse dalle sue, questo è perchè Egli ne ha esposte tante, e tutte contrarie a quelle tenute da altri nella scienza, che è impossibile trattare di queste materie senza essere in opposizione con esso Lui. E noi non ci daremmo pena di ciò pel presente come pel passato, se non fosse che questa volta ci oppone alcune cose che noi non troviamo aver detto. Così per cominciare dall'ultima g) noi non troviamo averla mai detta, molto meno poi trovasi nel citato articolo. Intorno a questa riga noi diciamo che la sua materia *avendola trovata* non conformarsi sempre in nube come fa la rossa dell'idrogeno, mostra che essa non appartiene a questo gas. Del resto non possiamo aver detto che la D_3 non si trovi a grande distanza dall'orlo solare, perchè fino dal tempo delle nostre prime osservazioni abbiamo dato le figure della sua enorme altezza. Molto meno poi f) che la D_3 non si trovi nelle nubi idrogeniche, ma si è detto che nella D_3 mancando la nube, si vede il getto vivo spoglio dall'inviluppo nebuloso, e che ciò fa un gran vantaggio per riconoscere la forma dei getti. Le due cose son ben diverse.

In quanto agli altri articoli della critica, essi o sono idee teoriche tutte sue o sono fatti che non crediamo osservati colla debita esattezza e generalità. Per le idee teoriche non ne prenderemo molta cura : non così pei fatti, perchè con essi il prof. Respighi viene a tacciare noi di poca oculatezza nelle osservazioni.

Tale è l'articolo *a*) che lo strato rosato sia molto basso e forse mancante sul nucleo delle macchie solari. A ciò risponderemo che molto prima di lui noi abbiamo delineato il contorno dello strato rosato nella vicinanza delle macchie, e per ciò basta consultare la nostra memoria pubblicata negli Atti della Società Italiana dei quaranta, e le figure date pei giorni 21 aprile, 3 maggio, e 16 maggio 1869. Ivi abbiamo notato esser la cromosfera più alta fuori del nucleo che sul nucleo stesso, ma ciò non prova altro se non che essa è più alta ove sono la facole, il che, sapevamo. Sul nucleo però è ben falso che manchi questo strato, e senza volere indagare la causa dell'errore del sig. Professore noi diremo che le nostre osservazioni dicono il contrario. Ce lo dicono all'orlo, ove noi troviamo abitualmente la riga C viva, e ce lo dicono le macchie stesse sul disco (il che è anche più concludente), perchè ivi la C spesso si vede rovesciata, e sempre indebolita assai. Che i getti poi *e*) si trovino a preferenza sulle parti prossime al nucleo, e nei suoi contorni, questo combina bene col fatto sul quale noi abbiamo forse pei primi insistito, che il contorno de'nuclei è realmente formato assai spesso di facole, e che ivi si sviluppano veli rosati in copia, i quali veli rosati sono fatti molto probabilmente dalla materia delle protuberanze.

In quanto a ciò *b*) che le facole non devono confondersi colle protuberanze, quì il chiarmo sig. Prof. ci espone delle idee che non comprendiamo. Egli dice che le protuberanze non si devono confondere nè immedesimare colle facole, e poi concede che sono da esse dipendenti. Ora questa dipendenza qual sarà se non di causa ad effetto ? Non fa caso l'autore della critica della distinzione da noi fatta tra getti e nubi, e che se manca talora la facola ove sta una protuberanza ciò è per le ragioni da noi accennate nell'articolo, e principalmente perchè quella è una nube. Se avesse fatto attenzione a queste distinzioni non avrebbe negato un fatto che noi abbiamo accertato fino dai primordii di questi studii e prima assai che esso se ne occupasse. Che se si dirà (come si è solito) che le nostre prime conclusioni potevano essere avventate, come quelle che non erano appoggiate da lunga serie di osservazioni, noi replicheremo, che essa asserzione non fu emessa leggermente, ma che anche nel breve tempo allora passato eravamo già arrivati a tal numero di fatti

che ci garantivano quella conclusione che poscia fu dai fatti posteriori confermata. Il nostro metodo di fare le osservazioni solari proiettando in una camera affatto oscurata il disco solare su carta bianca, ci dà il modo di riconoscere la presenza delle facole molto meglio che con qualunque altro mezzo. È perciò che possiamo parlare con qualche sicurezza in proposito. Varie volte ci siamo divertiti a predire la posizione della facola sull'orlo, ove vedemmo una protuberanza, e viceversa, e non siamo mai stati smentiti se la protuberanza era viva, e conteneva getti. Se era di nube mancava talora, perchè, come si sà, le facole pallide non si vedono oll'orlo.

Che poi *c*) le facole non siano parti sporgenti della fotosfera è questa una sua opinione, e ognuno è padrone di avere quelle che vuole, noi teniamo il contrario dietro le nostre proprie osservazioni di fatti che ci provarono la loro elevazione anche prima che si creasse la spettroscopia. Questa sua è una opinione simile a quella *che le macchie non sono cavità* (art. citato) sulla quale esso insiste a lungo in altra memoria, e siccome questo soggetto mi può dare occasione di esporre qualche cosa nuova, io mi ci fermerò alquanto.

Il sig. prof. crede che le macchie siano scorie galleggianti sul liquido dell' oceano solare. Tale ipotesi non è nuova, Gautier l' avea sostenuta e altri primi osservatori del secolo scorso. Anche alcuni alemanni usano la parola *scorie* , ma altri hanno attenzione di non dirle semplicemente scorie, ma *art-sclaken* cioè *specie di scoria*, e dal loro contesto (almeno in alcuni scrittori) rilevasi esser scorie piuttosto gassose, in altri termini, fumi. (V. Schellen, *Spectralanalyse* , § 48, pag. 277). Questa ultima idea non è contraria a ciò che noi abbiamo sempre sostenuto, che le macchie fossero cavità, non vuote, ma piene di materie meno luminose. Lo spettroscopio convalida quotidianamente questo modo di vedere, perchè mostra che le macchie sono regioni di profondo assorbimento come c' indica la dilatazione delle righe. Sò che il sig. Respighi nega anche queste conclusioni, e può esser questa un'altra opinione speciale contro la quale noi non vogliamo combattere, solo però crediamo bene avvertire che tutti quelli che con istrumenti competenti si sono occupati di questo studio come i sigg. Lockyer Huggins e Young, tutti sono arrivati alla stessa conclusione. Nè questo è un fatto isolato, ma generale e costante.

Anche l'altro ieri nelle belle macchie esistenti sul disco vedemmo il rovesciamento *elettivo* delle linee tanto chiaro, che mentre la riga C svaniva affatto, la 7 di Van der Willingen ossia la 720 di K. diventava più nera della stessa C, mentre al contrario altre restavano inalterate. Ora le cause ottiche da

lui invocate come possono spiegare quelle azioni elettive? che se le macchie sono ammassi di vapori assorbenti qual difficoltà vi può essere che essi riempiano de' grandi bacini nello strato fotosferico, e perciò quelle che diciamo macchie siano in sostanza vere cavità nella massa lucida, e non già vuote, ma (come ho detto nella mia opera *le Soleil*) piene appunto di queste materie a diversa temperatura, e però fortemente assorbenti?

È poi una singolar maniera di argomentare per sostenere le proprie opinioni quella di negare i fatti più accertati. Tale n'è per esempio quello che riguarda le intaccature osservate all' orlo del sole all' occasione delle grandi macchie prossime a sparire. È apposta che noi nella nostra precitata opera abbiamo (pag. 62) riportato i disegni non fatti da noi, ma dal sig. Tacchini; e se mancassero testimonii contemporanei di simili fatti ne abbiamo degli antichi, i quali li notarono prima di ogni idea preconcepita. Nelle memorie dell'Accademia delle scienze di Parigi dell'anno 1720 si legge che nel 21 decembre 1719 si ebbe una macchia grandissima = *Elle était si grosse que quand elle arriva au bord occidental elle y* FIT UNE ÉCHANCRURE NOIRE, *au lieu que des taches plus petites disparaissent absolument en cet endroit par la raison optique* = e ancora per altre ragioni, come abbiamo indicato nell'opera nostra.

Benchè le questioni scientifiche non si decidano per autorità, tuttavia non riuscirà discaro ai lettori di conoscere qual sia su questo particolare il sentimento degli astronomi, e di quelli stessi che hanno riprodotto nel nostro *Bullettino Meteorologico* 31 Decembre 1870 l'articolo del sig. Respighi nell'*American journal of sciences di New Haven*. « Questa conclusione del sig. » Respighi (dice la nota opposta in fine al detto articolo) è in opposizione » interamente (*is at variance entirely*) con quella degli altri osservatori, a » meno che l'autore non lasci avvertentemente fuori la considerazione della » penombra o non faccia distinzione tra essa e l' ombra. Le osservazioni di » Wilson nel secolo passato e di molti altri appresso hanno mostrato che il » nucleo è assai spesso (se pur non generalmente) più basso che la penom- » bra e le masse luminose circostanti: il sig. De la Rue avendo anni sono » fatto due fotografie di una stessa macchia ad intervallo di uno o due » giorni, quando le ebbe messe in uno stereoscopio la macchia presentava » l'aspetto di un imbuto, mostrando la parte centrale oscura più bassa, an- » che Zöllner e Lockyer hanno trovato che lo spostamento delle linee nello » spettroscopio indica talvolta un evidente movimento discendente in quella » parte della macchia. In un articolo riportato nel Philos. Mag. Nov. 1870. » il prof. Zöllner dice = quasi tutti gli osservatori sono d'accordo in ammet-

» tere che l'ombra giace ad un livello più basso che le parti circostanti. =
» La sua profondità è stâta determinata parte da Dela Rue, Stewart, Loewy
» con osservazioni dirette, e parte da Faye indirettamente di circa 8″. ».

E noi aggiungeremo, che prima di questi ultimi l'avevamo fatto anche noi stessi. E in quanto al moto se non abbiamo osservato il moto discendente, abbiamo però verificato quello delle masse convergenti verso il centro delle macchie e nelle protuberanze vicine, i cui pennacchi abbiamo trovato spesso rivolti verso le macchie stesse. Queste cavità potevano esser difficili a concepire quando non si avea una idea precisa della fotosfera solare, ma ora mediante la spettroscopia avendo trovato che esse sono piene di vapori più densi e assorbenti non vi può esser difficoltà ragionevole.

Del resto che enormi dislivelli esistano attualmente nella fotosfera per spiegare queste cavità, e la sporgenza delle facole, (altra cosa negata dal Respighi), che siano elevazioni accompagnate da getti, ne abbiamo avuto prove in varie occasioni, ma una lampante era visibile giorni sono. A dì 9 Aprile una delle grandi macchie allora visibili presentava nella penombra due serie di correnti parallele che si incrociavano ad angolo retto come le dita di una mano sovrapposti a quelli dell'altra ortogonalmente. Può questo aspetto aversi senza un notabile dislivello? E se questi dislivelli esistono in alcuni casi, essi certamente possono esistere anche in tutti quegli altri la cui presenza è accennata dai fenomeni di prospettiva ben conosciuti degli astronomi.

Noi non terremo dietro al sig. Respighi nelle altre sue opinioni che differiscono dalle nostre, per varie ragioni. 1° Perchè sembra che esso voglia propugnare le opinioni diametralmente opposte a tutte quelle da noi emesse in materie ancora disputate, e sarebbe allora un tempo perduto. 2° Perchè stando noi ora impegnati a preparare una edizione del *Soleil* in germania, avremo occasione di schiarire molti punti ancora controversi, e dove troveremo la verità non ci vergogneremo di cambiare quello che abbiamo detto nella 1ª edizione. 3.° Perchè avendo in questi giorni trovato un modo con cui possono vedersi le protuberanze e le macchie solari simultaneamente, anche quando queste sono a molta distanza dall'orlo dentro il disco, così sarà cosa molto facile decidere questo punto controverso, anche senza il metodo già da noi indicato nel 1869.

Solo a questo proposito noi avvertiamo una cosa, ed è, che la mancanza di getti visibili sopra i nuclei delle macchie non è una prova che essi non siano centri di emanazioni provenienti dall'interno, perchè i gas possono esservi ma trasparenti per più elevata temperatura, o opachi per una minore, e in am-

bedue i casi non sarebbero visibili. La minor temperatura sarebbe una conseguenza necessaria della dilatazione che subiscono le masse gazzose nel passare dalla forte pressione dovuta a una grande profondità, e venire alla superficie. In tale uscita i vapori fortemente si raffreddano. Tutti sanno che si può impunemente tener la mano in un getto di vapore che esce dalla valvola di una caldaia a 5 atmosfere, e a 150 gradi di temperatura. Ciò sarebbe impossibile nel vapore interno, ma nell'uscire il gas si dilata, e si raffredda, ne nasce una condensazione che senza renderlo liquido lo rende assorbente e resta imperfettamente trasparente. Con tal raffreddamento ne nasce una forza aspiratrice dentro la macchia, che spiega come le correnti fotosferiche affluiscono nel suo interno, e vi sia quel *down-rush* (corsa all'ingiù) osservato dagli inglesi spettroscopisti. Ma potrebbe anche essere che ivi i gas malgrado tal raffreddamento fossero più caldi della fotosfera circostante, e perciò più trasparenti che il resto della specie di nebbia che costituisce la fotosfera. Le due opinioni hanno entrambe il loro peso, e in ambedue si verifica che solo al contorno della macchia i getti possono restar visibili sulle facole, appunto perchè essi non escono da grande profondità e sono piuttosto la materia della fotosfera sconvolta, messa sottosopra e sollevata in alto meccanicamente.

Senza ciò è difficile capire come tutto intorno possano esservi getti e sollevamenti e nessuno trovarsene nell'interno della macchia. Però non negheremo che in altro modo può concepirsi la cosa. Osservazioni *non poche* ci mostrano che le facole e i *getti* che *precedono* le macchie sono più vivi e più alti che quelli che le seguono, e che appresso vi sono piuttosto nubi rosate che getti. Potrebbe essere allora che i centri principali di eruzione fossero nella regione precedente della macchia, e che il nero di questa fossero questi stessi gas che si trovano arretrati e raffreddati per espansione, o resi trasparenti dal calore interno.

Noi non pretendiamo nè abbiamo mai preteso di sciogliere tutti i problemi delle macchie, ma usiamo delle ipotesi come mezzi per scoprire la verità e come l'artiere usa un arnese, che lo getta poi se non gli serve. Ma non devono le ipotesi falsare i fatti nè far supporre ciò che non abbiamo detto.

Tale sarebbe l'avvertimento che ci dà il sig. prof. Respighi *d*) che *la moltiplicità delle righe spettrali non si verifica in tutte le facole*. Noi non abbiamo mai detta tal cosa, nè potevamo dirla, perchè avendo noi forse prima del sig. Respighi distinto le due specie di protuberanze, le nubi e i getti, abbiamo espressamente notato che nelle prime mancano i getti metallici, che

trovasi nei getti, e anche in questi del resto è notissimo che le altre righe fuori dell'idrogeno e della D^3 sono sempre bassissime.

Questa distinzione di forme la troviamo ora convalidata anche dai bei disegni pubblicati dal sig. Young (V. Schellen, op. cit. pag. 418), ove sono bene distinte le sfumature proprie di questi oggetti, e non ha luogo quella costante forma arborescente che per noi è stata impossibile a verificare tranne in rari casi, e ci ha condotto alla distinzione delle due categorie di proberanze, mentre per noi tali alberi erano come i castelli che si imaginano dai pittori nelle nubi.

In qualche caso le ramificazioni è vero possono *grosso modo* paragonarsi ad alberi, ma lo ripeto rare volte. Io mi permetto di presentare all'accademia i disegni di alcune di queste prominenze, fatti non da me che sarei sospetto, ma dal sig. Lais ove si vede in varii tipi la vera forma di questi getti e di queste nubi. Il sig. Tacchini che a Palermo ora studia questi fenomeni è ancor esso venuto nell'idea della distinzione suddetta, e che le figure arborescenti non sono che l'effetto di piccoli ingrandimenti mentre coi maggiori si vedono le cose sotto un aspetto assai diverso. Ciò non fà meraviglia perchè lo stesso succede in tutti gli oggetti sfumati e indecisi, come sono le nebulose, le comete ecc. Sarà dunque meglio, anzichè battagliare per teorie inutili, il cercare di confrontare i risultati che si ottengono con varii strumenti, che così non attribuiremo a imperizia degli osservatori ciò che apparisce diverso dai proprii risultati.

SULLA TEORICA DI ALCUNE CURVE PEDALI

MEMORIA

DI MONSIGNOR BARNABA TORTOLINI

PROFESSORE DI CALCOLO SUBLIME NELL'UNIVERSITA' ROMANA ED UNO DEI QUARANTA DELLA SOCIETA' ITALIANA.

1° Se da un punto fisso scelto nel piano di una curva data si abbassino delle perpendicolari sulle tangenti della detta curva il luogo geometrico dei piedi di tutte le perpendicolari produrrà una nuova curva proveniente dalla antecedente secondo l'indicata legge. Queste curve diconsi *curve pedali*. Da lungo tempo in differenti mie Memorie mi sono occupato delle differenti proprietà di queste curve, e che dal sig. W. Roberts di Dublino furono chiamate curve *derivate positive*, ovvero curve di rango positivo; quando sulla curva derivata o sulla curva pedale si faccia la stessa deduzione somigliante, in questa guisa si darà luogo ad un numero indefinito di nuove derivate positive una dall'altra secondo la stessa legge. È facile, data che sia l'equazione della curva primitiva, di stabilire l'equazioni dalle quali dipende l'equazione della curva derivata. Infatti se sia

$$u = f(x, y) = 0$$

l'equazione della curva data, e sieno X, Y le coordinate di un punto qualunque della tangente si avrà per la sua equazione

$$(X - x)D_x u + (Y - y)D_y u = 0.$$

Se per maggior semplicità l'origine delle coordinate sia il punto dal quale si abbassi la normale sulla tangente si avrà pure

$$\frac{X}{D_x u} = \frac{Y}{D_y u}.$$

Di qui per i valori di X, Y si avrà

$$(1) \qquad X = \frac{D_x u(x\, D_x u + y\, D_y u)}{(D_x u)^2 + (D_y u)^2}, \quad Y = \frac{D_y u(x\, D_x u + y\, D_y u)}{(D_x u)^2 + (D_y u)^2}.$$

Riducendo i secondi membri a funzioni di una sola variabile l'eliminazione di questa porgerà l'equazione della nuova curva fra X, ed Y. Supponendo che l'equazione fra le variabili x, y sia risoluta rapporto ad y, cioè

$$y = f(x), \quad \frac{dy}{dx} = y' = -\frac{D_x u}{D_y u}$$

i precedenti valori diverranno

$$(2) \qquad X = -\frac{y'(y - yx')}{1 + y'^2}, \quad Y = \frac{y - xy'}{1 + y'^2}$$

Si farà uso o delle (1) o delle (2) secondo la qualità delle applicazioni, che si sceglieranno.

2° Indichiamo ora un'altra legge di derivazione, la quale mai si potrà ricondurre alla precedente. Se da un punto fisso che potrà essere l' origine delle coordinate si conducano dei raggi vettori ai differenti punti di una curva data, e quindi dall'estemità di ciascun raggio vettore s'innalzino delle perpendicolari, l'inviluppo di tutte queste perpendicolari produrrà una nuova curva alla quale saranno tangenti le indicate perpendicolari, le curve dedotte con questa legge si dicono curve *derivate negative* secondo la denominazione del Sig. W. Roberts. Qui pure è facile lo stabilire l'équazioni : infatti l'equazione di una delle perpendicolari elevate all'estremità di un raggio $\sqrt{x^2+y^2}$ sarà

$$Xx + Yy = x^2 + y^2$$

la condizione onde questa perpendicolare sia tangente ad una tal curva dipenderà dalla differenziazione della formola precedente essendo X, Y costanti, il che posto

$$(X - 2x)dx + (Y - 2y)dy = 0.$$

Di qui ponendo $dy = y'dx$ si avrà

$$(3) \qquad X = \frac{(x^2 - y^2)y' - 2xy}{xy' - y}, \quad Y = \frac{x^2 - y^2 + 2xyy'}{xy' - y}$$

e l'equazione fra X, Y della curva derivata negativa si otterrà dall' eliminazione di una variabile alla quale sieno ridotti i secondi membri di (X, Y). Indichiamo brevemente il nesso che passa fra le curve derivate positive, e le curve derivate negative : così se nelle formole (3) fosse data l'equazione fra X, Y della derivata negativa, e si cercasse di essa la curva derivata positiva si otterrebbe la curva (x, y). Nello stesso modo se nelle formole (2) fosse data l'equazione fra X, Y della derivata positiva , l'equazione risultante fra (x, y) sarebbe la prima derivata negativa della X, Y. Così per esempio prendendo le formole (2) del sistema positivo quando si applicasse alla ellisse di equazione $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, e si volesse la projezzione del centro sulle tangenti l'equazione della curva derivata sarebbe

$$(X^2 + Y^2)^2 = a^2X^2 + b^2Y^2.$$

Se ora dal centro di questa curva si tirino altrettanti raggi vettori, e si consideri l'inviluppo delle perpendicolari elevate all' estremità di tali raggi vettori, e tangenti al punto (x, y) della nuova curva sarà questa un' ellisse, per cui come la curva di quarto ordine è la prima derivata positiva dell'ellisse

così la ellisse è la prima curva derivata negativa della curva del quarto ordine: per differenti applicazioni delle formole (2), e (3) si può consultare una Memoria del Sig. Prof. M. Azzarelli, inserita nel tomo III degli Annali di Matematica pubblicati da me in Roma nel 1860. Prendendo le formole (3) potremo verificare il precedente enunciato: infatti se nelle formole (3) prenderemo fra (x, y) la curva di quart'ordine

$$(x^2+y^2)^2 = a^2x^2 + b^2y^2$$

dalla quale si trae

$$y' = \frac{x}{y}\,\frac{[(a^2-2(x^2+y^2)]}{2(x^2+y^2)-b^2}$$

si troveranno per X, Y i valori

$$X = \frac{a^2x}{x^2+y^2}, \qquad Y = \frac{b^2y}{x^2+y^2}$$

dalle quali si trae senza difficoltà

$$\frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{b^2} = 1$$

la quale appartiene ad un ellisse. Lo scopo di questa Memoria è di riprendere ad esame alcune curve derivate dall' ellisse tanto nel sistema positivo, quanto nel sistema negativo.

3° Prendiamo dunque le formole (3) nel sistema negativo, e si abbia un' ellisse di equazione

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

dalla quale avendosi $y' = -\frac{b^2}{a^2}\,\frac{x}{y}$, ed $xy' - y = -\frac{b^2}{y}$, e quindi

$$\frac{x^2-y^2+2xyy'}{xy'-y} = \frac{y[ab^2-(a^2-b^2)x^2]}{a^2b^2} = Y$$

Nella stessa guisa si trova

$$X = \frac{x[a^2b^2+(a^2-b^2)y^2]}{a^2b^2}.$$

Infine facendo la sostituzione circolare di

$$x = a\cos\varphi, \qquad y = b\,\mathrm{sen}\,\varphi$$

i precedenti valori diverranno

$$(4) \qquad Y = \frac{\mathrm{sen}\,\varphi}{b}\Big(b^2-(a^2-b^2)\cos^2\varphi\Big), \qquad X = \frac{\cos\varphi}{a}\Big(a^2+(a^2-b^2)\mathrm{sen}^2\varphi\Big).$$

Tali sono i valori delle coordinate della prima derivata negativa dell'ellisse ai quali giunsi fin dal 1846 in una mia Nota inserita nella Raccolta Scientifica di Roma tomo II di detto anno. Feci l'eliminazione dell'angolo φ, e ne trovai l'equazione algebrica fra X, Y di sesto grado a tutte potenze pari, e la posi sotto la forma di un discriminante nullo espresso dalla differenza fra un cubo, ed un quadrato. Sarà opportuno di riportare qui l'artificio in allora da me ritrovato per giungere all'equazione risultante fra X, Y. Pongasi per brevità $u = \operatorname{sen}\varphi$, e facendo i quadrati di X, Y nelle formole (4) si troverà

$$a^2X^2 = a^4 - a^2(2b^2 - a^2)u^2 - (a^4 - b^4)u^4 - (a^2 - b^2)^2u^6$$
$$b^2Y^2 = (2b^2 - a^2)^2u^2 + 2(a^2 - b^2)(2b^2 - a^2)u^4 + (a^2 - b^2)u^6$$

le quali sommate porgonno

$$a^2X^2 + b^2Y^2 = a^4 - (a^2 - b^2)\left[2(2b^2 - a^2)u^2 + 3(a^2 - b^2)u^4\right].$$

Se ora si risolva questa equazione di secondo grado rapporto ad u^2, e si cerchi il valore della quantità che trovasi sotto il vincolo radicale si avrà

$$(5) \qquad 4(a^4 + b^4 - a^2b^2) - 3(a^2X^2 + b^2Y^2) = \left[3(a^2 - b^2)\operatorname{sen}^2\varphi + 2b^2 - a^2\right]^2.$$

I medesimi valori di a^2X^2, b^2Y^2 si moltiplichino respettivamente per

$$9(2b^2 - a^2), \quad 9(2a^2 - b^2),$$

e si sommino si troverà

$$9a^2(2b^2 - a^2)X^2 + 9b^2(2a^2 - b^2)Y^2$$
$$= \left[3(a^2 - b^2)\operatorname{sen}^2\varphi + 2b^2 - a^2\right]^3 + 4(a^2 + b^2)(2a^2 - b^2)(2b^2 - a^2)$$

d'onde si ricava

$$(6) \qquad 9a^2(2b^2-a^2)X^2+9b^2(2a^2-b^2)Y^2-4(a^2+b^2)(2a^2-b^2)(2b^2-a^2)=\left[3(a^2-b^2)\operatorname{sen}^2\varphi+2b^2-a^2\right]^3.$$

Ora fra l'equazioni (5) e (6) è contenuta l'eliminazione dell'angolo φ: infatti elevando la (5) al cubo, e la (6) al quadrato risulterà immediatamente l'equazione

$$(7) \qquad \left\{ \begin{aligned} &\left[4(a^4 + b^4 - a^2b^2) - 3(a^2X^2 + b^2Y^2)\right]^3 \\ &= \left[9a^2(2b^2 - a^2)X^2 + 9b^2(2a^2 - b^2)Y^2 - 4(a^2 + b^2)(2a^2 - b^2)(2b^2 - a^2)\right]^2 \end{aligned} \right.$$

la quale è di sesto grado a tutte potenze pari di X, Y, e simmetrica rispetto a tutte le grandezze a, b, X, Y. Volendosi ordinare la (7) secondo le potenze ascendenti di X, Y si avrà la seguente

$$(8) \qquad \left\{ \begin{aligned} &A\,a^6X^6 + B\,b^6Y^6 + C\,a^4b^2X^4Y^2 + D\,b^4a^2X^2Y^4 + E\,a^4X^4 + F\,a^4Y^4 \\ &+ G\,a^2b^2X^2Y^2 + H\,a^2X^2 + I\,b^2Y^2 = K \end{aligned} \right.$$

ove si ha

$$A = B = 1\,,\quad C = D = 3\,,\quad F = 8a^4 - b^4 - 4a^2b^2\,,\quad G = 34a^2b^2 - 20(a^4 + b^4)$$

$$E = 8b^4 - a^4 - 8a^2b^2\,,\quad H = 8b^2\left[a^4(a^2 + b^2) - 2b^4(2a^2 - b^2)\right]$$

$$I = 8a^2\left[b^4(a^2 + b^2) - 2a^4(2b^2 - a^2)\right]\,,\quad K = 16a^4b^4(a^2 - b^2)^2$$

dalla quale si scorge che i primi quattro termini sono il cubo del binomio $a^2X^2 + b^2Y^2$. Tutto ciò io rinvenni nella citata Nota del 1846.

4.° In appresso mi occupai dello stesso argomento, ed in una Memoria inserita nel tomo VI del 1855 degli Annali di Scienze Matematiche e Fisiche giunsi alla formola (7) dimostrante un discriminante nullo di una equazione di 4° grado: a questo oggetto ripresi l'equazione generale

$$Xx + Yy = x^2 + y^2$$

posi per l'ellisse $x = a\cos\varphi$, $y = b\,\mathrm{sen}\,\varphi$ per cui si avrà

$$a\,X\cos\varphi + b\,Y\,\mathrm{sen}\,\varphi = a^2\cos^2\varphi + b^2\mathrm{sen}^2\varphi\,,$$

quindi ponendo $\mathrm{tang}\,\frac{1}{2}\varphi = z$, per cui $\mathrm{sen}\,\varphi = \frac{2z}{1+z^2}$, $\cos\varphi = \frac{1-z^2}{1+z^2}$ dopo la sostituzione si giunge all'equazione di 4.° grado

$$(a^2 + aX)z^4 - \frac{4bY}{2}z^3 + \frac{6(2b^2 - a^2)}{2}z^2 - \frac{4bY}{2}z + a^2 - aX = 0.$$

Il discriminante nullo porge immantinente la citata equazione (7). In seguito il Sig. Cayley nel tomo 2° degli Annali di Matematica pura ed applicata del 1859 la ritrovò da un descriminante nullo di una equazione di 3.° grado. A maggiormente promovere i metodi generali provenienti dall'eliminazione proporrò un'altro modo di giungere all'equazione (7) coll'introdurre un'altra variabile diversa dall'angolo φ.

5.° Ripresi per l'ellisse i valori $x = a\cos\varphi$, $y = b\,\mathrm{sen}\,\varphi$ si faccia $x^2 + y^2 = r^2$ per cui si ottiene

$$r^2 = a^2\cos^2\varphi + b^2\mathrm{sen}^2\varphi\,,$$

dalla quale deduciamo

$$(a^2 - b^2)\mathrm{sen}^2\varphi = a^2 - r^2\,,\quad (a^2 - b^2)\cos^2\varphi = r^2 - b^2\,.$$

Ciò posto dalle formole (4) elevando al quadrato i valori di X, Y pongasi $R^2 = X^2 + Y^2$, e si sostituiscano i valori di $\mathrm{sen}^2\varphi$, $\cos^2\varphi$ si avrà

$$R^2 = \frac{r^2\left[a^2b^2 + (a^2 - r^2)(r^2 - b^2)\right]}{a^2b^2}$$

d'onde si trae

$$a^2b^2R^2 = (a^2 + b^2)r^2 - r^6,$$

ossia

$$(9) \qquad r^6 - (a^2 + b^2)r^2 + a^2b^2R^2 = 0$$

equazione di 3.° grado rispetto ad r^2. Nelle medesime formole (4) si divida Y per X, e si sostituiscano i precedenti valori di sen φ, cos φ avremo

$$\frac{Y}{X} = \frac{a}{b} \cdot \frac{(2b^2 - r^2)\sqrt{a^2 - r^2}}{(2a^2 - r^2)\sqrt{r^2 - b^2}}.$$

Elevando al quadrato, e togliendo i denominatori, si ottiene

$$b^2Y^2\left[(4a^4 + r^4 - 4a^2r^2)(r^2 - b^2)\right] - a^2X^2\left[(4b^4 + r^4 - 4b^2r^2)(a^2 - r^2)\right] = 0.$$

Ordinando una tal equazione rispetto alle potenze di r^2, e nel coefficiente di r^4, r^2 pongasi nuovamente $X^2 + Y^2 = R^2$ si ottiene

$$(10) \quad (b^2Y^2 + a^2X^2)r^6 - (4a^2b^2R^2 + b^4Y^2 + a^4X^2)r^4 + 4a^2b^2(a^2 + b^2)R^2r^2 - 4a^4b^4R^2 = 0.$$

Quest'equazione è pure di 3.° grado rispetto ad r^2: nell'eliminazione di r^2 fra la (9) e la (10) si trova la risultante tra X, Y. Indichiamo brevemente la direzione del calcolo per l'eliminazione di un'incognita fra due equazioni di 3° grado.

6.° Pongasi primieramente

$$S = b^2Y^2 + a^2X^2, \qquad T = 4a^2b^2R^2 + b^4Y^2 + a^4X^2$$

avremo le due equazioni

$$(11) \quad S.r^6 - Tr^4 + 4a^2b^2(a^2 + b^2)R^2r^2 - 4a^4b^4R^2 = 0, \quad r^6 - (a^2 + b^2)r^4 + a^2b^2R^2 = 0.$$

Ora è noto che per due equazioni di 3.° grado

$$Az^3 + Bz^2 + Cz + D = 0, \qquad A'z^3 + B'z^2 + C'z + D' = 0$$

si ottiene la risultante

$$(12) \qquad G^3 + MG^2 - (HN + 2KL)G + (K^2 - MN)H + L^2N = 0$$

ove

$$G = A'D - AD', \quad H = A'B - AB', \quad K = B'D - BD'$$
$$L = A'C - AL', \quad M = B'C - BC', \quad N = C'D - CD'$$

Nel nostro caso per l'equazioni (11) abbiamo

$$A = S, \quad B = -T, \quad C = 4a^2b^2(a^2 + b^2)R^2, \quad D = -4a^4b^4R^2$$
$$A' = 1, \quad B' = -(a^2 + b^2), \quad C' = 0, \quad D' = a^2b^2R^2,$$

quindi si ricaverà

$$G = -a^2b^2R^2(4a^2b^2 + S), \quad H = -3a^2b^2R^2,$$
$$K = a^2b^2R^2\left[4a^2b^2(a^2 + b^2) + T\right], \quad L = 4a^2b^2(a^2 + b^2)R^2$$
$$M = -4a^2b^2(a^2 + b^2)R^2, \quad N = -4a^4b^4(a^2 + b^2)R^4$$

dalle quali otteniamo

$$G^3 = -a^6b^6R^6(4a^2b^2 + S)^3, \quad G^2M = -a^6b^6R^6.4(a^2 + b^2)^2(4a^2b^2 + S)^2$$
$$(HN + 2KL)G = -a^6b^6R^6(4a^2b^2 + S)\left[12a^2b^2(a^2 + b^2)R^2 + 8(a^2 + b^2)(4a^2b^2(a^2 + b^2) + T)\right]$$
$$(K^2 - MN)H = -3a^6b^6R^6\left[(4a^2b^2(a^2 + b^2) + T)^2 - 16a^2b^2(a^2 + b^2)^3R^2\right]$$
$$L^2N = 64a^8b^8(a^2 + b^2)^3R^8.$$

Sostituiti questi valori nella risultante (11), sarà essa divisibile per $a^6b^6R^6$, e cangiando il segno a tutti i termini si avrà

$$(13)\left\{\begin{aligned} &(4a^2b^2 + S)^3 + 4(a^2 + b^2)^2(4a^2b^2 + S)^2 \\ &- (4a^2b^2 + S)\left[12a^2b^2(a^2 + b^2)R^2 + 8(a^2 + b^2)(4a^2b^2(a^2 + b^2) + T)\right] \\ &+ 3\left[(4a^2b^2(a^2 + b^2) + T)^2 - 16a^2b^2(a^2 + b^2)^3R^2\right] + 64a^2b^2(a^2 + b^2)^3R^2 = 0. \end{aligned}\right.$$

Questa equazione coincide con la (8) del n.° 3 : infatti sostituendovi i valori di S, e T, ed ordinando per le potenze di X, Y si giungerà ad un risultato della forma

$$(a^2X^2 + b^2Y^2)^3 + E_1a^4X^4 + F_1b^4Y^4 + G_1a^2b^2X^2Y^2 + H_1a^2X^2 + I_1b^2Y^2 = K_1,$$

ed ove i coefficienti E_1 F_1 G_1 H_1 I_1 K_1 sono identici a quelli che nella formola (8) abbiamo notato per E, F, G, H, I, K. Questa curva del 6.° ordine prima derivata negativa del centro dell'ellisse passa sotto il nome di curva di *Talbot* : il suo quadrante si esprime per una funzione ellittica completa di prima specie. Facciamo delle ulteriori ricerche su queste curve.

7.° Riprendiamo i valori di X, Y dati dalle (4) cioè

$$X = \frac{\cos\varphi}{a}\left(a^2 + (a^2 - b^2)\operatorname{sen}^2\varphi\right), \quad Y = \frac{\operatorname{sen}\varphi}{b}\left(b^2 - (a^2 - b^2)\cos^2\varphi\right)$$

e calcoliamone i differenziali, si avrà a riduzioni eseguite

$$(14)\left\{\begin{aligned} dX &= \frac{\operatorname{sen}\varphi\, d\varphi}{a}\left(a^2 - 2b^2 - 3(a^2 - b^2)\operatorname{sen}^2\varphi\right) \\ dY &= \frac{-\cos\varphi\, d\varphi}{b}\left(a^2 - 2b^2 - 3(a^2 - b^2)\operatorname{sen}^2\varphi\right) \end{aligned}\right.$$

d'onde per la prima derivata Y' si ha

$$\frac{dY}{dX} = Y' = -\frac{a}{b}\cot\varphi = -\frac{x}{y}$$

il che c'indica che l'angolo d'inclinazione della nuova curva all'asse della X, è supplemento dell'angolo, che il raggio vettore r della ellisse forma con l'asse delle Y. Per la derivata seconda $Y'' = \frac{dY'}{dK}$ si avrà

$$Y'' = \frac{a^2}{b^2}\,\frac{1}{\operatorname{sen}^2\varphi\,[\,a^2 - 2b^2 - 3(a^2 - b^2)\operatorname{sen}^2\varphi\,]}$$

quindi avendosi

$$\sqrt{1 + Y'^2} = \frac{\sqrt{b^2\operatorname{sen}^2\varphi + a^2\cos^2\varphi}}{b\operatorname{sen}\varphi}$$

otterremo per il raggio di curvatura $\rho = \pm\frac{(1 + Y'^2)^{\frac{3}{2}}}{Y''}$ scegliendo il segno $-$

$$\rho = \frac{[\,3(a^2 - b^2)\operatorname{sen}^2\varphi + 2b^2 - a^2\,]\,(a^2\cos^2\varphi + b^2\operatorname{sen}^2\varphi)^{\frac{3}{2}}}{a^2b^2}$$

ove supponendo $a = b$ si ha $\rho = a$, e la curva diviene il circolo, e sostituendovi $x = a\cos\varphi$, $y = b\operatorname{sen}\varphi$, $r^2 = x^2 + y^2$, risulterà

$$(15) \qquad \rho = \frac{r^3[\,2(a^2 + b^2) - 3r^2\,]}{a^2b^2}.$$

Calcoliamone adesso l'elemento dell'arco S cioè componiamo l'espressione

$$dS = \sqrt{dX^2 + dY^2}$$

si avrà

$$(16) \qquad dS = \frac{d\varphi}{ab}\Big(a^2 - 2b^2 - 3(a^2 - b^2)\operatorname{sen}^2\varphi\Big)\sqrt{b^2\operatorname{sen}^2\varphi + a^2\cos^2\varphi}\,.$$

Di qui si scorge che l'arco S dipende dai trascendenti ellittici. Per eseguire una tal riduzione poniamo nella parte razionale $\operatorname{sen}^2\varphi = 1 - \cos^2\varphi$, e nel vincolo radicale $\cos^2\varphi = 1 - \operatorname{sen}^2\varphi$, otterremo primieramente

$$dS = \frac{d\varphi}{ab}\Big(3\,(a^2 - b^2)\cos^2\varphi + b^2 - 2a^2\Big)\sqrt{a^2 - (a^2 - b^2)\operatorname{sen}^2\varphi}\,.$$

Per ridurla alle note forme usate da Legendre si faccia $a^2 - b^2 = a^2c^2$ ove $c < 1$ sarà il modulo, ed il complemento $c' = \frac{b}{a}$, $c^2 + c'^2 = 1$ e pongasi di

più $\Delta = \sqrt{1 - c^2 \text{sen}^2\varphi}$, quindi per i trascendenti ellittici di prima, e seconda specie

$$F = \int \frac{d\varphi}{\Delta}, \quad E = \int d\varphi\, \Delta$$

avremo

$$dS = \left(\frac{3(a^2 - b^2)}{b} \cos^2\varphi\, \Delta + \frac{b^2 - 2a^2}{b} \Delta \right) d\varphi,$$

ovvero

$$(17) \qquad dS = \frac{3\, ac^2}{c'} d\varphi \cos^2\varphi\, \Delta + \frac{a(c' - 2)}{c'} d\varphi\, \Delta\,,$$

quindi dall'integrazione

$$(18) \qquad S = \frac{3\, ac^2}{c'} \int d\varphi \cos^2\varphi\, \Delta + \frac{a(c'^2 - 2)}{c'} \int d\varphi\, \Delta\,.$$

Il secondo degli integrali è un trascendente ellittico di seconda specie, ed il primo dipenderà dai due trascendenti E, F: infatti per le formole di riduzione date da Legendre, si ha

$$\int d\varphi \cos^2\varphi\, \Delta = \frac{1}{3} \Delta \text{ sen } \varphi \cos \varphi + \frac{(1 + c^2)}{3\, c^2} E - \frac{c'^2 F}{3\, c^2}$$

d'onde per la sostituzione

$$S = \frac{3\, ac^2}{c'} \left(\frac{\Delta \text{ sen } \varphi \cos \varphi}{3} + \frac{(1 + c^2)}{3\, c^2} E - \frac{c'^2 F}{3\, c^2} \right) + \frac{a(c'^2 - 2)}{c'} E$$

i coefficienti di E sono eguali, e di segno contrario, per cui si ridurrà ad

$$S = \frac{ac^2}{c'} \text{ sen } \varphi \cos \varphi \sqrt{1 - c^2 \text{sen}^2\varphi} - ac' \int \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - c^2 \text{sen}^2\varphi}}\,.$$

L'arco S dipende da un termine algebrico, e da un trascendente ellittico di prima specie : per il quadrante della curva si ha per limite superiore $\varphi = 0$, e per limite superiore $\varphi = \frac{1}{2}\pi$, il che porge definitivamente

$$(19) \qquad S = ac' \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - c^2 \text{sen}^2\varphi}}\,.$$

Questa rappresentazione geometrica di un trascendente ellittico completo di prima specie era stata già osservata da Legendre. Occupiamoci ora brevemente dall'evoluta della nostra curva.

8° Le coordinate X_1, Y_1 di un punto qualunque dell'evoluta corrispondente ad un punto (X, Y) della evolvente vengono date dalle formole

$$Y_1 - Y = \frac{1 + Y'^2}{Y''}, \qquad X_1 - X = -\frac{Y'}{Y''}(1 + Y'^2)$$

nelle quali sostituendovi i valori di X, Y, e delle derivate Y', Y'' in funzione dell'angolo φ, ed operando tutte le riduzioni si troverà

$$(20) \quad \begin{cases} X_1 = \dfrac{(a^2 - b^2)\cos^3\varphi}{ab^2}\left(3b^2 - 2a^2 + 3(a^2 - b^2)\cos^2\varphi\right) \\ Y_1 = \dfrac{(a^2 - b^2)\operatorname{sen}^3\varphi}{a^2b}\left(3b^2 - 3a^2 + 3(a^2 - b^2)\operatorname{sen}^2\varphi\right) \end{cases}$$

Facciamo la somma dei quadrati, e sostituiamo i valori di $\operatorname{sen}^2\varphi$, $\cos^2\varphi$ in funzione del raggio r si avrà primieramente

$$a^2b^2(X_1^2 + Y_1^2) = \frac{(a^2 - b^2)^2\cos^6\varphi}{b^2}(3r^2 - 2a^2)^2 + \frac{(a^2 - b^2)^2\operatorname{sen}^6\varphi}{a^2}(2b^2 - 3r^2)^2$$

Sostituendo ancora i valori di $\cos^6\varphi$, $\operatorname{sen}^6\varphi$, e ponendo $X_1^2 + Y_1^2 = R_1^2$ si avrà

$$a^4b^4(a^2 - b^2)R_1^2 = a^2(r^2 - b^2)^3(3r^2 - 2a^2)^2 + b^2(a^2 - r^2)^3(2b^2 - 3r^2)^2 .$$

Eseguendo le indicate potenze, e moltiplicazioni, ed ordinando rapporto alla potenza di r^2, l'equazione è divisibile per $a^2 - b^2$, e si troverà

$$(21) \quad a^4b^4R_1^2 = 9r^{10} - 12(a^2 + b^2)r^8 + [4(a^2 + b^2)^2 + 5a^2b^2]r^6 - 3a^2b^2(a^2 + b^2)r^4.$$

L'eliminazione del raggio r in questo valore di R_1^2, congiunta con un'altra equazione, la quale si formerà dal rapporto $\frac{Y_1^2}{X_1^2}$ porgerebbe l'equazione dell'evoluta, ma sarebbe assai complicata, mentre dipenderebbe per lo meno dall'eliminazione di un'incognita fra due equazioni di 5° grado. Dalla formola (9) che ci dà il raggio R della curva evolvente, e dalla formola (21) che ci dà il raggio R_1 dell'evoluta, dall'eliminazione di r^2 si ottiene un equazione fra i due raggi R, R_1, ma ciò dipende dall'eliminare detta r fra due equazioni una di 3° grado, e l'altra di 5°. Facciamo adesso delle indagini sopra altre curve derivate positive dal centro dell'ellisse.

9.° Supponiamo che $u = 0$ sia l'equazione di un'ellisse

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0$$

e si avrà

$$D_x u = \frac{2x}{a^2}, \qquad D_y u = \frac{2y}{b^2},$$

le formole (1) del parag. 1° diverranno

(22) $$X = \frac{x}{a^2\left(\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4}\right)}, \quad Y = \frac{y}{b^2\left(\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^2}\right)}$$

dalla quale si ricaverà

(23) $$(X^2 + Y^2)^2 = a^2X^2 + b^2Y^2$$

equazione di 4.° ordine della curva proiezione ortogonale del centro dell'ellisse sulla sua tangente: viceversa si avrebbero i valori di x, y espressi per X, Y sarà

$$x = \frac{a^2X}{X^2 + Y^2}, \quad y = \frac{b^2Y}{X^2 + Y^2}$$

dalle quali avendosi i valori di $\frac{x}{a}$, $\frac{y}{b}$ se ne ritroverà l'equazione (23). Qui pure poniamo

$$x^2 + y^2 = r^2, \quad X^2 + Y^2 = R^2,$$

d'onde si trae

$$X^2 + Y^2 = R^2 = \frac{1}{\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4}}$$

quindi per le formole del parag. 5.° si troverà

$$R^2 = \frac{a^2b^2}{a^2 + b^2 - r^2}.$$

Da lungo tempo, e fin dal 1844, 1845 mi occupai in due lunghe Memorie di tali curve derivate positive del centro dell'ellisse, e dell'iperbola, e trattandosi della derivata seconda dal centro dell'ellisse giunsi sotto una forma un poco complessa a determinare la sua equazione, la quale ascende al duodecimo grado. In appresso il Sig. Hirst in una interessante Memoria inserita nei miei Annali di Matematica nel 1859 si occupò con felice successo tanto delle curve, quanto delle superficie curve sia positive, sia negative, e connettendole con le figure inverse, e con le polari reciproche riconobbe fra le altre proprietà, che la curva derivata seconda coincide con la figura inversa della prima derivata negativa. Così esso dalla curva (7) prima derivata negativa dell'ellisse giunse alla seconda derivata positiva di 12.° grado, il che ottenne col sostituire nella formola (7) $\frac{x}{r^2}, \frac{y}{r^2}, \frac{1}{a}, \frac{1}{b}$ in luogo di x, y, a, b. In questa guisa potè ottenere di porre l'equazione di 12.° grado sotto la

forma di un discriminante nullo. In fine il Sig. W. Roberts rimarcò, che dall'equazione della *Toroide* curva parallela all'ellisse si passa all'equazione (7) col duplicare le dimensioni a, b, e col fare $x^2+y^2=c^2$ ove c sia la distanza costante presa sulla direzione della normale all' ellisse. Tutti questi risultati uniti a molti altri, li quali riguardano dette ricerche somiglianti fatte dal Sig. Cayley, furono da me richiamati in un breve articolo inserito nel tomo 6.° dei mei Annali di matematica pel 1864 (*). Nel proseguimento di questo scritto voglio prender nuovamente ad esame la curva derivata seconda dal centro dell' ellisse in ciò che riguarda particolarmente la sua equazione algebrica, per la quale facendo uso di altre considerazioni si potrà porre sotto la forma di un discriminante nullo.

10.° Abbiasi adunque la curva del 4.° ordine

$$(x^2+y^2)^2 = a^2x^2 + b^2y^2$$

e cerchiamo il luogo geometrico della projezione ortogonale del centro sulle sue tangenti. Si chiamino X, Y le coordinate di un punto qualunque della retta tangente avremo l'equazione

$$(24) \qquad x\left[2(x^2+y^2)-a^2\right](X-x)+y\left[2(x^2+y^2)-b^2\right](Y-y)=0$$

come per l'equazione della normale condotta dal centro della curva

$$\frac{X}{x\left[2(x^2+y^2)-x^2\right]} = \frac{Y}{y\left[2(x^2+y^2)-b^2\right]}$$

nelle quali facendo $r^2=x^2+y^2$, d'onde $r^4=a^2x^2+b^2y^2$, si ridurranno

$$xX(2r^2-a^2)+yY(2r^2-b^2)=r^4$$
$$xX(2r^2-a^2)-yY(2r^2-b^2)=0.$$

Di qui risolvendole rapporto ad X, Y si otterrà

$$X=\frac{r^4x(2r^2-a^2)}{x^2(2r^2-a^2)^2+y^2(2r^2-b^2)^2}, \quad Y=\frac{r^4y(2r^2-b^2)}{x^2(2r^2-a^2)^2+y^2(2r^2-b^2)^2}$$

le quali ci porgono i valori delle coordinate X, Y in funzione delle x, y, e sostituendovi il valore di $r^4=a^2x^2+b^2y^2$ si ridurranno ad

$$X=\frac{r^4x(2r^2-a^2)}{a^4x^2+b^4y^2}, \qquad Y=\frac{r^4y(2r^2-b^2)}{a^4x^2+b^4y^2}.$$

I medesimi valori di X, Y si possano far dipendere dal solo raggio r: infatti ponendo nella curva di 4.° ordine $x=r\cos u$, $y=r\,\mathrm{sen}\,u$ essa diviene

$$r^2=a^2\cos^2u+b^2\mathrm{sen}^2u$$

(*) Equazioni finite, pag. 88, tom. 6, 1864.

dalla quale si trova facilmente

$$x = \frac{r\sqrt{r^2 - b^2}}{\sqrt{a^2 - b^2}}, \qquad y = \frac{r\sqrt{a^2 - r^2}}{\sqrt{a^2 - b^2}}$$

quali sostituiti nella ultima espressione di X, Y diverranno

$$(25) \qquad X = \frac{r^3(2r^2 - a^2)\sqrt{r^2 - b^2}}{[(a^2 + b^2)r^2 - a^2b^2]\sqrt{a^2 - b^2}}, \quad Y = \frac{r^3(2r^2 - b^2)\sqrt{a^2 - r^2}}{[(a^2 + b^2)r^2 - a^2b^2]\sqrt{a^2 - b^2}}$$

L'eliminazione del raggio r porgerebbe l'equazione fra X, Y appartenente alla seconda derivata positiva del centro dell' ellisse : noi faremo uso delle stesse (25) alquanto modificate.

11° Pongasi $R^2 = X^2 + Y^2$ si troverà dalle precedenti

$$(26) \qquad R^2 = \frac{r^6}{(a^2 + b^2)r^2 - a^2b^2}$$

e facciasi il quoziente fra Y, ed X, si avrà pure

$$(27) \qquad \frac{Y}{X} = \frac{(2r^2 - b^2)\sqrt{a^2 - r^2}}{(2r^2 - a^2)\sqrt{r^2 - b^2}}$$

Con le formole (26) e (27) faremo l'eliminazione del raggio r. Si elevi al quadrato, e si ordini la (27) e (26) secondo le potenze di r^2, avremo

$$(28) \qquad 4R^2r^6 - 4(a^2 + b^2)R^2r^4 + (4a^2b^2R^2 + a^4Y^2 + b^4X^2)r^2 - a^2b^2(a^2Y^2 + b^2X^2) = 0$$

$$(29) \qquad r^6 - (a^2 + b^2)R^2r^2 + a^2b^2R^2 = 0.$$

Nella memoria del 1845 per mezzo del metodo di Bezout ridussi l'equazioni (28), (29) a due altre equazioni di 2.° grado rispetto ad r^2, e quindi ne indicai la composizione dell'equazione risultante : presentemente voglio servirmi direttamente dell'equazioni (28) e (29) di terzo grado rispetto ad r^2: allora, se come feci nel parag. 6°, pongasi

$$S = a^2Y^2 + b^2X^2, \qquad T = 4a^2b^2R^2 + a^4y^2 + b^4x^2$$

si avrà

$$(30) \qquad 4R^2r^6 - 4(a^2 + b^2)R^2r^4 + Tr^2 - a^2b^2S = 0$$

$$(31) \qquad r^6 - (a^2 + b^2)R^2r^2 + a^2b^2R^2 = 0$$

Ora sieno le due equazioni di 3° grado

$$Az^3 + Bz^2 + Cz + D = 0, \qquad A'z^3 + B'z^2 + C'z + D' = 0$$

si ha per la risultante

$$(32) \qquad G^3 + MG^2 - (HN + 2KL)G + (K^2 - MN)H + L^2N = 0$$

ed ove

$$G = A'D - AD', \quad H = A'B - AB', \quad K = B'D - BD',$$
$$L = A'C - AC', \quad M = B'C - BC', \quad N = C'D - CD',$$

e per le formole (30) e (31) si ha

$$A = 4R^2, \quad B = -4(a^2 + b^2)R^2, \quad C = T, \quad D = -a^2b^2S,$$
$$N' = 1, \quad B' = 0, \quad C' = -(a^2 + b^2)R^2, \quad D' = a^2b^2R^2.$$

Formando con questi valori le quantità G, H, L, ... , e sostituite nella (31) si arriverà ad un'equazione di 12° grado a tutte potenze pari per cui la curva seconda derivata dall'ellisse appartiene al duodecimo ordine. Ma cerchiamo di giungere all' equazione di questa curva espressa da un discriminante nullo di un'equazione di quarto grado.

12° Fra le due curve di coordinate x, y, ed X, Y si avrà come al parag. 4.° la relazione

$$(32) \qquad Xx + Yy = X^2 + Y^2 = R^2.$$

Per la curva cognita del 4.° ordine abbiamo

$$x = \cos u\sqrt{a^2\cos^2 u + b^2\operatorname{sen}^2 u}, \quad y = \operatorname{sen} u\sqrt{a^2\cos^2 u + b^2\operatorname{sen}^2 u}$$

si avrà

$$(X\cos u + Y\operatorname{sen} u)\sqrt{a^2\cos^2 u + b^2\operatorname{sen}^2 u} = R^2.$$

Pongansi le

$$\operatorname{tang}.u = z, \qquad \cos u = \frac{1}{\sqrt{1 + z^2}}, \qquad \operatorname{sen} u = \frac{z}{\sqrt{1 + z^2}}$$

diverrà

$$(33) \qquad (X + Yz)\sqrt{a^2 + b^2z^2} = (1 + z^2)R^2.$$

Elevando al quadrato si avrà un' equazione di 4° grado rapporto a z della quale il suo discriminante nullo rappresenterà l'equazione fra X, Y della curva; ma sarà poi opportuno di togliere l'irrazionalità coll' introdurvi una nuova variabile. Pongasi

$$\sqrt{a^2 + b^2z^2} = bz + v, \qquad \text{d'onde} \qquad z = \frac{a^2 - v^2}{2bv}$$

$$\sqrt{a^2 + b^2z^2} = \frac{b(a^2 + v^2)}{2bv}, \quad 1 + z^2 = \frac{4b^2v^2 + a^4 + v^4 - 2a^2v^2}{4b^2v^2},$$

$$X + Yz = \frac{2bXv + a^2Y - v^2Y}{2bv}$$

quindi sostituiti nella (33) avremo primieramente

$$R^2v^4 + (4b^2 - 2a^2)R^2v^2 + a^4R^2 - 2a^2b^2Xv - a^4bY + a^2bYv^2 - 2b^2Xv^3 - a^2bYv^2 + bYv^4 = 0$$

quale ordinata rispetto alle potenze di v prenderà la seguente la forma

$$(34) \qquad (bX + R^2)v^4 - 4.\frac{b^2X}{2}v^3 + 6\left(\frac{2b^2 - a^2}{3}\right)R^2v^2 - 4.\frac{a^2b^2X}{2}v + a^4(R^2 - bY) = 0.$$

Ora in un'equazione di 4.° grado

$$Av^4 + 4Bv^3 + 6Cv^2 + 4Dv + E = 0$$

si ha per l'invariante cubico I e per l'invariante quadratico J

$$I = 3C^2 - 4BD + AE\,, \quad J = ACE - AD^2 - EB^2 - C^3 + 2BCD$$

come per il discriminante D_1 sia $D_1 = I^3 - 27J^2$. Non ci resterà dunque che di calcolare I, J per l'equazione (34) ove per A, B, C .... abbiamo

$$A = bY + R^2\,,\ B = -\frac{b^2X}{2}\,,\ C = \frac{(2b^2 - a^2)R^2}{3}\,,\ D = -\frac{a^2b^2X}{2}\,,\ E = a^4(R^2 - bY)\,.$$

Di qui

$$I = \frac{3(2b^2 - a^2)^2R^4}{9} - \frac{4a^2b^4X^2}{4} + (bY + R^2)(R^2 + bY)a^4$$

quale si ridurrà ad

$$I = \frac{1}{3}\left(4(a^4 + b^4 - a^2b^2)R^4 - 3a^2b^2(a^2Y^2 + b^2X^2)\right).$$

Nella stessa guisa per l'invariante quadratico J, avremo

$$J = \frac{a^4(2b^2 - a^2)R^2}{3}(R^4 - b^2Y^2) - (R^2 + bX)\frac{a^4b^4X^2}{4} - \frac{a^2b^4X^2}{4}(R^2 - bY)$$

$$- \frac{(2b^2 - a^2)^3R^6}{27} + \frac{2a^2b^2X^2}{4}\,\frac{(2b^2 - a^2)R^2}{3}$$

quale si ridurrà ad

$$J = \frac{4(2b^2 - a^2)(2a^2 - b^2)(a^2 + b^2)R^6 - 9(2b^2 - a^2)a^4b^2Y^2R^2 - 9(2a^2 - b^2)a^2b^4X^2R^2}{27}$$

e che lo trascriveremo ancora con

$$J = -\frac{R^2}{27}\left(9(2b^2 - a^2)a^4b^2Y^2 + 9(2a^2 - b^2)a^2b^4X^2 - 4(2b^2 - a^2)(2a^2 - b^2)(a^2 + b^2)R^4\right)$$

quindi per il determinante nullo avendosi $I^3 = 27J^2$ si avrà l'equazione richiesta

$$(35)\qquad \left(4(a^4+b^4-a^2b^2)R^4-3a^2b^2(a^2Y^2+b^2X^2)\right)^3$$
$$=R^4\left(9(2b^2-a^2)a^4b^2Y^2+9(2a^2-b^2)a^2b^4X^2-4(2b^2-a^2)(2a^2-b^2)(a^2+b^2)R^4\right)^2$$

la quale coincide con quella ritrovata dal Sig. Hirst, deducendola, come avvertii nel parag. 9.°, dalla curva di Talbot: a maggiore esattezza di questa formola dimostro come l'equazione (35) possa ritrovarsi da un discriminante nullo di un'equazione di 3.° grado.

13.° In una Memoria del Sig. Cayley inserita nel tomo 2.° de'Nuovi Annali di Matematica pag. 168 e seg. si dimostra come la curva del 6.° ordine di Talbot si trova in un discrimante nullo di un'equazione di 3.° grado, cioè

$$(36)\qquad G^3-G^2(2a^2+2b^2)+G(a^2X^2+b^2Y^2+4a^2b^2)-2a^2b^2(X^2+Y^2)=0$$

Secondo l'osservazione del Sig. Hirst si passerà alla curva (35) sostituendo nella (36) $\frac{X}{R^2}$, $\frac{Y}{R^2}$, $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$ invece di X^2, Y^2, a, b il che eseguito diverrà

$$(37)\qquad G^3-G^2\left(\frac{2a^2+2b^2}{a^2b^2}\right)+G\left(\frac{b^2X^2+a^2Y^2+4R^4}{a^2b^2R^4}\right)-\frac{2}{a^2b^2R^2}=0.$$

Paragonata con un'equazione di 3.° grado

$$AG^3+3BG^2+3CG+D=0$$

si ha

$$A=1\,,\quad B=-\frac{2}{3}\left(\frac{a^2+b^2}{a^2b^2}\right),\quad C=\frac{b^2X^2+a^2Y^2+4R^4}{3a^2b^2R^4}\,,\quad D=-\frac{2}{a^2b^2R^2}\,.$$

Il discriminante D_1 si ha dalla formola

$$A^2D_1=4(AC+B^2)^3-(3ABC-A^2D-2B^3)^2.$$

Con i precedenti valori avremo

$$AC-B^2=-\frac{1}{9a^4b^4R^4}\left(4(a^4+b^4-a^2b^2)R^4-3a^2b^2(b^2X^2+a^2Y^2)\right)$$

$$3ABC-A^2D-2B^3=-\frac{6(a^2+b^2)(b^2X^2+a^2Y^2+4R^4)}{9a^4b^4R^4}+\frac{2}{a^2b^2R^2}+\frac{16(a^2+b^2)^3}{27\,a^6b^6}\,.$$

Riducendola al medesimo denominatore, e sostituendo nel numeratore

$$R^2=X^2+Y^2$$

si arriverà alla formola

$$3ABC - A^2D - 2A^3$$

$$= \frac{2}{27a^6b^6R^4}\left(9a^2b^4(2a^2 - b^2)X^2 + 9b^2a^4(2b^2 - a^2)Y^3 - 4(a^2 + b^2)(2a^2 - b^2)(2b^2 - a^2)R^4\right).$$

Annullando il discriminante D_1, si avrà per l'equazione della curva

$$4(AC - B^2)^3 = (3ABC - A^2D - 2B^3)^2$$

ove sostituendo i precedenti valori si otterrà esattamente l'equazione (35).

Facciamo delle ulteriori ricerche sulla curva di Talbot prima derivata negativa del centro dell'ellisse, e data dall'equazione (7), o (8) del parag. 3.°

14.° Fra le coordinate $x = a \cos \varphi$, $y = b \operatorname{sen} \varphi$ dell'ellisse, e le coordinate X, Y della curva di Talbot sussistono l'equazioni (4) di già riportate al parag. 7.° cioè

$$X = \frac{\cos \varphi}{a}\left(a^2 + (a^2 - b^2)\operatorname{sen}^2\varphi\right), \quad Y = \frac{\operatorname{sen} \varphi}{b}\left(b^2 - (a^2 - b^2)\cos^2\varphi\right)$$

e supponiamo che fra li semiassi a, b sia $a^2 = 2b^2$, $a = b\sqrt{2}$, il valore della Y diverrà

$$Y = b.\operatorname{sen}^2\varphi\ ,$$

dalla quale

$$Y^2 = b^2 \operatorname{sen}^6\varphi = b^2 . \frac{Y^6}{b^6} = \frac{Y^6}{b^4}$$

d'onde

$$y^6 = b^4Y^2\ , \qquad y^3 = b^2Y$$

ed il valore di X diverrà

$$X = \frac{\cos \varphi}{a}(3b^2 - b^2\cos^2\varphi)$$

ed

$$X^2 = \frac{\cos^2\varphi}{2} . b^2\left(3 - \frac{x^2}{a^2}\right)^2 = \frac{x^2}{4}\left(3 - \frac{x^2}{a^2}\right)^2$$

d'onde da una equazione di 3.° grado rispetto ad x, si otterrebbero le coordinate dell'altra per le coordinate della curva di Talbot. L'equazione generale (7) della detta curva diviene per $a^2 = 2b^2$

$$(4b^2 - 2X^2 - Y^2)^3 = 27b^2Y^4.$$

Per la stessa supposizione l'equazione (35) come derivata positiva seconda del centro della ellisse diverrà

$$3[2R^4 - b^2(X^2 + Y^2)]^3 = 9b^4 R^4 X^4.$$

Projettendo il centro della curva di Talbot sulle tangenti, il luogo geo-

metrico sarà un'ellisse; ed allora facendo uso delle formule (1) del parag. 6°. si otterrà la curva derivata positiva da quella di Talbot, e si esprimerebbero le coordinate X, Y dell'ellisse in funzione razionale delle coordinate della cuva di Talbot, ma non sarebbe facile il dedurre l'equazione $\frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{b^2} = 1$: per darne un cenno almeno riprendo la formola (8) contenente X, Y in x, y e sarà

$$(a^2x^2 + b^2y^2)^3 + Ea^2x^4 + Fb^2y^4 + Ga^2b^2x^2y^2 + Ha^2x^2 + Ib^2y^2 = K .$$

Rappresentata per $u = 0$ avremo per le derivate parziali

$$D_xu = 2a^2x \left[3(a^2x^2 + b^2y^2)^2 + 2Ea^2x^2 + Gb^2y^2 + H \right]$$
$$D_yu = 2b^2y \left[3(a^2x^2 + b^2y^2)^2 + 2Eb^2y^2 + Ga^2x^2 + I \right] ,$$

dalle quali si trae dopo alcune riduzioni

$$xD_xu + yD_yu = 2 \left[(a^2x^2 + b^2y^2)^3 + 2K - Ha^2x^2 - Ib^2y^2 \right].$$

Se questi valori si sostituiscono nelle formole (1) del parag. 2°. si otterranno i valori di X, Y in funzione razionale di x, y, ma non sarà facile rilevare che X, Y verificano l'equazione dell'ellisse: mentre fra le x, y, X, Y vi sono delle equazioni irrazionali: prendendo come sopra $a^2 = 2b^2$ l'equazione $u=0$ diviene

$$(4b^2 - 2x^2 - y^2)^3 = 27\, b^2y^4$$

e si avrebbe

$$D_xu = -12\, x(4b^2 - 2x^2 - y^2)^2, \quad D_yu = -6y\, (4b^2 - 2x^2 - y^2)^2 - 108\, b^2y^3$$

dalle quali a riduzioni eseguite

$$xD_xu + yD_yu = -(4b^2 - 2x^2 - y^2)^3\, (16b^2 + 4x^2 + y^2)$$

quindi le altre due

$$D_xu(xD_xu + yD_yu) = 24.\ 27\, b^2xy^4\, (4b^2 - 2x^2 - y^2)(8b^2 + 2x^2 + y^2)$$
$$D_yu(xD_xu + yD_yu) = 108b^2y^3\, (4b^2 - 2x^2 - y^2)(8b^2 + 2x^2 + y^2)(8b^2 - 4x^2 + y^2$$

Parimenti a riduzioni ripetute si calcoli la somma dei quadrati

$$(D_xu)^2 , \quad D_yu)^2 ,$$

e si avrà

$$(D_xu)^2 + (D_yu)^2 = 27.\ 4.b^2y^2(4b^2 - 2x^2 - y^2)(4b^2y^2 + 28x^2y^2 + y^4 + 16x^4 - 64b^2x^2 + 64b^4)$$

quali valori tutti sustituiti nelle formole generali

$$X = \frac{D_xu(xD_xu + yD_yu)}{(D_xu)^2 + (D_yu)^2} , \quad Y = \frac{D_yu(xD_xu + yD_yu)}{(D_xu)^2 + (D_yu)^2}$$

le X, ed Y dovrebbero verificare l'equazione all'ellisse

$$\frac{X^2}{2b^2} + \frac{Y^2}{b^2} = 1$$

Il che ci basti di averlo accennato. Termineremo questa Memoria coll'indicare brevemente la dipendenza, che la superficie prima derivata negativa dal centro dell' ellissoide ha con la superficie seconda derivata positiva dello stesso centro dell'ellissoide.

15° Il Sig. Cayley nella citata Memoria al tomo 2°, pag. 119 e seg. degli Annali di Matematiche 1859 determina l'equazione della superficie prima derivata negativa dal centro dell'ellissoide, ed il grado dell'equazione è decimo, e la fa dipendere da un discriminante nullo di una equazione di 4° grado; ma nell' equazione a pag. 178 è la seguente

$$\begin{aligned} &G^4 - 2(a^2 + b^2 + c^2)G^2 + \left[\, 4(b^2c^2 + c^2a^2 + a^2b^2) + a^2x^2 + b^2y^2 + c^2z^2 \,\right]G^2 \\ &\quad + \left[\, -8a^2b^2c^2 - 2(b^2 + c^2)a^2x^2 - 2(c^2 + a^2)b^2y^2 - 2(a^2 + b^2)c^2z^2 \,\right]G \\ &\quad + 4a^2b^2c^2(x^2 + y^2 + z^2) = 0. \end{aligned}$$

Secondo l' osservazione del Signor Hirst si passerà alla superficie derivata seconda positiva con sostituire $\frac{x}{r^2}, \frac{y}{r^2}, \frac{z}{r^2}$ in luogo di x, y, z, ed $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$, ponendo $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$ in vece di a, b, c. Facendo una tale sostituzione nella precedente relativa equazione, si avrà

$$\begin{aligned} &G^4 - \frac{2(a^2b^2 + a^2c^2 + b^2c^2)}{a^2b^2c^2}G^3 + \left(\frac{4(a^2 + b^2 + c^2)}{a^2b^2c^2} + \frac{b^2c^2x^2 + a^2c^2y^2 + a^2b^2z^2}{a^2b^2c^2r^4}\right)G^2 \\ &-\left(\frac{8}{a^2b^2c^2} + \frac{2(b^2 + c^2)x^2 + 2(c^2 + a^2)y^2 + 2(a^2 + b^2)z^2}{a^2b^2c^2r^4}\right)G + \frac{4(x^2 + z + z^2)}{a^2b^2c^2r^4} = 0. \end{aligned}$$

Il discriminante nullo di quest'equazione rappresenterà la superficie in proposito e l'equazione ascenderà probabilmente al 20° grado. Ponendo per brevità

$$B = -\frac{(a^2b^2 + a^2c^2 + b^2c^2)}{2a^2b^2c^2}, \quad C = \frac{4(a^2 + b^2 + c^2}{6a^2b^2c^2} + \frac{b^2c^2x^2 + a^2c^2y^2 + a^2b^2z^2}{6a^2b^2c^2r^4},$$

$$D = -\left(\frac{2}{a^2b^2c^2} + \frac{(b^2 + c^2)x^2 + (a^2 + c^2)y^2 + (a^2 + b^2)z^2}{2a^2b^2c^2r^4}\right),$$

$$E = \frac{4(x^2 + y^2 + z^2)}{a^2b^2c^2r^4}, \quad A = 1.$$

risulterà

$$AG^4 + 4BG^3 + 6CG^2 + 4DG + E = 0\,,$$

ed il discriminante nullo verrà dato dall'equazione

$$(AE - 4BD + 3C^2)^3 = 27\,(ACE + 2BCD - AD^2 - B^2E - C^3)^2.$$

Osserveremo che C^6 che sarà del 24.° grado non entra nell'equazione della nuova superficie.

Roma li 30 Aprile 1870.

RISOLUZIONE DELLE EQUAZIONI DI 3° E 4° GRADO PER MEZZO DELLA SOSTITUZIONE LINEARE

$$x = \frac{my+n}{y+1}$$

NOTA

DEL PROF. MATTIA AZZARELLI.

1. Molti sono i metodi immaginati dai geometri per la risoluzione delle equazioni di terzo grado a partire da Tartaglia, che pel primo la presentò, come egli stesso dice, in un capitolo ridotto a rime onde rammentarne più facilmente la regola (Vedi quesiti ed invenzioni diverse di Niccolò Tartaglia Bresciano – Venezia 1546, pag. 124). Questo metodo del Tartaglia è comunemente noto sotto il nome di Hudde (Serret, Algèbre supérieure, t. 2, pag. 423). A lor volta il Conte di Fagnano, il Cardinali, proposero i loro metodi, l'uno nelle sue produzioni matematiche, e l'altro nei suoi opuscoli matematici, senza tener conto di molti altri che si riscontrano nelle varie collezioni matematiche.

Tutti questi metodi generalmente mutano, quando si passa alla risoluzione delle equazioni di quarto grado, nella forma della incognita espressa per le nuove indeterminate. Il Sig. Prof. Tortolini mostrò come il metodo di Tartaglia si estende elegantemente all'equazioni di quarto grado in una sua memoria « sulle relazioni che passano fra le radici delle equazioni di secondo, terzo e quarto grado, ed alcune proprietà delle somiglianti forme omogenee a due indeterminate » (Roma, 1855 – Annali delle Scienze Matematiche).

In questa nota si vuole mostrare, essere possibile la risoluzione di ambedue i gradi terzo e quarto adoperando una medesima sostituzione.

2. Sia l'equazione

$$x^3 + 3px^2 + 3qx + 2r = 0\,, \qquad (1)$$

e posto

$$x = \frac{my+n}{y+1} \qquad (2)$$

otteniamo

$$\left.\begin{array}{r|r|r|r}
m^3 & y^3 + 3m^2n & y^2 + 3mn^2 & y + n^3 \\
+3pm^2 & +6pmn & +3pn^2 & +3pn^2 \\
+3qm & +3pm^2 & +6pmn & +3qn \\
+2r & +6qm & +3qm & +2r \\
 & +3qn & +6qn & \\
 & +6r & +6r &
\end{array}\right\} = 0$$

Essendo m ed n indeterminate ne disporremo per adempiere alle condizioni

$$\left.\begin{array}{l} 3m^2n + 6pmn + 3pm^2 + 6qm + 3qn + 6r = 0 \\ 3mn^2 + 6pmn + 3pn^2 + 3qm + 6qn + 6r = 0 \end{array}\right\} \quad (3)$$

Se queste si sottraggono otteniamo

$$3mn\,(m - n) + 3p\,(m^2 - n^2) + 3q\,(m - n) = 0$$

ovvero

$$mn + p(m + n) + q = 0. \qquad (4)$$

Se ora la (4) si moltiplica per $3n$ e si sottrae dalla seconda delle (3), ne risulta

$$pmn + q(m + n) + 2r = 0, \qquad (5)$$

e da queste

$$\left.\begin{array}{l} m + n = \dfrac{pq - 2r}{q - p^2} \\[2ex] mn = \dfrac{2pr - q^2}{q - p^2} \end{array}\right. \qquad (6)$$

e quindi

$$m - n = \pm \frac{\sqrt{(pq - 2r)^2 - 4(2pr - q^2)\,(q - p^2)}}{q - p^2}$$

dalle quali

$$\left.\begin{array}{l} m = \dfrac{pq - 2r \pm \sqrt{(pq - 2r)^2 - 4(2pr - q^2)\,(q - p^2)}}{2\,(q - p^2)} \\[2ex] n = \dfrac{pq - 2r \mp \sqrt{(pq - 2r)^2 - 4(2pr - q^2)\,(q - p^2)}}{2\,(q - p^2)}. \end{array}\right. \qquad (7)$$

Ai medesimi risultamenti si giunge quando i valori di m ed n si rappresentino simbolicamente per z, perchè avremo per la composizione delle equazioni

$$z^2 - \frac{pq - 2r}{q - p^2}\,z + \frac{2pr - q^2}{q - p^2} = 0, \qquad (8)$$

la quale nel caso attuale è la risolvente. Questa si ridurrebbe al primo grado quando avesse luogo la condizione

$$q - p^2 = 0$$

nel qual caso la (1) si trasforma in binomia perchè diverrebbe

$$(x + p)^2 + r - p^3 = 0.$$

Se avesse luogo la condizione

$$pq - 2r = 0$$

i valori di m ed n sarebbero eguali e di segno contrario; e quando fosse

$$2pr - q^2 = 0$$

si otterrebbe

$$m = \frac{pq - 2r}{q - p^2}, \quad n = 0$$

ovvero

$$m = 0, \quad n = \frac{pq - 2r}{q - p^2}.$$

Dalle (7) rileviamo che i valori differenti di m ed n sono

$$m = \frac{pq - 2r + \sqrt{(pq - 2r)^2 - 4(2pr - q^2)(q - p^2)}}{2(q - p^2)}$$

$$n = \frac{pq - 2r - \sqrt{(pq - 2r)^2 - 4(2pr - q^2)(q - p^2)}}{2(q - p^2)} \tag{8}$$

e se qui poniamo $p = 0$ avremo più semplicemente

$$m = \frac{-r + \sqrt{r^2 + q^3}}{q}, \quad n = \frac{-r - \sqrt{r^2 + q^3}}{q}.$$

Assegnati i valori di m ed n si dovrà risolvere l'equazione binomia

$$(m^3 + 3pm^2 + 3qm + 2r)y^3 + (n^3 + 3pn^2 + 3qn + 2r) = 0$$

dalla quale

$$y = \sqrt[3]{-\frac{n^3 + 3pn^2 + 3qn + 2r}{m^3 + 3pm^2 + 3qm + 2r}}$$

che ammette tre distinti valori, i quali sarebbero formati dal valore del radicale di terzo grado moltiplicato successivamente per

$$\theta^0, \quad \theta, \quad \theta^2$$

essendo

$$\theta = -\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{2}\sqrt{-3}$$

cioè la radice cubica immaginaria dell'unità.

Per la determinazione delle formole solutive e loro discussione rimandiamo al tomo VI degli Annali di Matematica pubblicati in Roma dal Sig. Prof. Tortolini per l'anno 1855 ove ne tenemmo proposito.

3. Sia l'equazione di 4° grado

$$x^4 + 4px^3 + 6qx^2 + 4rx + s = 0\,, \qquad (1)$$

e posto

$$x = \frac{my + n}{y + 1}$$

otteniamo, fatta la sostituzione e relativi sviluppi

$$\left.\begin{array}{r|l|l|l|l}
m^4 & y^4 + 4m^3n & y^3 + 6m^2n^2 & y^2 + 4mn^3 & y + n^4 \\
 & \quad + 12pm^2n & \quad + 12pmn^2 & \quad + 4pn^3 & \\
+ 4pm^3 & & & & + 4pn^3 \\
 & \quad + 4pm^3 & \quad + 12pm^2n & \quad + 12pmn^2 & \\
 & \quad + 12qmn & \quad + 6qn^2 & \quad + 12qn^2 & \\
+ 6qm^2 & & & & + 6qn^2 \\
 & \quad + 12qm^2 & \quad + 24qmn & \quad + 12qmn & \\
 & \quad + 12rm & \quad + 6qm^2 & \quad + 4rm & \\
+ 4rm & & & & + 4rn \\
 & \quad + 4rn & \quad + 12rm & \quad + 12rn & \\
 & & \quad + 12rn & & \\
+ s & \quad + 4s & \quad + 6s & \quad + 4s & + s
\end{array}\right\} = 0 \qquad (2)$$

nella quale si pongano le condizioni

$$\begin{aligned}
&m^3n + 3pm^2n + pm^3 + 3qmn + 3qm^2 + 3rm + rn + s = 0 \\
&mn^3 + 3pmn^2 + pn^3 + 3qmn + 3qn^2 + 3rn + rm + s = 0
\end{aligned} \qquad (3)$$

Queste sottratte ci danno

$$mn\,(m + n) + 2pmn + p\,(m + n)^2 + 3q\,(m + n) + 2r = 0 \qquad (4)$$

Per avere un'altra equazione fra le medesime incognite mn, $m + n$ si riprenda una delle (3) per esempio la seconda e la (4) moltiplicandola per n, onde abbiansi

$$mn^3 + 3pmn^2 + pm^3 + 3qmn + 3qn^2 + 3rn + rm + s = 0$$

$$mn^3 + m^2n^2 + 3pmn^2 + pm^2n + pmn^2 + pn^3 + 3qmn + 3qn^2 + 2rn = 0$$

che sottratte danno

$$m^2n^2 + pmn\,(m + n) + r\,(m + n) + s = 0\,, \qquad (5)$$

Se fra la (4) e (5) venga eliminata $m + n$ troveremo

$$\left|\begin{array}{r|l|l|l}
2p & m^3n^3 + 6p^2r & m^2n^2 + 6pr^2 & mn + 2r^3 \\
-3pq & \quad - 3qr & \quad - 3pqs & \quad - 3qrs \\
-r & \quad + ps & \quad - rs & \quad + ps^2
\end{array}\right| = 0 \qquad (6)$$

per la risolvente. Noteremo qui che trovato un valore per mn per mezzo delle equazioni componenti se ne otterrà ancora uno per $m+n$, e perchè verrà così assegnata la somma ed il prodotto delle due quantità m, n la loro definitiva determinazione dipenderà da una equazione di secondo grado.

Ciò eseguito la (2) si ridurrà ad una equazione derivativa del secondo grado, della forma

$$ay^4 + by^2 + c = 0$$

ove

$$a = m^4 + 4pm^3 + 6qm^2 + 4rm + s$$
$$b = 6\left[m^2n^2 + 2pmn^2 + 2pm^2n + qn^2 + 4qmn + qm^2 + 2rm + 2rn + s\right]$$
$$c = n^4 + 4pn^3 + 6qn^2 + 4rn + s$$

e quindi ne seguiranno quattro valori per la y ed infine per la relazione

$$x = \frac{my + n}{y + 1}$$

se ne dedurranno i quattro valori per la x. Se poniamo $p = 0$, la risolvente si muta in

$$m^3n^3 + 3qm^2n^2 + smn + 3qs - 2r^2 = 0$$

e le primitive componenti divengono

$$(m + n)(mn + 3q) + 2r = 0$$
$$m^2n^2 + r(m + n) + s - 0.$$

4. Se prendiamo a considerare la risolvente (6) è facile riconoscere ch'essa può prendere differenti forme, secondo le diverse relazioni che passano tra i coefficienti della (1).

Per

$$2p^3 - 3pq - r = 0$$

si ha

$$(6p^2r + ps - 3qr)\, m^2n^2 + (6pr^2 - 3pqs - rs)\, mn + (2r^3 - 3qrs + ps^2) = 0 :$$

per

$$2r^3 - 3qrs + ps^2 = 0$$

risulta

$$(2p^3 - 3pq - r)\, m^2n^2 + (6p^2r + ps - 3qr)\, mn + (6pr^2 - 3pqs - rs) = 0$$

onde in questi due casi la risolvente diventa di secondo grado.

Se poi poniamo simultaneamente

$$2p^3 - 3pq - r = 0\,, \quad 6p^2r + ps - 3qr = 0$$

si avrà

$$(6pr^2 - 3pqs - rs)\, mn + (2r^3 - 3qrs + ps^2) = 0.$$

Se è

$$2p^3 - 3pq - r = 0\,, \quad 6pr^2 - 3pqs - rs = 0$$

si ottiene

$$(6p^2r + ps - 3qr)\, m^2n^2 + (2r^3 - 3qrs + ps^2) = 0.$$

Se hanno luogo

$$2p^3 - 3pq - r = 0\,, \quad 2r^3 - 3qrs + ps^2 = 0$$

risulta

$$(6p^2r + ps - 3qrs)\, mn + (6pr^2 - 3pqs - rs) = 0.$$

Se abbiansi

$$6p^2r + ps - 3qr = 0\,, \quad 6pr^2 - 3pqs - rs = 0$$

è

$$(2p^3 - 3pq - r)\, m^3n^3 + (2r^3 - 3qrs + ps^2) - 0.$$

Per

$$6p^2r + ps - 3qr = 0\,, \quad 2r^3 - 3qrs + ps^2 = 0$$

si ottiene

$$(2p^3 - 3pq - r)\, m^2n^2 + (6pr^2 - 3pqs - rs) = 0.$$

E finalmente se ha luogo

$$6pr^2 - 3pqs - rs = 0\,, \quad 2r^3 - 3qrs + ps^2 = 0$$

la risolvente è

$$(2p^3 - 3pq - r)\, m^2n^2 + (6p^2r + ps - 3qr) = 0$$

dalle quali ipotesi risulta quando la risolvente si riduce a maggiore semplicità.

5. Prima di porre termine a questa breve nota dimostreremo che la risoluzione di una equazione di grado quarto si può far sempre dipendere da quella di egual grado le cui radici sieno reciproche.

Si riprenda l'equazione

$$x^4 + 4px^3 + 6qx^2 + 4rx + s = 0 \qquad (1)$$

ed in questa si ponga, essendo h una indeterminata,

$$x = y + h \qquad (2)$$

e si otterrà

$$y^4 + 4ay^3 + 6by^2 + 4cy + d = 0 \qquad (3)$$

ove

$$\begin{aligned} a &= p + h \\ b &= h^2 + 2ph + q \\ c &= h^3 + 3ph^2 + 3qh + r \\ d &= h^4 + 4ph^3 + 6ph^2 + 4rh + s. \end{aligned}$$

Si ponga la (3) sotto la seguente forma

$$\frac{y^4}{d} + 4a.\frac{y^3}{d} + 6b.\frac{y^2}{d} + 4c.\frac{y}{d} + 1 = 0 \qquad (4)$$

ove fatto

$$\frac{y}{d^{1/4}} = z$$

si ottengono

$$\frac{y^4}{d} = z^4,\ \frac{y^3}{d} = \frac{z^3}{d^{1/4}},\ \frac{y^2}{d} = \frac{z^2}{d^{2/4}},\ \frac{y}{d} = \frac{z}{d^{3/4}}$$

che sostituiti nella (4) risulta

$$z^4 + 4\frac{a}{d^{1/4}}z^3 + 6\frac{b}{d^{2/4}}z^2 + 4\frac{c}{d^{3/4}}z + 1 = 0. \qquad (5)$$

I coefficienti di questa equazione continuano ad essere indeterminati perchè dipendenti da h, dunque possiamo porre la condizione

$$\frac{a}{d^{1/4}} = \frac{c}{d^{3/4}}$$

dalla quale

$$a^2 d = c^2$$

e sostituiti a questi simboli le loro relative espressioni in funzione di h e dei coefficienti della (1) abbiamo

$$(p + h)^2 (h^4 + 4ph^3 + 6qh^2 + 4rh + s) = (h^3 + 3ph^2 + 3qh + r)^2$$

dalla quale, dato luogo a tutte le riduzioni che si presentano per l'effettuazione delle indicate operazioni, si deduce la risolvente

$$\left.\begin{array}{r|r|r|r} 4p^3 & h^3 + 6p^2q & h^2 + 4p^2r & h + p^2s \\ -6pq & +2pr & +2ps & -r^2 \\ +2r & -9q^2 & -6qr & \\ & +s & & \end{array}\right\} = 0 \qquad (6)$$

e se fosse $p = 0$, si ridurrebbe ad

$$h^3 + \frac{s - 9q^2}{2r}h^2 - 3qh - \frac{r}{2} = 0$$

Nella (6) potrebbero ripetersi le ipotesi fatte nel § (4) nelle quali prenderebbe forme che più facilmente si prestano alla risoluzione. Intanto la (5) diventa

$$z^4 + 4\frac{a}{d^{1/4}}z^3 + 6\frac{b}{d^{2/4}}z^2 + 4\frac{a}{d^{1/4}}z + 1 = 0$$

ossia

$$\left(z^2 + \frac{1}{z^2}\right) + 4\frac{a}{d^{1/4}}\left(z + \frac{1}{z}\right) + 6.\frac{b}{d^{2/4}} = 0 \qquad (7)$$

ove posto

$$z + \frac{1}{z} = u$$

risulta

$$z^2 + \frac{1}{z^2} = u^2 - 2$$

e quindi la (7) si muta in

$$u^2 + \frac{4a}{d^{1/4}}u + \frac{6b}{d^{2/4}} - 2 - 0$$

da cui

$$u = -\frac{2a}{d^{1/4}} \pm \sqrt{\frac{4a^2}{d^{2/4}} + 2 - \frac{6b}{d^{2/4}}}; \qquad (8)$$

ma

$$z^2 - uz + 1 = 0$$

onde

$$z = \frac{u}{2} \pm \sqrt{\frac{u^2}{4} - 1} \qquad (9)$$

che pei due valori di u ci dà

$$z_1, \quad z_2, \quad z_3, \quad z_4,$$

e per la relazione

$$y = zd^{1/4}$$

otteniamo quattro valori per la y, ed in fine quattro per la x mediante la relazione (2) nella quale s'intende sostituito il valore di h dedotto dalla (6).

ACCADEMIA PONTIFICIA DE' NUOVI LINCEI

PROCESSO VERBALE DELLA SESSIONE II.ª 16 APRILE 1871.

Corrispondenze.

Venne letto un dispaccio dell'Emo Cardinale Antonelli Pro-Camerlengo di S. R. C. con il quale l'Emo ora lodato, partecipa all'Accademia Pontificia de' Nuovi Lincei, che il S. Padre si è benignamente degnato di approvare la scelta del Sig. Professor *Vincenzo Diorio* all'officio di Segretario di detta Accademia; di approvare la nomina di Monsig. Nardi, del P. Angelo Secchi, e del Prof. Azzarelli a membri costituenti il Comitato Accademico; non che la elezione a censori del Sig. Principe Don Baldassarre Boncompagni e del Professor P. Domenico Chelini. In quanto poi alla proposta pur fatta dall'Accademia, nell'Adunanza del giorno 5 marzo, di chiedere cioè l'autorizzazione di poter moderare lo Statuto Accademico, nella parte che riguarda la durata e rieligibilità del Segretario, la Santità Sua si riserbò di esternare la sua mente.

Fu presentata una lettera del Socio Corrispondente Italiano Prof. Cav. G. Giuseppe Bianconi di Bologna, del 15 marzo p. p., con la quale esprime egli la sua *adesione a quella onorevole parte accademica, che fedele alle sue reminiscenze, e ferma perciò ne'suoi doveri, mantiene la sua qualifica di Pontificia Accademia de' Nuovi Lincei*: al tempo stesso significa i *sensi di sua riconoscenza verso S. E. il Principe Boncompagni per la generosa protezione accordata all'Accademia.*

Il Professore D.n Salvatore Vespasiani egualmente, con suo foglio del 13 Marzo p. p. dichiara *espressamente che intende aderire all'illustre Corpo Accademico*, il quale mantiene la qualifica di *Pontificia Accademia de'Nuovi Lincei, ed il corrispondente regolamento.*

Il Segretario Generale della Società Reale delle Scienze di Liegi Sig. Candère. domanda a nome della Società stessa, il concambio degli Atti della Nostra Accademia, proponendo d'inviare tutte le pubblicazioni della Società sullodata.

Comitato segreto.

L'Accademia raccoltasi in Comitato segreto, passò alla votazione delle Terne, proposte dal Comitato Accademico, per la nomina dei nuovi membri ordinarii, a norma di quanto è stabilito nel Titolo IV. §. 15 dello Statuto.

Rimasero eletti i chiarissimi Signori

R. P. *Francesco Saverio Provenzali* della C. di G. Professore di Fisica nel Collegio Romano.

Professore *Tito Armellini*, Professore suprannumerario di Fisica della Università Romana.

Professore Commendatore *Fortunato Rudel*, Professore di Anatomia umana dell'Università stessa.

L'Accademia espresse pure a maggioranza di voti il desiderio di possedere fra i suoi membri Ordinarii, avendoli inchiusi nelle terne i Chmi Signori

Monsignor *Francesco Regnani*, Professore di Fisica nel *Seminario Romano* e

Professore Cav. *Michele Stefano Derossi*, Professore sopranumerario di Mineralogia e Geologia dell'Università di Roma.

Le elezioni accademiche verranno umiliate alla sanzione del Santo Padre, a cui si sottoporrà ancora il processo verbale della seguita votazione.

L'Adunanza aperta legalmente alle ore 4 pomeridiane, venne chiusa alle ore 6.

SOCJ PRESENTI A QUESTA SESSIONE

Comm. B. Viale-Prelà Presidente – Monsignor Nardi – Can.° Conte Castracane degli Antelminelli – P. A. Secchi – Ab. O. Astolfi – M. Azzarelli – Monsignor B. Tortolini – Contessa E. Fiorini-Mazzanti – B. Boncompagni – Ab. S. Proja – V. Diorio.

OPERE VENUTE IN DONO

Sugli spettri prismatici de'corpi celesti. Memoria III. del P. Angelo Secchi.

ATTI
DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA DE'NUOVI LINCEI

SESSIONE III.ª DEL 7 MAGGIO 1871

PRESIDENZA DEL SIG. COMM.re PROF. BENEDETTO VIALE PRELA'

MEMORIE E COMUNICAZIONI
DEI SOCI ORDINARI E DEI CORRISPONDENTI.

SULLE PROTUBERANZE SOLARI E LE FACOLE
NOTA
DEL P. A. SECCHI.

Nella seduta passata presentai alcune figure delle protuberanze, le quali erano state osservate da me al Collegio Romano, e disegnate dal Sig. G. Lais. Avendo S. E. il Sig. Principe Boncompagni, nostro socio benemerito, ordinato che venissero pubblicate in cromolitografia, credo indispensabile il dare una breve storia di questi fenomeni di somma importanza nella teoria solare, e ciò tanto più volentieri che l'effetto di questi lavori è riuscito artisticamente assai bello e fedele. La pubblicazione di questi disegni darà una idea della natura variabile di questi fenomeni che non sono sì facili, nè sì ovvii ad essere osservati, giacchè sono di breve durata, e richiedono mezzi e pratica non comune. Non tutte queste cose possono essere inaspettate ai dotti, ma esse mi porgeranno occasione di parlare di queste importanti emissioni gassose. Descriverò le figure coll'ordine della tavola, che non è quello delle osservazioni.

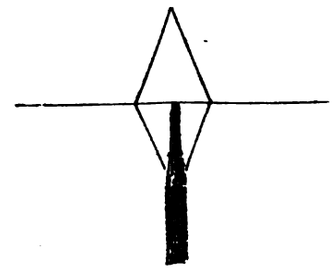
Questi disegni hanno il vantaggio di comprendere una serie di figure tipiche delle protuberanze, le quali in mezzo alle infinite loro forme capricciose, pure sono suscettibili di una certa classificazione.

La fig. 1ª rappresenta un'altissima prominenza di circa 2' $\frac{1}{2}$ ossia di circa 9 diametri terrestri di altezza, per la massima parte nebulare, benchè certa-

mente vi fossero getti nascosti. Essa è realmente disposta a 3 ordini, l'inferiore è formato da due masse, che uscite verticalmente si estendono orizzontalmente, la principale sotto la cifra 1 si alza per 3 ordini, e si estende sulla seguente a destra, la quale è molto meno energica. Questa ha tutta l' aria delle nubi da noi dette *strati*, e colla sua distribuzione accenna a temperature diverse regnanti alle differenti altezze dal Sole. Nella zona gialla apparivano i filamenti de'getti, ma nella rossa erano essi involuti nella massa nebulosa. Tra i due getti si stende un arco oscuro che forma una di quelle che paiono grotte o fori. Questi sono frequentissimi, e si vedono questi archi talora sovrapposti a più piani per l'intreccio delle varie forme e ramificazioni. A sinistra è un filo leggero di nebbia inclinato al basso, e a destra si vede la punta del 2.° getto che è conformata in nube decisa. All'estremità destra del quadretto è un'altra nube apparentemente staccata ed evanescente. A sinistra dello stesso quadretto è un gruppo di getti minuti che era assai vivace, ma non avea espansione nebulosa sopra di sè.

Qnesto ammasso di roba si vedeva all'orlo NE del Sole , e corrispondeva sopra una facola molto viva il dì 12 marzo. Il dì seguente comparve ivi stesso una macchia la n.° 52 del catalogo di quest'anno. Il disegno fu fatto circa alle ore 1^h 30^m, ma nell'atto del farlo essa subì notabili cambiamenti nel contorno.

Questa è una forma tipica molto comune, ed è quella che più si rassomiglia agli alberi, come i *pini* che si sollevano dai nostri vulcani. In questa protuberanza oltre le solite righe, si vedeva brillante l'intervallo tra le due più vicine del magnesio, e rovesciavasi la 3.ª Varie altre nel verde in mezzo tra *b* ed F divenivano luminose, tutte appartenenti al ferro. Il fenomeno più interessante fu quello di mostrarci l'idrogeno in F conformato a modo di lancia, essendo la riga dilatata alla base, e col suo splendore penetrando dentro al disco visibilmente Questa penetrazione non è nuova e fu da me notata fino dal 1869, ma non avea mai veduto sì forte dilatazione. La riga nera F pareva realmente l'asta , e il getto lucido il ferro di una lancia. Ciò conferma una osservazione notabile del Sig. Lockyer. La riga C era pur essa molto dilatata. L'osservazione cominciò alle 10^h 30^m, e un ora dopo queste belle apparenze erano svanite , e restò solo la gran massa nebulosa, che fu disegnata.



La fig. 2ª rappresenta un secondo stadio di una superba protuberanza visibile alli 7 di marzo. Essa è composta di due gruppi di getti come vede-

vansi alle $11^h\ 30^m$. Ma realmente questa fu una seconda fase più povera della prima, che però ho preferito perchè il disegno mio era troppo rozzo. Alle $10^h\ 10^m$ le due masse erano riunite in una, e si presentavano come una nube lucida estesissima da cui piovesse una fiamma di fuoco. Si riconosceva però che vi erano due centri di emissione diversi, perchè i fili dei due gruppi non erano rigorosamente paralleli tra di loro, e una certa confusione regnava al luogo ove i due sistemi si congiungevano, perchè eravi un poco di nebulosità. I due sistemi liberi da nubi erano perfettamente staccati nella regione gialla D_3. Ogni filamento salito all'altezza di circa $1'$ si attorcigliava in una nube globulare, dove faceva una massa estremamente brillante. L'altezza totale era $1'\ 30''$. Alle 11^h e 30^m il tutto era cambiato, e il Sig. Lais fece il disegno che pubblico. Le nubi del 2.° sistema de'getti erano svanite, restando quelle del primo, e una massa nuvolosa frapposta. A $1^h\ 30^m$ le nubi si alzarono a $2'$ minuti, e divennero sfumate sul 1.° sistema de'getti, la condensazione però alla loro cima sussisteva ancora, e formava una luce brillantissima. Intanto il 2.° sistema era svanito affatto. Alle $3^h\ \frac{1}{2}$ non restava più nulla, salvo due nubi isolate alte $1'$ circa.

Questa bella protuberanza stava accanto ad una macchia (la 48) che entrava, ivi era un gruppo di facole vivissimo, e il dì appresso 8 si vide la macchia ingrandita assai e tutta contornata di facole pure lucidissime : probabilmente la macchia del dì precedente erasi sciolta e dato luogo alla nuova.

Il giorno 8 un'altra bella macchia (la 43) che stava vicina all'orlo, era preceduta da una bella protuberanza : quando il giorno 9 fu all'orlo preciso, la protuberanza non si vide, ma tutta la cromosfera era conformata in piccoli monticelli e gettarelli svariatissimi, e lo strato unito di essa si trovò più alto nella regione delle facole.

La fig. 3ª è soltanto un avanzo, ossia un terzo stadio che presentò una superba protuberanza osservata ai 6 di marzo. Ebbe questa tali cambiamenti che credo interessante riferirli. Alle $11^h\ 30^m$ trovai nel Sole una furiosa eruzione all'orlo N. E. La cromosfera era in un disordine indescrivibile, per 5.° eliocentrici. Nel mezzo di questo spazio si elevava un gruppo di getti irregolari dispersi per tutti i lati. Arrivati all'altezza di $30''$ si continuavano in una nube obliqua che pareva trasportata da un forte vento, e ivi all'altezza di $1'\ 15''$ si estingueva per riapparire un poco più alta. Strascichi di nubi leggere più bassi, diretti nello stesso senso, facevano seguito al getto centrale.

Vedendo la vivacità de'getti, restrinsi la fessura, e trovai che la linea C

si mostrava ondulata, il che indicava una violenta traslazione della massa. Alla base de'getti si vedevano molte altre righe, e specialmente la rossa a 0, 45 di distanza da C verso B. Nel giallo D_3 si aveano dei getti, ma molto più bassi, e mancava la parte nebulosa. La nube era più viva, e più alta nel bleu, dove eguagliava almeno il rosso. La linea viva F restava tutta intera dal lato meno refrangibile della nera corrispondente. Diventava lucido l'intervallo fra le due vicine del magnesio, restando nere le due proprie di questo metallo, e lucida la lontana 3ª del magnesio (1). Lo spettro in alcuni momenti si rovesciava quasi tutto. A (11^h 10^m) si vedevano due altre lucide in mezzo fra F e *b*. Il sodio era vivissimo, e finalmente per pochi istanti si vide lo spettro *tutto* rovesciato, cioè un filo lucido longitudinale tanto largo quanto la protuberanza, brillò su quasi tutte le righe nere. A mezzo dì il rosso C era dilatato enormemente come in questa figura, e anche la D_3 si vide della stessa forma.

La massa de'getti prese allora una certa regolarità: si dispose tutta a modo di parabola, lanciando dalla sua parte più elevata una nube decisa, mentre la parte discendente della curva ricascava nel sole. Il moto delle fiamme era visibile all'occhio e non era cosa dell'aria nostra. Il ricasco era chiarissimo, ma la sua massa era indescrivibile tanti erano i fori, le correnti e l'intreccio, che era impossibile disegnare. A 12^h 15^m l'altezza di questa nube giunse almeno a 2 minuti, e lanciò fuori (cosa molto notabile) dalla sommità della parabola come un immenso corno, che era diretto in senso opposto ai getti stessi indicando una corrente contraria a quella di sotto. Questo corno diventò tutto nuvoloso come la nube di sotto. A mezzodì sparirono le nubi in gran parte, alle 12^h 25^m non restava che il pezzo di nebbia disegnato nella figura 3. Il resto era fatto di filamenti riuniti a fasci, che cadevano in pioggia. *Esaminata la località della protuberanza al Cauchoix si rinvenne sul luogo una vivissima facola* (parole del Sig. Lais). A 12^h 35^m i getti essendosi fatti più netti, ci fece la fig. 3 qui riprodotta. A 12^h 50^m era tutto finito, e non restava che una nuvoletta di forme ordinarie.

Ad 1^h 20^m si ravvivò, e formò un bell'arco o ponte alto 1'. 15'. Ad 1^h 30^m tutto era mutato, e parecchi getti in senso opposto sormontati da un arco luminoso furono sostituiti alla parabola arcuata, ma i getti più vivi erano diretti in senso opposto di prima. Alle $3^h \frac{1}{4}$ non restarono sul posto che piccole fiammelle.

(1) Ho avvertito altrove che questa riga è doppia e in parte è del ferro in parte del magnesio la parte che diviene più comunemente lucida è quella del ferro, come pure appartiene a questo metallo una fina che sta nell'intervallo delle due più vicine del magnesio che si rovescia.

Questa protuberanza era all'orlo N. E dove il dì appresso comparve una macchia.

La fig. 4 rappresenta una protuberanza incombente sopra una bella facola all'orlo SO. Essa era larga 15° sul sole, e alta 1′ 20″. La complicazione di questa nube intralciata da fili luminosi era indescrivibile. Il Sig. Lais ne fece due disegni, uno alle 12^h, l'altro alle $12^h \frac{3}{4}$. Qui si dà solo una metà del campo come vedevasi alle $12^h 45^m$ per dare una idea di queste nubi lavorate, e *reticolate* come forme assai frequenti e di difficilissima riproduzione, ma che trovansi spessissimo, specialmente al *limite* de'getti evanescenti.

La fig. 5 mostra una parte della cromosfera sopra una facola vicina a una macchia, come si suole vedere abitualmente. La nube è una delle forme più comuni in tali casi. La data non è segnata perchè è cosa quasi abituale nelle zone delle macchie.

Finalmente per non essere infinito presento un nuovo disegno di una protuberanza osservata il 17 aprile, la quale consta di due getti che hanno un evidente moto vorticoso. Il getto principale comincia andando obliquamente verso destra poi si raddrizza in curva, e si rovescia a sinistra giunto ad un altezza di 1′ 20″. Tutta la protuberanza è circa 2′ 30″. Il getto secondario si mostra girare anch'esso. La curvatura è quella di un elica veduta di profilo.

Le osservazioni qui riferite, sono estratte da molte altre fatte continuamente in questi due anni, che salgono a qualche migliaio. L'esame dell'orlo è stato fatto quasi in tutti i giorni di tempo sereno, ma non ho fatto il disegno intero sapendo che se ne occupava il ch. sig. prof. Respighi, e solo ho tenuto conto delle cose più notabili, e forse potrò in parte riprodurle in altra circostanza.

Fino dalle mie prime osservazioni del 1869 notai che le regioni delle facole erano quelle in cui erano più copiose e vive le protuberanze, ma dalla serie posteriore delle ricerche e specialmente dalle ultime, fu tirata la mia attenzione sul fatto che i getti più vivi erano legati alle facole, e sopratutto essi brillavano nelle facole che precedevano le macchie. In tutte le parti del disco, non esclusi i poli si trovano protuberanze, come si trovano facole, ma le più belle e quelle aventi getti assai vivi solo s'incontrano sulle facole, le altre sono nubi derivate da getti comparativamente assai più fiacchi.

Cotali risultati erano il frutto di una induzione spontanea, per dir così, non essendovi stata fatta sopra ricerca diretta. Ma vedendo la sua importanza mi sono deciso a farvi uno studio più preciso e seguito. Finora gli astronomi ci hanno dato o l'interno del disco solare colle sue macchie, poco curando le facole, su cui pure si fece tanta attenzione nei primordii dal P. Scheiner; ovvero ci hanno dato le protuberanze esterne senza il confronto de'punti

interni a cui corrispondevano. Io mi sono proposto di supplire a questa lacuna, mettendo in confronto le facole, le macchie, e le protuberanze. Le facole non sono di facile osservazione: esse coi cannocchiali vedonsi assai di rado, onde si esige qualche speciale artificio. Il mio è seguente.

Sono già ormai 12 anni che noi facciamo all'osservatorio il disegno delle macchie del disco solare, e da varii anni anche delle facole, le quali ci riescono visibili anche in mezzo al disco, dopochè la cupola girevole dove sta l' equatoriale fu fornita di un' ampia tenda nera all' apertura, e la cupola stessa fu tinta in nero. Così l'osservatore non ha altra luce che quella proveniente dall'imagine solare sulla carta. Profitto pertanto di questo commodo per fare insieme colle macchie il disegno delle facole. Nei giorni chiari pertanto si comincia col fare al cannocchiale di Cauchoix un disegno esatto per proiezione di tutte le macchie visibili del diametro di 243^{mm}, in un modo assai sbrigativo per ciò che spetta i dettagli, ma il più preciso possibile per la posizione. Essendo ora il detto equatoriale munito di macchina rotatoria, è facile eseguire questo lavoro in poco più di un quarto d'ora. Oltre le macchie si notano le principali facole tracciandovi attorno una linea che ne rappresenti l'andamento.

Fatto così il disegno delle macchie e delle facole, si va all'equatoriale di Merz, e si fa quello delle protuberanze. Per facilitare questo disegno è stato ripetuto al cercatore di Merz l'apparato del Cauchoix, cioè un'asta di legno attaccata al tubo regge una carta bianca su cui si proietta l'imagine solare in metà della grandezza di quella ottenuta all' Equatoriale di Cauchoix. Si determina il punto preciso su cui è diretto lo spettroscopio e la coincidenza dei due strumenti, mettendo una macchia sulla fessura dello spettroscopio disponendola sulla riga C, e visto a che punto della carta bianca essa coincida, vi si fa un segno che serve di *repère*. Si comincia quindi a percorrere il lembo solare colla fessura, il che si fa assai comodamente mettendo il punto voluto del lembo sul *repère* suindicato e guardando a occhio nudo la imagine del sole formata dal refrattore grande proiettata sulla fessura attraverso un vetro offuscante che lascia l'imagine quasi bianca, e non è di alcun incommodo all'occhio. La disposizione del nostro spettroscopio è perciò assai vantaggiosa, perchè essendo fatto di 3 prismi che rinviano il raggio verso l'obiettivo parallelamente all'asse del refrattore, attesa la lunghezza del collimatore e del cannocchialino accade che l' oculare resta all' altezza stessa della fessura, onde l' osservatore senza scomporsi, nè mutar di posto vede all'oculare lo spettro, e con un semplice girar d'occhio può

vedere fuori come si trovi la fessura rapporto al disco, e di più sulla carta bianca del cercatore vede l'imagine diretta del sole ingrandita, simile a quella su cui devonsi disegnare le protuberanze. Così con un poco di pratica si riesce a collocar la fessura tangente all'orlo con grande facilità e a sapere con precisione il luogo dove si guarda.

Ottenuto questo, colà dove si scorge una qualche cosa notabile della cromosfera, si legge il circolo di posizione, e si riporta ciò che si è veduto sulla figura. Il riportare quelle posizioni, si potrebbe fare col valore letto del circolo stesso, ma trovo più sicuro il modo seguente.

Ho detto che la imagine del cercatore è la metà di quella del Cauchoix, che si è presa per base. Perciò veduto che io abbia all'orlo una protuberanza, per mezzo dell'orologio motore essa si tiene fissa sulla fessura, e notasi il punto del lembo che coincide col *repère* segnato prima, e con un compasso di proporzione disposto nel rapporto di 1:2, prendo colla parte stretta la distanza della protuberanza a una macchia ben precisa, e quindi riporto questa distanza colla parte larga del compasso sull'orlo dell'immagine del Cauchoix. Perchè l'operazione sia esatta scelgo sempre una tal macchia che stando presso l'orlo dia posizioni ed intersezioni precise, e se la protuberanza è importante per la sua posizione, la prendo con due o più macchie.

Quando la macchia è vicina all'orlo, verifico questa posizione e i contorni presi con il sistema da me inventato di mettere un altro prisma avanti alla fessura, il quale mi dà nettissima la macchia, e colle sezioni lineari della protuberanza mi porge con estrema precisione la posizione di questa e il contorno della cromosfera circostante.

Il metodo di proiezione combinato con il metodo spettroscopico dà una maniera facile e sicura di misurare l'altezza delle protuberanze, e la loro larghezza. Perchè messa la cima, e la base successivamente ad uno stesso ciglio della fessura, si può con una scala a millimetri prendere lo spostamento del lembo osservato nella carta di proiezione, e così si può fare la misura con molta esattezza. Avendo la nostra imagine 122^{mm} di diametro è chiaro che un millimetro è circa $0'.26$ di minuto ossia $15''.6$; quindi i disegni riescono esatti quanto può desiderarsi in questa materia.

Finito questo lavoro che porta qualche tempo, segno sulla figura la proiezione dell'equatore solare, e dell'asse di rotazione del sole, e così posso vedere a che punti dell'astro corrispondano i fenomeni rilevati. Certamente il lavoro è un pò lungo, ma credo che sia indispensabile il farlo così, acciò si possano sciogliere le obbiezioni fatte alle precedenti induzioni.

Ho l'onore pertanto di presentare all'Accademia un numero discreto di questi quadri, quanti ho potuto fare in questi giorni. Non pretendo che le forme singole siano precise ne'dettagli, il che avrebbe richiesto un tempo assai lungo. Ho però fatto attenzione che l' assieme avesse il suo carattere distinto con ogni diligenza. Così i getti, sono distinti dalle nubi, e queste sono più o meno cariche secondo la loro vivacità, e hanno un contorno che rassomiglia le loro dimensioni assai proporzionatamente, pel che mi regolo colla grandezza della fessura, e colla sua lunghezza: ma per le principali si fa la misura diretta. La intensità e forma della cromosfera è distinta con una forza più o meno nera dal lapis, e resta anche indicata in segni convenzionali il carattere del suo orlo se sfumato o a getti ecc.

Certamente non sono sì numerose queste figure da potere da per sè sole fare una completa dimostrazione, ma trattandosi di confermare un fatto già rilevato in altro modo, hanno del valore, poichè le conseguenze sono sempre nello stesso senso. Tuttavia io mi propongo di continuare questo studio anche per altro tempo.

La prima cosa che salta agli occhi è che le protuberanze più vive sono abituali nelle zone delle macchie colà ove si trovano facole. Così confermasi ciò che fu detto da me fino da principio nel 1869 e poscia verificato da altri. Non trovo finora che rarissime eccezioni, e in queste se mancano i getti, o le nubi, almeno sempre vi è vivissima la fotosfera, che colla sua luce supplisce alla protuberanza.

La seconda cosa è, che se bene spesso si hanno protuberanze fuori di queste zone, però esse sono sempre più pallide di queste, e per lo più nascono da bassi getti. I getti più vigorosi sono nelle zone delle macchie.

La terza è che anche presso il polo si hanno delle protuberanze, e qui abbiamo l'esempio di un gruppo che dura 14 giorni, ma esse sono di questo carattere debole; però non mancano di essere in connessione colle facole, poichè vi è il fatto assai curioso che merita attenzione. Nei giorni 1, 2, 3, 5, 7 eravi una specie di demarcazione ben netta tutto intorno al polo australe che limitava la zona in cui le facole, o la *marmorizzatura* del sole era più viva, e dove questa zona si congiungeva all'orlo, o verso esso si protendeva come una penisola ivi si trovavano delle protuberanze.

4.° Le facole più vive e visibili presso l' orlo o sull' orlo preciso, sono quelle che hanno dato nubi più vigorose, e splendide con righe diverse, benchè non fossero le più alte, il che fu notato già da altri.

5.° Stando le macchie crateriformi presso l'orlo, distanti cioè 3 o 4 secondi,

si vede che a destra e a sinistra di esse la cromosfera è più rilevata che sopra essa, come già notai altra volta nel 1869, sopra al centro vi è l'altezza almeno della cromosfera ordinaria; ma quando la macchia, dal calcolo fatto deve trovarsi sull' orlo, allora il nucleo essendo invisibile si trova rialzata la cromosfera anche al suo ciglio. Dal che apparirebbe che l' orlo elevato e facolare che cinge queste macchie crateriformi, è formato da protuberanze.

Questa conclusione si verifica assai bene colla mia nuova combinazione spettroscopica che per brevità si può chiamare *Elioscopio spettrale*, e con questo ho trovato comunemente la cromosfera più viva e alta sopra il centro della macchia ridotta all'orlo preciso.

Finora sono troppo poche queste osservazioni per fare una sufficiente determinazione delle posizioni medie delle protuberanze, ma la sto preparando, ed ho già cominciato a fare quella che spetta le facole sulle osservazioni antiche.

Le numerose osservazioni istituite per verificare queste particolarità delle protuberanze mi hanno condotto all'importante conclusione accennata di sopra, e che finora trovo appoggiata quasi generalmente, e che se venisse a stabilirsi in massima rigorosa, ci condurrebbe a formarci una idea delle macchie molto più feconda e completa di quella che abbiamo adesso, e ne risulterebbe che dovremmo considerare le macchie come fatti ben secondarii rapporto a tutto il resto che costituisce il fenomeno a cui esse appartengono.

Il fatto di cui parlo è questo: *Le protuberanze più alte e più belle si trovano generalmente precedere le macchie*. Bisogna connettere questo fatto con altri per rilevarne l'importanza. Sono parecchi anni che io notai che le macchie crateriformi erano cinte da un rilievo di facole, cosa verificata anche dal Tacchini; è ora un fatto ammesso da tutti che le facole sono più numerose nella parte seguente le macchie, che nella precedente, come fino dal suo tempo avea rilevato il P. Scheiner: ma non è stato abbastanza notato che la parte anteriore delle macchie ha facole più vive, benchè questo fosse pure già avvertito dallo Scheiner stesso. Chacornac ed altri hanno osservato che i gruppi delle macchie allineandosi secondo i paralleli hanno la prima di esse con nucleo più deciso e più regolare delle altre. Di più è un fatto più volte notato, essere generalmente le macchie fornite di code miste di facole e di macchie minori irregolari. Combinando queste apparenze col moto delle macchie, io non esitai a dire che la macchia ci si presentava spesso come la *scia di un bastimento in mare*. La parte anteriore sarebbe la proda dell'onda, più stretta, ma più alta, e il resto lo strascico. La mac-

chia si muove come se incontrasse una resistenza e rigonfiasse la fotosfera avanti al suo corso.

Ma qui si fa innanzi una domanda. È la macchia, o la fotosfera che cammina? Noi attribuiamo il moto alla macchia perchè è più isolata e spiccata, ma le apparenze sarebbero le stesse se la macchia stesse ferma, e la fotosfera camminasse in senso contrario. L'acqua di un fiume si rialza non meno a prora di un bastimento che le va contro, che a monte di ostacolo fisso. Qual de'due qui si muove, il mezzo fotosferico, o la macchia?

Il fatto che ho rilevato potrebbe dar luce. Imaginiamo un getto che con grande velocità esca dall' interno del sole: la colonna gassosa ascendente di questo formerà un vero ostacolo alla corrente vaporosa generale fotosferica che lo affronta, ed essa si troverà rotta, agitata e spezzata come la corrente di un fiume che incontra la pila di un ponte. Alla parte posteriore del getto, ne nasceranno rigurgiti e vortici con un movimento rotto e irregolare, che ci si manifesterà con cavità e agitazione nella fotosfera, cioè con macchie e facole.

Il vedersi che la facola anteriore è quella che presenta i getti più vivi, sembra provare che ivi realmente è il centro principale di queste eruzioni, il che non toglie che vi possano esser altrove altri getti ripetuti nei contorni e anche in mezzo alle macchie. Così la parte posteriore nera non sarebbe che un risultato di questa eruzione medesima, e ci parrebbe oscura sia per l'espansione e raffreddamento de'gas provenienti dall'interno, sia per gli avvallamenti prodotti, ripieni di masse assorbenti ivi raccolte, sia per altra cagione. Che la fotosfera abbia un moto generale la cui direzione sia in senso opposto della rotazione solare dall' equatore, lo mostrano i fenomeni delle macchie stesse che girano più lentamente sui paralleli più lontani: so che finora non si ha teoria meccanica che giustifichi tal corso, ma esso pare non potersi rifiutare. — La macchia nera sarebbe così un semplice effetto molto secondario della operazione che ha luogo nella regione della macchia solare, e la parte principale del fenomeno sarebbe nelle facole e nelle protuberanze. Se avessimo macchie presso ai poli, potrebbe risolversi un poco meglio la questione di questa circolazione; le protuberanze possono aiutarci. Il sig. Respighi ne ha già osservato alcune che soddisfano alla rotazione di 25 giorni: io pure ne ho notato una che assai si accosta a questo periodo. Ma rimane sempre dubbia alquanto la loro identità, e stabilità. Siccome la legge empirica della rotazione solare è della forma $a - b \operatorname{sen}^2 \lambda$, è notabile che la variazione di questa quantità, cioè $-2b \operatorname{sen} \lambda \cos \lambda = b \operatorname{sen} 2\lambda$ darebbe un massimo a 45° di latitudine, il che corrisponderebbe agli enormi movi-

menti osservati da Peters, e darebbe presso al polo la stessa rotazione che all'equatore.

Le protuberanze sono state finora troppo poco studiate per potersi nulla definitivamente pronunziare. Ma è certo un gran fatto che non vi sono mai macchie senza facole. E ora sappiamo che le macchie e le facole sono accompagnate da dislivelli nella fotosfera e da getti luminosi. Di questi dislivelli ne ho avuto prova nella macchia del 9 aprile, in cui si videro due strati di quelle correnti che formano le penombre sovrapposti ad angolo retto uno sull'altro.

Le facole occupano una estensione assai più notabile che le macchie, benchè costituiscano un solo gruppo; ma combinando questi fatti coll' altro che le macchie regolari sono le forme limiti a cui si riducono i numerosi squarci che nascono nelle agitazioni fotosferiche, ci persuaderemo che nelle macchie abbiamo solo la conseguenza di un altra classe di fatti, ben più importante, che era sfuggita all'osservazione materiale finora, ma erasi congetturata, finchè ce l'ha rivelata lo spettroscopio: intendo dire *le eruzioni solari*. Soltanto si era cercata la sede di queste eruzioni nei nuclei delle macchie, mentre ora si rileva che essa trovasi nelle facole. Limitiamoci a questo pel presente, sperando che future osservazioni ci daranno più completa risposta.

Profittando della bella macchia ora visibile sul sole e che ha un moto spirale superbo, e che è quasi copia di quella da me osservata varii anni fa e inserita nel *Quadro fisico del sistema solare*, ho esaminato spettroscopicamente il suo interno, e vi ho trovato tal massa di vapori, che è inconcepibile. Lo spettro esaminato sul nucleo coll'immagine ingrandita, vestiva le forme più strane. Erano ivi marcatissime le righe o persiane del vapor acqueo, e perciò avrei una conferma di quanto osservai in altre circostanze. La linea C spariva *quasi* del tutto, ed era fiancheggiata da altre fine aggruppate segnate *aer* nella tavola di Kirchhoff. Appresso e oltre la D si formavano zone nebulose coincidenti con quelle che si hanno nel sole presso l' orizzonte. Talchè si ricaverebbe esser nelle macchie del sole gli elementi di quelle sostanze. Confesso che questa osservazione ha scosso molto la mia fede che il centro delle macchie sia più caldo del resto, perchè se ivi esiste vapor acqueo, ivi la sua temperatura deve essere inferiore a quella della dissociazione. Nè tali righe si potevano credere della nostra atmosfera, perchè il sole era sì alto che non appariva ancora la C^6 che pure è la prima a comparire. Erano dunque esse solari, ma non certamente

di solo vapore acqueo: bene cercai determinarne alcune, ma la loro massa incredibile, mi scoraggì e accostandosi il Sole all'orizzonte temetti una influenza atmosferica terrestre.

Ora noi siamo in un massimo di macchie, di aurore polari e di perturbazioni magnetiche. Se seguiteremo le osservazioni suddette, avremo un mezzo da riconoscere probabilmente quale sia l'origine della connessione fra questi tre fenomeni che tanto si è cercata indarno finora.

OSSERVAZIONI DELLA COMETA I. – 1871

FATTE ALL' EQUAT. DI MERZ. AL COLLEGIO ROMANO DAL P. ROSA

1871	T. M. di Roma	A.R app. Cometa	D. app. Cometa	
Aprile 17	$9^h\ 42^m\ 8^s.\ 1$	$* + 0^m\ 21^s.\ 34 = 3^h\ 13^m\ 2^s.\ 77$	$* + 6'\ 18''.\ 90 = + 48°\ 42'\ 40''.\ 65$	(*a*)
20	8 48 55. 4	* + 1 0. 85 3 25 17. 05	* + 1 6. 96 + 46 59 59. 8	(*b*)
22	8 48 40. 8	* − 2 26. 95 3 33 10. 32	* + 6 53. 73 + 45 48 10. 3	(*c*)

Numero dei confronti: il 17 e 20 Aprile per Posiz. e Dist. N.° 3 – il 22 per passag. N.° 4.
Non sono corrette dalla Rifr. e Parallasse.

	1871.0	A.R media *	D. media *	Autorità
Stelle di confr.	(*a*)	$3^h\ 12^m\ 43^s.\ 53$	$+ 48°\ 36'\ 23''.\ 20$	B.A.C 1024 Oxford. obs. 1841–3–4–9
	(*b*)	3 24 18. 41	46 58 54. 2	Oeltzen 3888
	(*c*)	3 35 39. 23	45 41 17. 7	» 4062

La Cometa è fornita di nucleo come una stella di 7ª grandezza. Ha una nebulosità a contorno parabolico che traccia la direzione della coda rudimentare. La luna ha impedito finora altre osservazioni. Lo spettro osservato nella sera del 14 aprile si trovò dare una zona nel verde presso *b* sfumata come si è veduto nelle altre comete.

SU LA ILLUMINAZIONE MONOCROMATICA DEL MICROSCOPIO E LA FOTOMICROGRAFIA, E LORO UTILITA'.

NOTA

DEL SIG. CONTE FRANCESCO AB. CASTRACANE

Quando mi fu dato leggere le Memorie istorico-critiche della nostra Accademia e del suo fondatore Federico Cesi, dove si narra del suo caldo zelo e studio passionato d'ogni ramo di scienza e specialmente della Storia Naturale, appresi essere un non ultimo titolo di gloria della Accademia che il Microscopio nei primi momenti della sua invenzione venisse ad essa presentato ed essa ne cogliesse le primizie. Da questo intesi che ciò che mi valse l'onore di essere chiamato a sedere fra di Voi, o Signori, fu l'aver Voi udito da alcuno a me parziale come io mi fossi dato alle diverse applicazioni del Microscopio, volendo per tal modo obbligarmi a non desistere dalle intraprese ricerche, e dallo spingere sempre più oltre lo studio del Microscopio. Quindi è che reputo mio dovere il darvi conto dei risultati fino ad ora ottenuti da me nella osservazione diretta a mezzo del Microscopio, non meno che nella applicazione della Fotomicrografia a scolpire permanentemente e nel modo più fedele ed autentico i più fini dettagli che presentano gli oggetti microscopici.

La pratica dell' arte maravigliosa creata dalle scoperte di Daguerre, di Niepce e di Talbot, della quale fin dai suoi primordi io presi diletto, mi suscitò il desiderio di tentare l' utile applicazione di quella alla riproduzione degli oggetti diversi, dei quali si occupa la scienza. Lo stupendo dettaglio e l' incantevole verità con la quale io costringevo la natura a ritrarsi da sè stessa nella Camera oscura mi persuase che il mezzo migliore ad ottenere l'espressione più fedele di quanto può colpire i nostri occhi o direttamente o con l'aiuto delle diverse combinazioni ottiche fosse per l'appunto la Fotografia. E che non male mi apponessi ne ebbi non dubbia prova allorchè, dopo essermi provato con buon successo a riprodurre diversi organismi ingranditi a mezzo di un ottimo Microscopio di Amici, volli tentare di ritrarre le minutissime particelle di alcune Diatomee come i *Pleurosigma Balticum*, *Hippocampus*, *angulatum*, che venivano riguardati come soggetti di prova a riconoscere la forza e il merito relativo di un Microscopio. Il felice risultato ottenuto in queste difficili prove mi convinsero della grande

utilità, che seguirebbe dalla applicazione della Fotografia al Microscopio, mentre per tal mezzo si ottiene di potere in breve tempo produrre un disegno di stupenda finezza e presso a poco esente da qualunque errore e specialmente da quelli di origine subiettiva. Dissi le riproduzioni della Fotomicrografia presso a poco esenti da qualunque errore e massimamente da quelli di origine subiettiva, in quanto che bisogna pure confessare che se la forma degli oggetti viene scrupolosamente riprodotta quale si presenta al Microscopio e quale perciò si scolpisce nella retina dell'occhio, però, se l'istrumento ottico sia difettoso e nella sua costruzione non esente da aberrazioni, o (ciò che più spesso accade) se per difetto di illuminazione viziosa che dà origine a false linee prodotte da diffrazione o per men retta determinazione del punto focale l'immagine sia non interamente corretta o confusa, in tutti questi casi la riproduzione fotografica appunto perchè fedele sarà una non vera rappresentazione della struttura originale. Ma tale inconveniente non diminuisce punto della utilità della applicazione della Fotografia al Microscopio, mentre quel qualunque errore, che dai sopradetti difetti potesse nascere, può venire controllato dall'occhio critico dello studioso o dal ripetere la riproduzione con obiettivi più perfetti, e con cangiate condizioni di illuminazione e di determinazione di punto focale.

Ma il mezzo più efficace a riconoscere la vera forma dei minimi dettagli strutturali, e che senza dubbio costituisce l'estrema risorsa dell' Osservatore al Microscopio nello stato attuale di questo, fu escogitato e vennemi confidato dal più illustre fra i moderni Ottici Italiani il compianto Professore G. B. Amici poco tempo prima della sua morte. Di tale ritrovato io feci argomento ad una mia lettera diretta all'illustre nostro Collega P. Secchi, che volle leggerla alla Accademia nella Sessione IV del 6 Marzo 1864. Questo mezzo ci viene offerto dall'impiego di una luce assolutamente monocromatica quale specialmente si ottiene da un raggio di luce solare decomposto a mezzo di un prisma. L'impiego facile e agiato di tal genere di illuminazione suppone il possesso di un Eliostato a tener fisso il raggio solare compensando il movimento della Terra. Il prezzo che richiedevasi per tale apparato era abbastanza forte e non alla portata di chiunque: però godo potere ora far conoscere che attualmente si costruiscono in Liverpool dei piccoli Eliostati su i disegni del Professore Smith di Hobart College (Stati Uniti) e modificati dal D.r Maddox, che sono abbastanza buoni per l'uso quantunque il prezzo dicasi di circa due lire sterline.

Io dunque possedendo da più anni un grande Eliostato sistema Foucault

costruitomi espressamente dal Sig.r Giulio Duboscq di Parigi e praticando la Fotomicrografia, ho così un mezzo facile a determinare con osservazioni parallele la vera forma dei dettagli ultimi di quelli organismi, la piccolezza dei quali essendo riconosciuta da tutti i Micrografi quasi limite alla forza del Microscopio, la visione più o meno distinta di quelli serve qual termine di confronto ad estimare la perfezione dell'istromento ottico, e conseguentemente viensi a riconoscere gli avanzamenti continui, che con nobile gara i migliori costruttori vanno introducendo nel Microscopio, il quale per tal modo è stato ridotto nel lasso di cinque lustri allo stato di uno degli istromenti ottici più perfetti.

L'uso della osservazione a luce monocromatica, e la pratica della Fotomicrografia vengono adoperate da qualche tempo e giustamente inculcate dal micrografo Americano il Colonnello D.r Woodward, il quale presiedendo al Museo medico dell' Armata degli Stati-Uniti si valse dei copiosi mezzi che gli forniva quell'Istituto per introdurre nelle ricerche microscopiche tutto ciò che potesse costituire un miglioramento e un progresso. Però nel mentre che ambidue ci incontriamo nell'istessa via io non posso con lui convenire nel riguardare come luce monocromatica quella di un raggio che ha attraversato una soluzione di ammonio-zolfato di rame. Per tale via si escludono bensì quasi tutti i raggi a meno del raggio turchino, però è conosciuto e indubitato che il raggio rosso non ne è interamente eliminato. Nell'uso della Fotomicrografia da tale illuminazione si ottiene un'immagine *assolutamente* semplice perchè il raggio rosso non essendo dotato di alcuna azione chimica per la Fotografia è come non esista; ma nella osservazione diretta necessariamente si presentano due immagini una turchina ed una rossa corrispondenti ai due raggi, le quali immagini per quanto tendano ad elidersi però non completamente sovrapponendosi come quelle che sono prodotte da due raggi l'uno di piccola l'altra di estrema rifrazione conseguentemente ne deve risultare una minor finezza di contorno.

Quindi è che io credo nessuno sia fin ora riescito a vedere o almeno a vedere così perfettamente le minime divisioni della *Surirella gemma*, come io l'ho veduta e la descrissi in una Memoria che ebbi l' onore di leggere nella Sessione IV del 1869, la quale *Surirella* è giustamente chiamata dal Sig. Mayall la pietra di paragone del Microscopio. Quelli furono veduti dal Sig. Hartnack e descritti e figurati come esagoni oblunghi, la quale forma (come nota il micrografo Americano Sig. Carlo Stodder in un suo scritto riferito nel Monthly Microscopical Journal al fascicolo dello scorso Novembre) è piuttosto il diagramma teoretico anzi che la immagine bene accertata della

struttura della *S. Gemma*, la quale struttura egli pretende essere stata veduta solamente dal Sig.r Bicknell e questo con un obiettivo Americano di Tolles di $\frac{1}{12}$ di pollice. Il che prova quanto difficile venga riconosciuto il vedere ed accertare la forma precisa di parti di così eccessiva finezza. Ora io non solo ho veduto perfettamente le divisioni longitudinali e quindi la struttura moniliforme delle strie della *Surirella*, ma ho potuto determinare la forma di ciascuno di quei granuli costituente uno sferoide compresso, mentre la visione di quella Diatomea sotto l'illuminazione monocromatica mi riesce così distinta da non potere esitare nel descriverla non altrimenti che se la toccassi con la punta delle dita.

Questo potrebbe essere sufficiente a provare che il mio Microscopio con le diverse combinazioni di lenti di diverse fabbriche, delle quali va fornito, fin ad ora può dirsi per lo meno non superato da alcuno. Aggiungasi ora non conoscere io alcuno *test* o organismo di così fina struttura e di così difficile risoluzione che io non l'abbia superato; così non vorrassi tacciarmi di milanteria nell' asserire di avere io un istromento non secondo ad alcuno.

In ordine ai risultati ottenuti con la Fotomicrografia, sin dal principio che mi ci accinsi mi sentii persuaso che *per lo meno* quella avrebbe dovuto ritrarre quanto può essere percepito dall'occhio applicato alla estremità del Microscopio nella osservazione diretta. Ad accertarmene mi provai a riprodurre la più difficile delle Diatomee *test* di Möller l'*Amphipleura pellucida*, che ho di nuovo riprodotto con le sue arciminutissime strie trasversali, che ho con tutta sicurezza non valutato ma numerato su la prova in cristallo che ne ho ottenuto, o meglio su l' immagine negativa ingrandita e projettata su un piano a mezzo del Microscopio solare. Quelle furono estimate da 120 a 130 mila al pollice inglese; il Sig. Royston Pigott, che asserisce avere notevolmente perfezionato il Microscopio con il suo *aplanatie searcher*, dice che quelle non sono meno di 150000 al pollice equivalenti a 6000 al millimetro! Tale Diatomea che io ho fotografato dalla preparazione Mölleriana al balsamo, è stata risoluta dal Sig. Lealand di Londra, dal Professor Carpenter e dal Sig. Wenham e fu ritratta con la fotografia dal Colonnello Woodward da preparazione *a secco* (il che è molto meno difficile), e tutti questi Signori sono convenuti nell'assegnare il numero di 100000 che di quelle lineette contarebbonsi in un pollice, cioè 4000 al millimetro; combinando così perfettamente nel numero prima da me riconosciuto e verificato nella Fotografia ottenutane, mentre la valutazione che in altra volta ne avevo fatta con os-

servazione diretta e che riconobbi erronea, sarebbe stata concorde con quella del Sig. Royston Pigott.

E questo mi autorizzò a rispondere con una mia Memoria, la quale venne letta nella Adunanza della Royal Microscopical Society di Londra al 5 Marzo di questo anno e venne quindi inserita nelle Transazioni, ad un asserto del Professore Huxley nella Adunanza della stessa Società al 12 Ottobre ultimo, che attualmente con il Microscopio « one could trully define a point not mere than » $\frac{1}{50000}$ th of inch in diameter », e aggiunse: « Histologists. he feared, » were at end of their work, unless.... they could obtain microscopes, wich » would enable them to separate two points the 100000 th of an inch apart ». Non risultando dal Conto reso della seduta che tale giudizio dell'esimio Professore avesse incontrato opposizione da alcuno, io credetti rispondere, che il limite attuale della portata del Microscopio non solamente arriva a far distinguere due punti tra loro distanti $\frac{1}{4000}$ di millimetro, ma anche può superare tal limite. Ed aggiungevo che « essendomi assai più caro l'interesse » della Scienza anzichè il vanto di possedere un istrumento non ancora su- » perato, io sono più che persuaso che quando il Sig. Huxley o altri inda- » gatori dei segreti della Natura vorranno adoperare dei Microscopii dei mi- » gliori Ottici Europei o Americani nel modo da me praticato » (cioè illuminando con un raggio di luce solare decomposto a mezzo di un prisma) » non mancheranno di avere eguali risultati ».

Parmi veramente strano che mentre da più anni io pubblicai tal genere di illuminazione per il Microscopio, mentre ne hanno parlato il Chiarissimo Professore Harting nella sua completissima Opera sul Microscopio, ed il D.r Moitessier nel suo utilissimo libro = La Photographie appliquée aux recherches micrographiques = e il più volte nominato D.r Woodward, i quali tutti ne riconobbero giusta la teoria, pure non viene ancora introdotto nella pratica usuale, o almeno non ci si ricorre quando sorgono dubbiezze su la retta intelligenza dei *test* come la *S. Gemma* fra le Diatomee, e le plumule o squamme della *Podura plumbea*, su le quali ultime vanno tenzonando il Sig. Royston Pigott e il Sig. Wenham in Inghilterra.

Così mi unisco con l'illustre Colonnello D.r Woodward a lamentare il quasi nessun uso che si fa della Fotomicrografia. E pure questa presenterebbe uno dei megliori mezzi a decidere della perfezione relativa e del merito fra diversi obiettivi per giudicarne nei concorsi che si istituiscono a promoverne l'avanzamento o a verificare l'inportanza di una nuova costruzione, come

quella ideata dal Sig. Royston Pigott, che tutti i Micrografi attendono ansiosamente.

Ambedue queste pratiche furono quelle che mi hanno condotto ai risultati suaccennati dei quali ho voluto rendervi conto, perchè ciascuno ne possa profittare applicandole a qualsivoglia ramo di Scienza di osservazione, e per darvi prova dell'impegno che io metto per corrispondere il meno indegnamente alla parziale vostra bontà, che meco usaste, adoperandomi con tutto lo zelo al progresso della Microscopia, la quale fece la sua prima comparsa nella Accademia istituita da Federico Cesi, che noverò fra i suoi Socii quelli che possono dirsi gli autori del Telescopio e del Microscopio Gio: Battista della Porta e il sommo Galileo Galilei.

Il maggiore ostacolo alla illustrazione fotografica delle Opere che vertono su argomenti di Storia Naturale, alla quale prestasi così opportunamente la Fotomicrografia, viene dal discredito recato a quest'arte maravigliosa per la poca persistenza delle prove, la quale devesi specialmente alla negligenza di quelli che sono incaricati della impressione delle immagini positive. Avendo però appreso, che l'abilissimo Fotografo signor Michele Mang aveva riprodotto felicemente le immagini fotografiche con l'inchiostro grasso dei Litografi secondo il metodo inventato dal signor Albert di Monaco, ho voluto sperimentare quanto tal metodo si prestasse a riprodurre le Diatomee ritratte a mezzo della Fotomicrografia. A tale scopo fra i tipi riprodotti in quest' anno ho scelto tre sogetti ottenuti con ingrandimento di 535 diametri. Il 1.° è la *Cocconeis punctatissima* Grev.: questa presenta lanomalia di una spizzatura nel margine prodotta evidentemente da un ostacolo incontrato da quella nel momento dello sviluppo. Questo prova che la Diatomea era attaccata ad altro organismo, e che nata piccola è venuta mano a mano svolgendosi contornando l' ostacolo. Il 2.° tipo è l' *Arachnoidiscus ornatus*. Ehrbg. e l'ho scelto come oggetto difficile a riprodurre per la differenza di piani che presenta. Il 3.° è un *Eupodiscus*, che finora non ho trovato nominato e descritto, del quale mi riservo parlare ad altra occasione.

TRATTATO ELEMENTARE DELLE FUNZIONI IPERBOLICHE

DEL PROF. MATTIA AZZARELLI.

PRELIMINARI.

1. Veruna nuova verità si contiene in quanto ho l' onore di presentare a questa Pontificia Accademia dei Nuovi Lincei, alla quale mi glorio di appartenere; lo scopo unico è quello di rendere più elementare, e propagare maggiormente la conoscenza della funzioni iperboliche, la cui utilità si riconosce ancora nell'analisi finita.

A questo intento principio col determinare per mezzo della sola conoscenza dei limiti l'area assintotica della iperbole equilatera, che dicesi settore iperbolico: definisco quindi le funzioni iperboliche, stabilisco la loro notazione, i limiti di loro variazione, e segni: presento le relazioni tra le funzioni iperboliche di un solo settore, e di due per somma e differenza. Estendo poi a queste funzioni il teorema di Moivre, ed ottengo le serie per le principali funzioni iperboliche, e dò le formole per la somma dei seni e coseni i settori dei quali procedono per differenza costante: stabilisco le leggi per passare dalle funzioni circolari alle iperboliche, e quindi risolvo il doppio problema di assegnare il differenziale di una qualunque funzione iperbolica per mezzo di quello del suo settore, e quello del settore per mezzo di una qualunque funzione iperbolica.

Per quegli studiosi poi i quali amassero conoscere una dettagliata, diligente e dotta istoria dalla loro origine fino ad oggi di queste funzioni, e le molteplici loro applicazioni di per se si raccomanda lo studio della prima parte dell'opera in due volumi, in 16mo, che il Sig. Professore A. Forti nel 1870 publicava in Torino sotto il titolo « *Tavole dei logaritmi dei numeri* » *e funzioni circolari ed iperboliche, precedute dalla storia, e teoria delle* » *funzioni iperboliche, da applicazioni ed altre tavole di uso frequente.* »

2. Determinazione dell'area iperbolica.

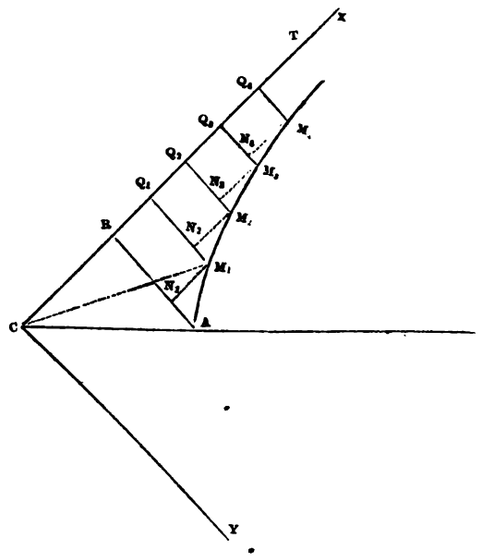
È noto essere

$$xy = \frac{a^2}{2}$$

l'equazione della iperbole equilatera riferita ai suoi assintoti.

Si ponga (Fig.ª 1ª)

$$CR = x_0 = \frac{a}{\sqrt{2}} = RA ,$$



ed a partire da questa ascissa, s'immagini che una porzione qualunque RT dell'asse delle ascisse venga divisa in un numero grandissimo di parti eguali, ognuna delle quali rappresenteremo per α.

Se dai punti di divisione Q_1, Q_2, Q_3, ... s'intendono guidate le ordinate

$$Q_1M_1 , \; Q_2M_2 , \; Q_3M_3$$

e quindi le

$$M_1N_1 , \; M_2N_2 , \; M_3N_3 , \; . \; . \; .$$

parallele all'asse delle ascisse, si avranno tanti rettangoli quante sono le parti uguali nelle quali è stata suddivisa l'ascissa. La somma delle aree di questi rettangoli tanto più si avvicina a quella iperbolica quanto più piccola è la quantità α, onde quest'area iperbolica è il limite cui tende quella somma al continuo decrescere di α. Questa somma, che è formata di tutti i rettangoli ascritti, lorchè α diminuisce tende al suo limite aumentando continuamente di valore: che se sulle medesime ordinate venissero costruiti tutti i rettangoli circoscritti, questi fornirebbero una somma che ammetterebbe il medesimo limite e ad esso si avvicinerebbe decrescendo col continuo diminuire di α: dunque l'area iperbolica fuori del limite trovasi compresa tra due somme, le quali tra loro differiscono di quantità che è infinitesima con α.

Se dunque si rappresenti per μ l'area compresa fra l'ordinata corrispondente al vertice, l'asse delle ascisse, la curva ed una ordinata qualunque, essa verrà definita da

$$\mu = \lim(\alpha y_0 + \alpha y_1 + \alpha y_2 + \ldots + \alpha y_{n-1})$$

ove

$$y_0 , \; y_1 , \; y_2 , \; \ldots , \; y_{n-1}$$

sono le ordinate corrispondenti alle successive parti eguali nelle quali è di-

visa l'ascissa. Ma

$$y_0 = \frac{a^2}{2} \cdot \frac{1}{x_0}\,;\; y_1 = \frac{a^2}{2} \cdot \frac{1}{x_0 + \alpha}\,;\; y = \frac{a^2}{2} \cdot \frac{1}{x_0 + 2\alpha}\,, \ldots\ldots$$

$$y_{n-1} = \frac{a^2}{2} \cdot \frac{1}{x_0 + (n-1)\alpha},$$

e così avremo

$$\alpha y_0 + \alpha y_1 + \alpha y_2 + \ldots\ldots \alpha y_{n-1}$$

$$= \frac{a^2\alpha}{2}\left[\frac{1}{x_0} + \frac{1}{x_0 + \alpha} + \frac{1}{x_0 + 2\alpha} + \frac{1}{x_0 + 3\alpha} + \ldots\ldots + \frac{1}{x_0 + (n-1)\alpha}\right]$$

e perchè

$$\frac{1}{x_0 + \alpha} = \frac{1}{x_0} - \frac{\alpha}{x_0^2} + \frac{\alpha^2}{x_0^3} - \frac{\alpha^3}{x_0^4} + \ldots\ldots$$

$$\frac{1}{x_0 + 2\alpha} = \frac{1}{x_0} - \frac{2\alpha}{x_0^2} + \frac{2^2\alpha^2}{x_0^3} - \frac{2^3\alpha^3}{x_0^4} + \ldots\ldots$$

$$\frac{1}{x_0 + 3\alpha} = \frac{1}{x_0} - \frac{3\alpha}{x_0^2} + \frac{3^2\alpha^2}{x_0^3} - \frac{3^3\alpha^3}{x_0^4} + \ldots\ldots$$

. . . . . .

$$\frac{1}{x_0 + (n-1)\alpha} = \frac{1}{x_0} - \frac{(n-1)\alpha}{x_0^2} + \frac{(n-1)^2\alpha^2}{x_0^3} - \frac{(n-1)^3\alpha^3}{x_0^4} + \ldots\ldots$$

dalle quali

$$\alpha y_0 + \alpha y_1 + \alpha y_2 + \ldots\ldots \alpha y_n$$

$$= \frac{a^2}{2}\left[\frac{n\alpha}{x_0} - \Big(1 + 2 + 3 + \ldots + (n-1)\Big)\frac{\alpha^2}{x_0^2} + \Big(1 + 2^2 + 3^2 + \ldots + (n-1)^2\Big)\frac{\alpha^3}{x_0^3}\right.$$

$$\left. - \Big(1 + 2^3 + 3^3 + \ldots + (n-1)^3\Big)\frac{\alpha^4}{x_0^4} - \ldots\ldots\right]$$

ma

$$1 + 2 + 3 + \ldots\ldots + (n-1) = \frac{n(n-1)}{1.\,2}$$

$$1 + 2^2 + 3^2 + \ldots\ldots + (n-1)^2 = \frac{n(n-1)(2n+1)}{1.\,2.\,3.}$$

. . . . . .

onde sarà

$$\alpha y_0 + \alpha y_1 + \alpha y_2 + \ldots + \alpha y_{n-1}$$
$$= \frac{a_2}{2}\left[\frac{n\alpha}{x_0} - \frac{n\alpha(n\alpha-\alpha)}{1.\,2\,x_0^2} + \frac{n\alpha(n\alpha-\alpha)(2n\alpha-\alpha)}{1.\,2.\,3\,x_0^3} - \ldots\right]$$

Ma se poniamo essere

$$n\alpha = h$$

avremo ancora

$$\alpha y_0 + \alpha y_1 + \ldots + \alpha y_{n-1}$$
$$= \frac{a_2}{2}\left[\frac{h}{x_0} - \frac{h(h-\alpha)}{1.\,2.\,x_0^2} + \frac{h(h-\alpha)(2h-\alpha)}{1.\,2.\,3\,x_0^3} - \ldots\right]$$

e passando al limite per $\alpha = 0$ sarà

$$\mu = \frac{a^2}{2}\left(\frac{h}{x_0} - \frac{h^2}{2x_0^2} + \frac{h^3}{3x_0^3} - \frac{h^4}{4x_0^4} + \ldots\right)$$

ovvero

$$\mu = \frac{a^2}{2}\log\left(1 + \frac{h}{x_0}\right)$$

e fatto qui

$$x_0 + h = X$$

otterremo

$$\mu = \frac{a^2}{2}\log\frac{X}{x_0} \qquad (1)$$

onde l'area iperbolica resta così definita dai due limiti X, x_0 dell'ascissa.

3. Se ora si vuole l'area ω del settore iperbolico CAM, basta che all'area μ, che supporremo essere rappresentata da ARQ_1M_1, si aggiunga l'area triangolare CAR, e si tolga quella dell'altro triangolo CM_1Q_1, e ciò eseguendo troviamo

$$\omega = \frac{a^2}{2}\log\frac{X}{x_0} \qquad (2)$$

onde

$$\omega = \mu\,.$$

Dalla (2) deduciamo

$$X = x_0\, e^{\frac{2\omega}{a^2}}$$

nella quale fatto $x_0 = \frac{a}{\sqrt{2}}$, e sostituito il valore di X nella

$$Y = \frac{a^2}{2X}$$

ne risulta

$$Y = \frac{a}{\sqrt{2}} e^{-\frac{2\omega}{a^2}}$$

Si rappresentino per x, y le coordinate rettangolari riferite all'asse principale, avremo facilmente tra queste, e le coordinate assintotiche X, Y le relazioni

$$x = \frac{X + Y}{\sqrt{2}}, \qquad y = \frac{X - Y}{\sqrt{2}}$$

e quindi

$$x = \frac{a}{2}\left(e^{\frac{2\omega}{a^2}} + e^{-\frac{2\omega}{a^2}}\right)$$

$$y = \frac{a}{2}\left(e^{\frac{2\omega}{a^2}} - e^{-\frac{2\omega}{a^2}}\right) \qquad (3)$$

nelle quali posto $a = 1$, il che equivale a considerare una iperbole equilatera di asse traverso uno, avremo

$$x = \tfrac{1}{2}\left(e^{2\omega} + e^{2\omega}\right), \qquad y = \tfrac{1}{2}\left(e^{2\omega} - e^{2\omega}\right) \qquad (4)$$

ove 2ω rappresenta il doppio settore iperbolico nella ipotesi di $a = 1$, onde posto $2\omega = \theta$ potremo scrivere

$$x = \tfrac{1}{2}\left(e^{\theta} + e^{-\theta}\right), \qquad y = \tfrac{1}{2}\left(e^{-\theta} - e^{-\theta}\right) \qquad (5)$$

Se nelle (3) poniamo $a = \sqrt{2}$ troveremo facilmente

$$x = \sqrt{2}\left(e^{\omega} + e^{-\omega}\right), \qquad y = \sqrt{2}\left(e^{+\theta} e^{-\theta}\right) \qquad (6)$$

Dalla (2) risulta che se le aree crescono in progressione aritmetica, le corrispondenti ascisse seguono una progressione geometrica.

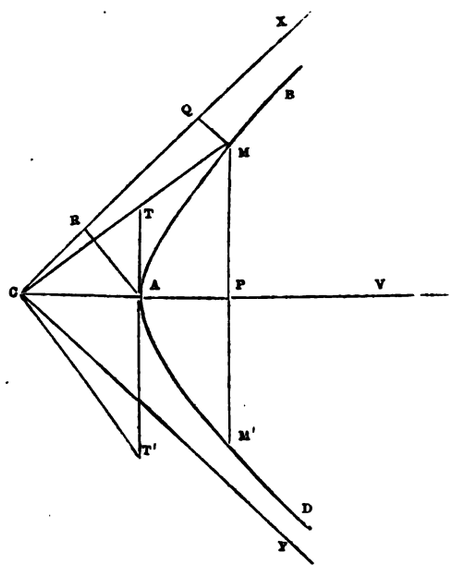
FUNZIONI IPERBOLICHE.

4. Sia BAD una iperbole equilatera riferita ai suoi assintoti rettangolari CX , CY e sia

$$\omega = CAM - ARQM ,$$

l' area o settore iperbolico corrispondente all'arco AM : quindi se l' ascissa divenga quella del vertice della iperbole l'area è nulla, cioè ad

x=CR, corrisponde ω=0.



Dal punto M calata sull'asse principale la perpendicolare PM, questa dicesi *seno iperbolico* del settore ACM.

Dunque : *il seno iperbolico è la lunghezza della perpendicolare calata dall'estremità dell'arco iperbolico corrispondente ad un dato settore, sul prolungamento dell'asse principale che passa pel vertice della iperbole equilatera.*

La lunghezza CP dicesi coseno iperbolico. Dunque: *il coseno iperbolico è quella distanza che corre tra il centro della iperbole equilatera ed il piede del seno.*

La retta AT dicesi tangente iperbolica del settore ACM : onde

La tangente iperbolica è quella porzione della tangente al vertice della iperbole equilatera limitata da quella retta che partendo dal centro va all'estremità dell'arco corrispondente al settore.

La retta CT dicesi secante iperbolica : onde

La seconda iperbolica è quella porzione della retta, la quale dal centro della iperbole equilatera andando al punto estremo dell'arco corrispondente al settore, è compresa fra il centro e la tangente.

Pel centro della iperbole condotta una retta normale a CM, e prolungata la tangente fino all'incontro di essa, la porzione AT' la diremo cotangente iperbolica, e la CT' cosecante iperbolica.

NOTAZIONE DELLE FUNZIONI IPERBOLICHE, VALORI PER I QUALI PASSANO, E SEGNI.

5. Per rappresentare le funzioni iperboliche faremo uso di quelle medesime abbreviazioni che vengono adoperate per le corrispondenti funzioni circolari, solo aggiungendo un h per ricordare la linea cui appartengono. Così porremo

$$PM = \text{sen}\, h.\theta\,; \quad CP = \cos h.\theta\,; \quad AT = \text{tang}\, h.\theta$$

$$CT = \sec h.\theta\,; \quad AT' = \cot h.\theta\,; \quad CT' = \text{cosec}\, h.\theta$$

le quali dinoteranno le funzioni iperboliche della metà del settore θ perchè è $\theta = 2\omega$ ed ω il settore corrispondente all'arco AM.

L'arco iperbolico è positivo lorchè trovasi al disopra dell'asse principale, avendo il suo principio al vertice.

Il seno, la tangente, e la cotangente hanno l'origine comune coll'arco, e le due prime linee sono positive quando si trovano al disopra dell'asse, e la terza quando è al disotto : sono negative quando si troveranno oppostamente. Il coseno, la secante, e cosecante hanno origine al centro della iperbole, ed il coseno è positivo lorchè dal centro procede verso la destra del calcolatore, la secante lorchè è al disopra dell'asse principale, e la cosecante quando è al disotto, sono negative quando procedono in senso contrario.

Supponiamo ora che sia

$$\theta = 0$$

cioè si consideri che il punto qualunque delle iperbole sia posto al suo vertice, avremo

$$\text{sen}\, h.0 = 0\,; \quad \cos h.0 = a\,, \quad \text{tang}\, h.0 = 0$$

$$\sec h.0 = a\,, \quad \cot h.0 = \infty\,, \quad \text{cosec}\, h.0 = \infty\,.$$

Se supponiamo che il settore θ vada crescendo, il seno ed il coseno crescono anche essi ed oltre ogni limite, perchè sono le coordinate rettangolari di un punto qualunque dell'arco iperbolico, ma la tangente non può superare a, perchè il suo limite è l'ordinata all'assintoto corrispondente al vertice della parabola, e la secante ha per limite $a\sqrt{2}$.

Supponiamo ora che il settore iperbolico divenga negativo, cioè sia l'area CAM' : abbiamo evidentemente

$$PM' = -PM\,, \quad AT' = -AT\,, \quad CP = CP$$

ovvero

$$\text{sen}\, h\,(-\theta) = -\,\text{sen}\, h.\theta\,; \quad \text{tang}\, h\,(-\theta) = -\,\text{tang}\, h.\theta\,; \quad \cos h\,(-\theta) = \cos h.\theta\,.$$

Quindi le seguenti conclusioni :

a) Il seno iperbolico può acquistare tutti i possibili valori tanto positivi quanto negativi a partire dallo zero fino all'infinito positivo o negativo , e muta di segno coll'area o settore.

b) Il coseno può acquistare tutti i valori positivi a partire dal semi–asse principale della iperbole equilatera fino all'infinito positivo, e non muta segno col settore.

c) La tangente può acquistare tutti i possibili valori che sono compresi fra lo zero ed il semi–asse tanto positivo quanto negativo della iperbole, e muta segno col settore.

d) La secante può acquistare tutti i possibili valori tanto positivi quanto negativi, i quali sono compresi tra a ed $a\sqrt{2}$.

RELAZIONI FRA LE FUNZIONI IPERBOLICE DI UN SOLO SETTORE.

6. Ritenuto il settore

$$ACM = 2\omega = \theta$$

ed essendo le coordinate rettangolari del punto M della iperbole equilatera riferita all'asse principale tra x, y abbiamo

$$x^2 - y^2 = a^2$$

ma

$$x = \cos h.\theta\ , \quad y = \operatorname{sen} h.\theta$$

dunque

$$\cos h^2.\theta - \operatorname{sen} h^2\theta = a^2$$

e poichè il secondo membro è sempre positivo così deve essere ancora

$$\cos h.\theta > \operatorname{sen} h.\theta.$$

Da questa relazione apprendiamo che essendo nota una delle due funzioni iperboliche si conosce ancora l'altra: e che la differenza tra due quadrati eguaglia un quadrato.

Nella iperbole equilatera la distanza focale è

$$e^2 = 2a^2\ ;$$

dunque se facciamo

$$e^2 = \cos h^2.\theta$$

troviamo

$$2a^2 - \operatorname{sen}^2 h^2.\theta = a^2 \qquad \text{dalla quale} \qquad \operatorname{sen} h.\theta = a.$$

Dai due triangoli simili CPM , CAT deduciamo

$$\operatorname{tang} h.\theta = a \frac{\operatorname{sen} h.\theta}{\cos h.\theta},$$

dalla quale, perchè $\operatorname{sen} h.\theta < \cos h.\theta$, risulta essere sempre la tangente una parte di a. Dal triangolo CAT abbiamo

$$\sec h.\theta = \sqrt{a^2 + \operatorname{tang} h^2.\theta}$$

ed anche

$$\sec h.\theta = \frac{a\sqrt{\operatorname{sen} h^2.\theta + \cos h^2.\theta}}{\cos h.\theta}$$

dalla quale, eliminato il seno, deduciamo

$$\sec h.\theta = \frac{a\sqrt{2 \cos h^2.\theta - a^2}}{\cos h.\theta}.$$

Se qui facciamo

$$\cos h^2.\theta = 2a^2, \qquad \text{trovasi} \qquad \sec h.\theta = a\sqrt{\tfrac{3}{2}}.$$

Il triangolo TCT′ essendo rettangolo in C ci dà

$$\overline{CA}^2 = AT \times AT',$$

e di qui

$$\cot h.\theta = \frac{a^2}{\operatorname{tang} h.\theta} = a \frac{\cos h.\theta}{\operatorname{sen} h.\theta},$$

ove fatto

$$\theta = 0, \qquad \text{overo} \qquad \operatorname{sen} h.\theta = 0$$

risulta

$$\cot h.0 = \infty;$$

fatto poi

$$\cos h.\theta = a\sqrt{2}, \qquad \operatorname{sen} h.\theta = a$$

ne viene

$$\cot h.\theta = a\sqrt{2}$$

cioè eguale al coseno.

I due triangoli simili ACT′, ACT ci danno

$$CA : CT' = AT : CT$$

onde

$$\operatorname{cosec} h.\theta = a \frac{\sec h.\theta}{\operatorname{tang} h.\theta}.$$

Dal triangolo rettangolo CAT′ risulta

$$\operatorname{cosec} h^2.\theta = a^2 + \cot h^2.\theta$$

e perciò

$$\operatorname{cosec} h.\theta = \sqrt{a^2 + \cot h^2.\theta}\,.$$

Nota la tangente iperbolica può aversi il seno ed il coseno.

Abbiamo di fatti

$$\operatorname{tang} h^2.\theta = \frac{a^2 \operatorname{sen} h^2.\theta}{\cos h^2.\theta}$$

ma

$$\operatorname{sen} h^2\theta = \cos h^2\theta - a^2\,;$$

dunque sostituendo ed isolando il coseno avremo

$$\cos h.\theta = \frac{a}{\sqrt{a^2 - \operatorname{tang} h^2.\theta}}\,,$$

e perchè la tangente è sempre minore del semi–asse principale, così il coseno per qualunque valore finito del settore è sempre reale.

Il valore poi del seno è

$$\operatorname{sen} h.\theta = \frac{\operatorname{tang} h.\theta}{\sqrt{a^2 - \operatorname{tang} h^2.\theta}}\,.$$

Per mezzo delle relazioni che abbiamo determinate tra le funzioni iperboliche di un solo settore è chiaro che data una di esse possono dedursi i valori di tutte le altre. Le funzioni iperboliche ci danno immediatamente una formola semplice pel calcolo del raggio vettore della iporbole, quando parta dal centro. Detto ρ questo raggio abbiamo

$$\rho = \sqrt{\cos h^2.\theta + \operatorname{sen} h^2.\theta}$$

la quale coesistendo con

$$\cos h^2.\theta - \operatorname{sen} h^2.\theta = a^2$$

risulta

$$\rho = \sqrt{2 \cos h^2.\theta - a^2}$$

ove fatto $\cos h.\theta = \infty$ risulta $\rho = \infty$, e posto $\cos h.\theta = a\sqrt{2}$ si ottiene

$$\rho = a\sqrt{3}$$

RELAZIONI TRA LE FUNZIONI IPERBOLICHE DI PIU' SETTORI.

7. Date le funzioni iperboliche di due settori assegnare quelle della loro somma e differenza. Siano

$$\theta = 2\omega\,, \qquad \theta' = 2\omega'$$

i due fattori valutati nella iperbole di semi-asse principale a, se diciamo

$$x,\ y\ ; \qquad x',\ y'$$

le corrispondenti coordinate ortogonali avremo per le (3)

$$x = \frac{a}{2}\left(e^{\frac{\theta}{a^2}} + e^{-\frac{\theta}{a^2}}\right), \qquad y = \frac{a}{2}\left(e^{\frac{\theta}{a^2}} - e^{-\frac{\theta}{a^2}}\right)$$

$$x' = \frac{a}{2}\left(e^{\frac{\theta'}{a^2}} + e^{-\frac{\theta'}{a^2}}\right), \qquad y' = \frac{a}{2}\left(e^{\frac{\theta'}{a^2}} - e^{-\frac{\theta'}{a^2}}\right)$$

dalle quali

$$e^{\frac{\theta}{a^2}} = \frac{x+y}{a}\ ; \qquad e^{\frac{\theta'}{a^2}} = \frac{x'+y'}{a}$$

$$e^{-\frac{\theta}{a^2}} = \frac{x-y}{a}; \qquad e^{-\frac{\theta'}{a^2}} = \frac{x'-y'}{a}$$

e perchè

$$x = \cos h.\theta \quad ; \qquad x' = \cos h.\theta'$$

$$y = \operatorname{sen} h.\theta \quad ; \qquad y' = \operatorname{sen} h.\theta'$$

avremo

$$e^{\frac{\theta}{a^2}} = \frac{\cos h.\theta + \operatorname{sen} h.\theta}{a}, \qquad e^{\frac{\theta'}{a^2}} = \frac{\cos h.\theta' + \operatorname{sen} h.\theta'}{a}$$

$$e^{-\frac{\theta}{a}} = \frac{\cos h.\theta - \operatorname{sen} h.\theta}{a}, \qquad e^{-\frac{\theta'}{a^2}} = \frac{\cos h.\theta' - \operatorname{sen} h.\theta'}{a}$$

le quali combinate per moltiplicazione ci danno

$$e^{\frac{1}{a^2}(\theta+\theta')} = \frac{\cos h.\theta \cos h.\theta' + \cos h.\theta' \operatorname{sen} h.\theta + \operatorname{sen} h.\theta' \cos h.\theta + \operatorname{sen} h.\theta \operatorname{sen} h.\theta'}{a^2}$$

$$e^{\frac{1}{a^2}(\theta-\theta')} = \frac{\cos h.\theta \cos h.\theta' - \cos h.\theta' \operatorname{sen} h.\theta - \operatorname{sen} h.\theta' \cos h.\theta + \operatorname{sen} h.\theta \operatorname{sen} h.\theta'}{a^2}$$

Se queste si sommano e si sottraggono troveremo

$$e^{\frac{1}{a^2}(\theta+\theta')} + e^{-\frac{1}{a^2}(\theta+\theta')} = \frac{2(\cos h.\theta \cos h.\theta' + \operatorname{sen} h.\theta \operatorname{sen} h.\theta')}{a^2}$$

$$e^{\frac{1}{a^2}(\theta+\theta')} - e^{-\frac{1}{a^2}(\theta+\theta')} = \frac{2(\operatorname{sen} h.\theta \cos h.\theta' + \operatorname{sen} h.\theta' \cos h.\theta)}{a^2}.$$

Ora essendo

$$e^{\frac{\theta}{a^2}} + e^{-\frac{\theta}{a^2}} = \frac{2\cos h.\theta}{a}, \qquad e^{\frac{\theta}{a^2}} - e^{-\frac{\theta}{a^2}} = \frac{2\operatorname{sen} h.\theta}{a}$$

se in queste poniamo $\theta + \theta'$ in luogo di θ otterremo

$$e^{\frac{1}{a^2}(\theta+\theta')} + e^{-\frac{1}{a^2}(\theta+\theta')} = \frac{2\cos h(\theta + \theta')}{a}, \qquad e^{\frac{1}{a^2}(\theta+\theta')} - e^{-\frac{1}{a^2}(\theta+\theta')} = \frac{2\operatorname{sen} h(\theta + \theta')}{a}$$

dunque

$$\cos h(\theta + \theta') = \frac{\cos h.\theta \cos h.\theta' + \operatorname{sen} h.\theta \operatorname{sen} h.\theta'}{a}$$

$$\operatorname{sen} h(\theta + \theta') = \frac{\operatorname{sen} h.\theta \cos h.\theta' + \operatorname{sen} h.\theta' \cos h.\theta}{a}$$

Se ora ritorneremo alle equazioni medesime e combiniamo per moltiplicazione quelle i cui esponenti o settori sono differenti per valore e segno troveremo:

$$e^{\frac{1}{a^2}(\theta-\theta')} = \frac{\cos h.\theta \cos h.\theta' + \operatorname{sen} h.\theta \cos h.\theta' - \operatorname{sen} h.\theta' \cos h.\theta - \operatorname{sen} h.\theta \operatorname{sen} h.\theta'}{a^2}$$

$$e^{-\frac{1}{a^2}(\theta-\theta')} = \frac{\cos h.\theta \cos h.\theta' + \operatorname{sen} h.\theta' \cos h.\theta - \operatorname{sen} h.\theta \cos h.\theta' - \operatorname{sen} h.\theta \operatorname{sen} h.\theta'}{a^2}$$

che sommate e sottratte danno

$$e^{\frac{1}{a^2}(\theta-\theta')} + e^{-\frac{1}{a^2}(\theta-\theta')} = \frac{2(\cos h.\theta \cos h.\theta' - \operatorname{sen} h.\theta \operatorname{sen} h.\theta')}{a^2}$$

$$e^{\frac{1}{a^2}(\theta-\theta')} - e^{-\frac{1}{a^2}(\theta-\theta')} = \frac{2(\operatorname{sen} h.\theta \cos h.\theta' - \operatorname{sen} h.\theta' \cos h.\theta)}{a^2}$$

ma se nelle formole antecedenti, e pariformi di un solo settore poniamo $\theta - \theta'$ in luogo di θ otteniamo

$$e^{\frac{1}{a^2}(\theta-\theta')} + e^{-\frac{1}{a^2}((\theta-\theta'} = \frac{2\cos h(\theta - \theta')}{a}, \qquad e^{\frac{1}{a^2}(\theta-\theta')} - e^{-\frac{1}{a^2}(\theta-\theta')} = \frac{2\operatorname{sen} h(\theta - \theta')}{a}$$

dunque

$$\cos h(\theta - \theta') = \frac{\cos h.\theta \cos h.\theta' - \operatorname{sen} h.\theta \operatorname{sen} h.\theta'}{a}$$

$$\operatorname{sen} h(\theta - \theta') = \frac{\operatorname{sen} h.\theta \cos h\theta' - \operatorname{sen} h.\theta' \cos h.\theta}{a}$$

Di qui

Il seno della somma o differenza di due settori è uguale al seno del primo nel coseno del secondo più o meno il seno del secondo nel coseno del primo settore, tutto diviso pel semiasse.

Il coseno iperbolico della somma o differenza di due settori è uguale al prodotto dei coseni più o meno il prodotto dei seni, tutto diviso pel semi-asse.

Per avere le tangenti iperboliche della somma e differenza di due settori, osserveremo essere

$$\operatorname{tang} h(\theta \pm \theta') = \frac{a \operatorname{sen} h(\theta \pm \theta')}{\cos h(\theta \pm \theta')} = \frac{a(\operatorname{sen} h.\theta \cos h.\theta' \pm \operatorname{sen} h.\theta' \cos h.\theta)}{\cos h.\theta \cos h.\theta' \pm \operatorname{sen} h.\theta \operatorname{sen} h.\theta'},$$

ma essendo

$$\operatorname{sen} h.\theta = \frac{\operatorname{tang} h.\theta \cos h.\theta}{a}, \qquad \operatorname{sen} h.\theta' = \frac{\operatorname{tang} h.\theta' \cos h.\theta'}{a}$$

otterremo, sostituendo e riducendo:

$$\operatorname{tang} h(\theta \pm \theta') = \frac{a^2(\operatorname{tang} h.\theta \pm \operatorname{tang} h.\theta')}{a^2 \pm \operatorname{tang} h.\theta \operatorname{tang} h.\theta'}$$

come per le funzioni circolari.

Con eguale facilità si dedurrebbero le cotangenti iperboliche.

Se nelle formole trovate poniamo $a = 1$ esse si rendono più semplici, e dai seni, coseni, tangenti e cotangenti iperboliche di semi-assi principale uno, si passa a quelle per un semi-asse qualunque moltiplicando la prima per questo semi-asse qualunque.

Dalle formole stabilite ne possiamo dedurre delle altre nelle quali per semplicità maggiore supporremo $a = 1$.

Sommando e sottraendo i seni di somma e di differenza troviamo

$$\operatorname{sen} h(\theta + \theta') + \operatorname{sen} h(\theta - \theta') = 2 \operatorname{sen} h.\theta \cos h.\theta'$$

$$\operatorname{sen} h(\theta + \theta') - \operatorname{sen} h(\theta - \theta') = 2 \operatorname{sen} h.\theta' \cos h.\theta$$

dalle quali

$$\frac{\operatorname{sen} h(\theta + \theta') + \operatorname{sen} h(\theta - \theta')}{\operatorname{sen} h(\theta + \theta') - \operatorname{sen} h(\theta - \theta')} = \frac{\operatorname{tang} h.\theta}{\operatorname{tang} h.\theta'}.$$

Sommando e sottraendo i corrispondenti coseni troveremo

$$\cos h(\theta + \theta') + \cos h(\theta - \theta') = 2 \cos h.\theta \cos h.\theta'$$

$$\cos h(\theta + \theta') - \cos h(\theta - \theta') = 2 \operatorname{sen} h.\theta \operatorname{sen} h.\theta'$$

e quindi

$$\frac{\cos h(\theta + \theta') - \cos h(\theta - \theta')}{\cos h(\theta + \theta') + \cos h(\theta - \theta')} = \operatorname{tang} h.\theta \operatorname{tang} h.\theta'$$

Se nelle formole medesime dei seni e coseni di somma poniamo la condizione $\theta = \theta'$ risulterà

$$\operatorname{sen} h.2\theta = 2 \operatorname{sen} h.\theta \cos h.\theta\ , \qquad \cos h.2\theta = \cos h^2.\theta + \operatorname{sen} h^2.\theta\ ,$$

$$\operatorname{tang} 2\theta = \frac{2 \operatorname{tang} h.\theta}{1 + \operatorname{tang} h^2\theta}\ ,$$

e di qui

$$\cos h.2\theta + \operatorname{sen} h.2\theta = (\cos h.\theta + \operatorname{sen} h.\theta)^2, \qquad \cos h.2\theta - \operatorname{sen} h.2\theta = (\cos h.\theta - \operatorname{sen} h.\theta)^2$$

dalle quali si hanno facilmente le funzioni iperboliche di un settore in funzione di quelle del settore doppio.

FORMOLE PEL CALCOLO DELLE FUNZIONI IPERBOLICHE.

8. Essendo § (7.)

$$\operatorname{sen} h.\theta = \frac{e^\theta - e^{-\theta}}{2}\ , \qquad \cos h.\theta = \frac{e^\theta + e^{-\theta}}{2}$$

ed

$$e^\theta = 1 + \frac{\theta}{1} + \frac{\theta^2}{1.2} + \frac{\theta^3}{1.2.3} + \frac{\theta^4}{1.2.3.4} + \ldots.$$

$$e^{-\theta} = 1 - \frac{\theta}{1^2} + \frac{\theta^2}{1.2} - \frac{\theta^3}{1.2.3} + \frac{\theta^4}{1.2.3.4} - \ldots.$$

se ne deducono

$$\operatorname{sen} h.\theta = \theta + \frac{\theta^3}{1.2.3} + \frac{\theta^5}{1.2.3.4.5} + \ldots + \frac{\theta^{2n-1}}{1.2\ldots(2n-1)} + \frac{\theta^{2n+1}}{1.2\ldots(2n-1)2n(2n+1)} + \ldots.$$

$$\cos h.\theta = 1 + \frac{\theta^2}{1.2} + \frac{\theta^4}{1.2.3.4} + \ldots + \frac{\theta^{2n}}{1.2\ldots 2n} + \frac{\theta^{2n+2}}{1.2\ldots 2n(2n+1)(2n+2)} + \ldots.$$

le quali sono convergenti per tutti i valori finiti del settore iperbolico.

Dalla formola del seno abbiamo

$$\frac{\operatorname{sen} h.\theta}{\theta} = 1 + \frac{\theta^2}{1.2.3} + \frac{\theta^4}{2.2.3.4} + \ldots.$$

da cui per $\theta = 0$, abbiamo

$$\lim \frac{\operatorname{sen} h.\theta}{\theta} = 1 .$$

E perchè

$$\operatorname{tang} h.\theta = \frac{\operatorname{sen} h.\theta}{\cos h.\theta}, \qquad \text{così} \qquad \frac{\operatorname{tang} h.\theta}{\theta} = \frac{\operatorname{sen} h.\theta}{\theta} \cdot \frac{1}{\cos h.\theta}$$

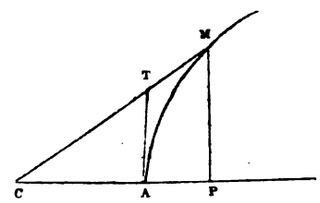
e passando al limite per $\theta = 0$, si ha

$$\lim \frac{\operatorname{tang} h.\theta}{\theta} = \lim \frac{\operatorname{sen} h.\theta}{\theta} . \lim \frac{1}{\cos h.\theta} = 1.$$

Onde il limite del rapporto tra il seno iperbolico, o la tangente iperbolica ed il corrispondente settore è l'unità.

Si può giungere direttamente a questa medesima conseguenza ragionando come siegue.

Sia la iperbole AM di centro C e semiasse principale CA = 1 : rappresentato per θ il doppio del settore ACM abbiamo evidentemente



$$CAT < CAM < CPM$$

ma

$$CAT = \frac{1 \times \operatorname{tang} h.\theta}{2}, \quad CAM = \frac{\theta}{2}, \quad CPM = \frac{\operatorname{sen} h.\theta \cos h.\theta}{2}$$

dunque

$$\operatorname{tang} h.\theta < \theta < \operatorname{sen} h.\theta \cos h.\theta$$

Di qui risulta

$$\frac{\operatorname{sen} h.\theta}{\operatorname{tang} h.\theta} > \frac{\operatorname{sen} h.\theta}{\theta} > \frac{\operatorname{sen} h.\theta}{\operatorname{sen} h.\theta \cos h.\theta}$$

ovvero

$$\cos h.\theta > \frac{\operatorname{sen} h.\theta}{\theta} > \frac{1}{\cos h.\theta} .$$

Ora le quantità comprendenti hanno per limite l'unità, quando $\theta = 0$, dunque anche la compresa ha il medesimo limite.

Il teorema di Moivre che ha luogo per le funzioni circolari si trasporta facilmente anche alle funzioui iperboliche.

Se difatti riprendiamo le formole seno e coseno della somma di due settori, troveremo

$$\cos h(\theta + \theta') + \operatorname{sen} h(\theta + \theta') = (\cos h.\theta + \operatorname{sen} h.\theta)(\cos h.\theta' + \operatorname{sen} h.\theta').$$

Partendo da questa formola come tipo se moltiplichiamo primo e secondo membro per un altro binomio pariforme, avremo

$$(\cos h.\theta + \operatorname{sen} h.\theta)(\cos h.\theta' + \operatorname{sen} h.\theta')(\cos h.\theta'' + \operatorname{sen} h.\theta'')$$
$$= \cos h(\theta + \theta' + \theta'') + \operatorname{sen} h(\theta + \theta' + \theta'')$$

così continuando avremo per qualunque numero di settori

$$(\cos h.\theta + \operatorname{sen} h.\theta)(\text{eos } h.\theta' + \operatorname{sen} h.\theta') \ldots . (\cos h.\theta^{(m-1)} + \operatorname{sen} h.\theta^{(m-1)})$$
$$= \cos h(\theta + \theta' + \theta'' + \ldots + \theta^{(m-1)}) + \operatorname{sen} h(\theta + \theta' + \theta'' + \ldots + \theta^{(m-1)}).$$

Se qui poniamo la condizione

$$\theta = \theta' = \theta'' = \ldots = \theta^{(m-1)}$$

avremo

$$(\cos h.\theta + \operatorname{sen} h.\theta)^m = \cos h.m\theta + \operatorname{sen} h.m\theta.$$

Nel medesimo modo si prova essere

$$(\cos h.\theta - \operatorname{sen} h.\theta)^m = \cos h.m\theta - \operatorname{sen} h.m\theta$$

Onde un binomio della forma

$$\cos h.\theta \pm \operatorname{sen} h.\theta$$

s'inalza a potenza moltiplicando il settore pel grado.

Resta così dimostrato il teorema pel solo caso dell'esponente intero e positivo.

Però se riprendiamo l'equazione

$$e^{\mp\theta} = \cos h.\theta \pm \operatorname{sen} h.\theta$$

ed eleviamo l'uno e l'altro membro alla potenza di grado qualunque μ avremo

$$e^{\mp\mu\theta} = (\cos h.\theta \pm \operatorname{sen} h.\theta)^\mu :$$

ma se nella medesima equazione si pone $\mu\theta$ in luogo di θ avremo

$$e^{\mp\mu\theta} = \cos h.\mu\theta \pm \operatorname{sen} h.\mu\theta$$

e perciò

$$(\cos h.\theta \pm \operatorname{sen} h.\theta)^\mu = \cos h.\mu\theta \pm \operatorname{sen} h.\mu\theta .$$

Dalle trovate formole deduciamo facilmente

$$\cos h.m\theta = \tfrac{1}{2}(e^{m\theta} + e^{-m\theta}) , \qquad \operatorname{sen} h.m\theta = \tfrac{1}{2}(e^{m\theta} - e^{-m\theta}).$$

Dal teorema di Moivre abbiamo ancora

$$\cos h.m\theta = \tfrac{1}{2}\left[(\cos h.\theta + \operatorname{sen} h.\theta)^m + (\cos h.\theta - \operatorname{sen} h.\theta)^m\right]$$

$$\operatorname{sen} h.m\theta = \tfrac{1}{2}\left[(\cos h.\theta + \operatorname{sen} h.\theta)^m - (\cos h.\theta - \operatorname{sen} h.\theta)^m\right]$$

dalle quali

$$\cos h.m\theta = \frac{\cos h^m\theta}{2}\left[(1 + \operatorname{tang} h.\theta)^m + (1 - \operatorname{tang} h.\theta)^m\right]$$

$$\operatorname{sen} h.m\theta = \frac{\cos h^m\theta}{2}\left[(1 + \operatorname{tang} h.\theta)^m - (1 - \operatorname{tang} h.\theta)^m\right].$$

Da queste formole possiamo ricavare con tutta facilità le serie del seno e coseno iperbolico. Di fatti svolgendo colle leggi Newtoniane troviamo

$$\cos h.m\theta = \cos h^m\theta\left[1 + \frac{m(m-1)}{1.\,2}\operatorname{tang} h^2\theta + \frac{m(m-1)(m-2)(m-3)}{1.\,2.\,3.\,4}\operatorname{tang} h^4\theta + \ldots\right];$$

supponendo ora θ infinitesima, ed m infinitamente grande, onde sia

$$m\theta = x$$

essendo x una quantità finita divisa in m parti eguali, avremo allora

$$\cos x = \cos h^{\frac{x}{\theta}.\theta}\left[1 + \frac{x(x-\theta)}{1.\,2}\,\frac{\operatorname{tang} h^2\theta}{\theta^2} + \frac{x(x-\theta)(x-2\theta)(x-3\theta)}{1.\,2.\,3.\,4}\,\frac{\operatorname{tang} h^4\theta}{\theta^4} + \ldots\right]$$

della quale dobbiamo prendere il limite per $\theta = 0$. Ora

$$\lim(\cos h.\theta)^{\frac{x}{\theta}} = 1:$$

difatti essendo

$$\cos h.\theta = (1 + \operatorname{sen} h^2\theta)^{\frac{1}{2}}$$

avremo

$$(\cos h.\theta)^{\frac{x}{\theta}} = \left[(1+\operatorname{sen} h^2\theta)^{\frac{x}{\theta}}\right]^{\frac{1}{2}} = \left[1 + \frac{x \operatorname{sen} h^2\theta}{\theta} + \frac{x(x-\theta)}{1.\,2}\,\frac{\operatorname{sen} h^4\theta}{\theta^2} + \ldots\right]^{\frac{1}{2}}$$

e questa considerata nel limite ci dà l'unità.

Dopo ciò abbiamo, come al principio di questo paragrafo

$$\cos h.x = 1 + \frac{x^2}{1.2} + \frac{x^4}{1.\,2.\,3.\,4} + \ldots + \frac{x^{2n}}{1.\,2\ldots 2n} + \ldots$$

Con la medesima facilità si trova

$$\operatorname{sen} h.x = x + \frac{x^3}{1.\,2.\,3} + \ldots + \frac{x^{2n+1}}{1.\,2\ldots(2n+1)} + \ldots$$

Queste formole danno le funzioni iperboliche per mezzo del settore, ora possiamo inversamente ottenere il settore per mezzo di una funzione iperbolica.

Riprese

$$e^{\theta} = \cos h.\theta + \operatorname{sen} h.\theta\,, \qquad e^{-\theta} = \cos h.\theta - \operatorname{sen} h.\theta$$

di qui

$$e^{2\theta} = \frac{\cos h.\theta + \operatorname{sen} h.\theta}{\cos h.\theta - \operatorname{sen} h.\theta} = \frac{1 + \operatorname{tang} h.\theta}{1 - \operatorname{tang} h.\theta}$$

della quale presi i logaritmi Neperiani otteniamo

$$2\theta = \log(1 + \operatorname{tang} h.\theta) - \log(1 - \operatorname{tang} h.\theta)$$

e pel noto sviluppo del logaritmo troviamo

$$\theta = \operatorname{tang} h.\theta + \frac{1}{3}\operatorname{tang} h^3\theta + \frac{1}{5}\operatorname{tang} h^5\theta + \ldots + \frac{1}{2n-1}\operatorname{tang} h^{2n-1}\theta$$

$$+\frac{1}{2n+1}\operatorname{tang} h^{2n+1}\theta + \ldots.$$

la quale è convergente perchè il rapporto fra due termini consecutivi essendo

$$\frac{2n-1}{2n+1}\operatorname{tang} h^2\theta$$

esso è sempre minore dell'unità perchè tale è la tangente iperbolica.

FORMOLE PER LA SOMMA DI UNA SERIE DI COSENI E SENI IPERBOLICI I CUI SETTORI CRESCONO IN PROGRESSIONE ARITMETICA.

9. Abbiamo

$$e^{m\theta} = \cos h.m\theta + \sin h.m\theta\,, \qquad e^{-m\theta} = \cos h.m\theta - \operatorname{sen} h.m\theta$$

e da queste deduciamo

$$\cos h.m\theta = \tfrac{1}{2}\left(e^{m\theta} + e^{-m\theta}\right), \qquad \operatorname{sen} h.m\theta = \tfrac{1}{2}\left(e^{m\theta} - e^{-m\theta}\right).$$

Se in queste facciamo successivamente

$$m = 1\,,\ = 2\,,\ = 3,\ = \ldots = m$$

avremo

$$2\sum_{1}^{m}\cos h.m\theta = e^{\theta} + e^{2\theta} + e^{3\theta} + \ldots + e^{m\theta} + e^{-\theta} + e^{-2\theta} + e^{-3\theta} + \ldots + e^{-m\theta}$$

la quale può essere posta sotto la seguente forma

$$2\sum_{1}^{m}\cos h.m\theta = e^{\theta}\left(\frac{1 - e^{m\theta}}{1 - e^{\theta}}\right) + e^{-\theta}\left(\frac{1 - e^{-m\theta}}{1 - e^{-\theta}}\right)$$

che dopo semplici trasformazioni si riduce a

$$2\sum_{1}^{m}\cos h.m\theta = \frac{e^{\theta} + e^{-\theta} + e^{m\theta} + e^{-m\theta} - (e^{(m+1)\theta} + e^{-(m+1)\theta}) - 2}{2 - (e^{\theta} + e^{-\theta})}$$

nella quale sostituiti i valori degli esponenziali dati per le corrispondenti funzioni iperboliche se ne deduce

$$2\sum_{1}^{m}\cos h.m\theta = \frac{2\cos h.\theta + 2\cos h.m\theta - 2\cos h(m+1)\theta - 2}{2 - 2\cos h.\theta}$$

ovvero

$$2\sum_{1}^{m}\cos h.m\theta = \frac{\cos h(m+1)\theta - \cos m.\theta - (\cos h.\theta - 1)}{\cos h.\theta - 1}$$

Ma pel § (7°) abbiamo

$$\cos h.\theta - 1 = 2\operatorname{sen} h^2\frac{\theta}{2}, \quad \cos h(m+1)\theta - \cos h.m\theta = 2\operatorname{sen} h\left(m\theta + \frac{\theta}{2}\right)\operatorname{sen} h\frac{\theta}{2}$$

dunque sostituendo e riducendo si avrà

$$2\sum_{1}^{m}\cos h.m\theta = \frac{\operatorname{sen} h\left(m\theta + \frac{\theta}{2}\right) - \operatorname{sen} h\frac{\theta}{2}}{\operatorname{sen} h\frac{\theta}{2}}$$

e per le medesime formole di riduzione sarà in fine

$$\sum_{1}^{m}\cos h.m\theta = \frac{\cos h(m+1)\frac{\theta}{2}\operatorname{sen} hm\frac{\theta}{2}}{\operatorname{sen} h\frac{\theta}{2}}.$$

Operando nello stesso modo si ha per la somma dei seni

$$2\sum_{1}^{m}\operatorname{sen} h.m\theta = e^{\theta} + e^{2\theta} + e^{3\theta} + \ldots + e^{m\theta} - e^{-\theta} - e^{2\theta} - e^{-3\theta} - \ldots - e^{-m\theta}$$

la quale si muta facilmente in

$$2\sum_{1}^{m}\operatorname{sen} h.m\theta = \frac{e^{\theta} - e^{-\theta} + e^{m\theta} - e^{-m\theta} - (e^{(m+1)\theta} - e^{-(m+1)\theta})}{2 - (e^{\theta} + e^{-\theta})}$$

ove sostituendo le funzioni iperboliche avremo

$$2\sum_{1}^{m}\operatorname{sen} h.m\theta = \frac{\operatorname{sen} h(m+1)\theta - \operatorname{sen} h.m\theta - \operatorname{sen} h.\theta}{\cos h.\theta - 1}$$

e per le note formole di riduzione trovasi ancora

$$2\sum_{1}^{m}\text{sen}\, h.m\theta = \frac{\cos h\left(m\theta + \frac{\theta}{2}\right) - \cos h\,\frac{\theta}{2}}{\text{sen}\, h\,\frac{\theta}{2}}$$

e finalmente

$$\sum_{1}^{m}\text{sen}\, h.m\theta = \frac{\text{sen}\, h(m+1)\frac{\theta}{2}\,\text{sen}\, h.m\,\frac{\theta}{2}}{\text{sen}\, h\,\frac{\theta}{2}}.$$

RELAZIONI TRA LE FUNZIONI IPERBOLICHE E CIRCOLARI.

10. Le funzioni circolari sono definite dalle seguenti espressioni composte di esponenziali immaginarj

$$(1)\qquad \cos\theta = \frac{e^{\theta\sqrt{-1}} + e^{-\theta\sqrt{-1}}}{2}, \quad \text{sen}\,\theta = \frac{e^{\theta\sqrt{-1}} - e^{-\theta\sqrt{-1}}}{2\sqrt{-1}}$$

ove θ rappresenta l'arco di raggio uno, o il doppio settore corrispondente a quell'arco. Le funzioni iperboliche sono date da

$$(2)\qquad \cos h.\theta = \frac{e^{\theta} + e^{-\theta}}{2}, \qquad \text{sen}\, h.\theta = \frac{e^{\theta} - e^{-\theta}}{2}.$$

Se nella (1) poniamo $\theta\sqrt{-1}$ in luogo di θ avremo

$$(3)\qquad \cos\theta\sqrt{-1} = \frac{e^{-\theta} + e^{\theta}}{2} = \cos h.\theta\,, \quad \text{sen}\,\theta\sqrt{-1} = \frac{e^{\theta} - e^{-\theta}}{2}\sqrt{-1} = \sqrt{-1}\,\text{sen}.h\theta$$

Di qui risulta che dal coseno circolare si passa all' iperbolico facendo nel primo l'arco od il settore immaginario, e se nel seno circolare si fa l'arco od il settore immaginario si passa all'iperbolico moltiplicato pel fattore immaginario $\sqrt{-1}$. Quindi è facile il passaggio dell'une all'altre.

DIFFERENZIALI DELLE FUNZIONI IPERBOLICHE.

11. Data una qualunque funzione iperbolica se ne dimanda il suo differenziale in funzione del respettivo settore.

Sia

$$y = \text{sen}\, h.\theta$$

avremo per la nota teorica dei limiti

$$\frac{\Delta y}{\Delta\theta} = \frac{\text{sen}\, h(\theta + \Delta\theta) - \text{sen}\, h.\theta}{\Delta\theta}$$

ove sciolto il seno della somma si ha

$$\frac{\Delta y}{\Delta\theta} = \frac{\text{sen}\, h.\theta(\cos h.\Delta\theta - 1) + \text{sen}\, h.\Delta\theta \cos h.\theta}{\Delta\theta}$$

e perchè § (7)

$$\text{sen}\, h.\Delta\theta = 2\text{sen}\, h\frac{\theta}{2}\cos h\frac{\Delta\theta}{2}, \qquad \cos h.\Delta\theta - 1 = 2\,\text{sen}\, h^2\frac{\Delta\theta}{2}$$

avremo sostituendo e riducendo

$$\frac{\Delta y}{\Delta\theta} = \frac{\text{sen}\, h\frac{\Delta\theta}{2}}{\frac{\Delta\theta}{2}}\cos h\left(\theta + \frac{\Delta\theta}{2}\right),$$

e passando al limite per $\Delta\theta = 0$ risulta

$$\frac{dy}{d\theta} = \frac{d.\text{sen}\, h.\theta}{d\theta} = \cos h.\theta\,; \quad d.\text{sen}\, h.\theta = d\theta \cos h.\theta\,.$$

Il differenziale del seno iperbolico è uguale al differenziale del settore nel coseno del settore medesimo.

Sia

$$y = \cos h.\theta$$

otteniamo facilmente

$$\frac{\Delta y}{\Delta\theta} = \frac{\cos h.\theta(\cos h.\Delta\theta - 1) + \text{sen}\, h.\Delta\theta\, \text{sen}\, h\theta}{\Delta\theta}$$

e quindi

$$\frac{\Delta y}{\Delta\theta} = \frac{\text{sen}\, h\frac{\Delta\theta}{2}}{\frac{\Delta\theta}{2}}\text{sen}\, h\left(\theta + \frac{\Delta\theta}{2}\right)$$

e nel limite si ha

$$\frac{dy}{d\theta} = \text{sen}\, h.\theta\,; \qquad dy = d\theta\, \text{sen}\, h.\theta\,.$$

Il differenziale del coseno iperbolico è uguale al differenziale del settore nel seno del settore medesimo.

Si giunge ai medesimi resultati quando si faccia uso delle relazioni

$$\cos h.\theta = \frac{e^{\theta} + e^{-\theta}}{2}; \text{ sen } h = \frac{e^{\theta} - e^{-\theta}}{2}$$

perchè differenziando è

$$\text{d. } \cos h.\theta = \frac{e^{\theta} - e^{-\theta}}{2} \, d\theta = d\theta \text{ sen } h.\theta \,, \qquad \text{d. sen } h.\theta = \frac{e^{\theta} + e^{-\theta}}{2} \, d\theta = d\theta \cos h.\theta \,.$$

Posto

$$y = \text{tang } h.\theta$$

abbiamo

$$\frac{\Delta y}{\Delta \theta} = \frac{\text{tang } h(\theta + \Delta\theta) - \text{tang } h.\theta}{\Delta \theta}$$

dalla quale, sviluppata la tangente di somma e dato luogo a semplici riduzioni, si ottiene

$$\frac{\Delta y}{\Delta \theta} = \frac{\text{tang } \Delta\theta}{\Delta \theta}\left(\frac{1 - \text{tang } h^2\theta}{1 + \text{tang } h.\theta \text{ tang } h.\Delta\theta}\right)$$

che trasportata nel limite è

$$\frac{dy}{d\theta} = 1 - \text{tang } h^2\theta = \frac{1}{\cos h^2\theta} \,, \qquad dy = d\theta(1 - \text{tang } h^2\theta = \frac{d\theta}{\cos h^2\theta} \,.$$

Il differenziale della tangente iperbolica è uguale al differenziale del settore nell'unità meno il quadrato della tangente, ovvero al differenziale del settore diviso quel quadrato del coseno.

Sia

$$y = \cot h.\theta = \frac{1}{\text{tang } h.\theta}$$

dalla quale deducesi

$$\frac{\Delta y}{\Delta \theta} = \frac{1}{\Delta \theta}\left[\frac{1}{\text{tang } h(\theta + \Delta\theta)} - \frac{1}{\text{tang } h.\theta}\right]$$

ovvero

$$\frac{\Delta y}{\Delta \theta} = -\frac{\text{tang } h.\Delta\theta}{\Delta \theta}\left[\frac{1 - \text{tang } h^2\theta}{(1 + \text{tang } h.\theta \text{ tang } h.\Delta\theta) \text{ tang } h.\theta \text{ tang } h(\theta + \Delta\theta)}\right]$$

che considerata nel limite otteniamo

$$\frac{dy}{d\theta} = -(\cot h^2\theta - 1) = -\frac{1}{\text{sen } h^2\theta} \,, \qquad dy = -d\theta(\cot h^2\theta - 1) = -\frac{d\theta}{\text{sen } h^2\theta} \,.$$

Il differenziale della cotangente è uguale a meno il differenziale del settore

moltiplicato pel quadrato della cotangente meno l'unità, o diviso pel seno quadrato.

Con eguale facilità si troverebbero i differenziali delle secanti e cosecanti che tralasciamo per passare a determinare i differenziali del settore iperbolico in funzione di una linea qualunque iperbolica. Sia primieramente

$$\theta = \text{Set. sen } h(=y)$$

di qui

$$\frac{\Delta\theta}{\Delta y} = \frac{\text{Set.sen } h(=y + \Delta y) - \text{Set.sen } h(=y)}{\Delta y}.$$

Se poniamo

$$\text{Set.sen } h(=y + \Delta y) = m\,, \qquad \text{Set. sen } h(=y) = n$$

ne deduciamo

$$\text{sen } h.m = y + \Delta y\,, \qquad \cos h.m = \sqrt{1 + (y + \Delta y)^2}$$

$$\text{sen } h.n = y\,, \qquad \cos h.n = \sqrt{1 + y^2}\,,$$

Preso ora il seno della differenza $m - n$ troviamo

$$\text{sen } h(m - n) = (y + \Delta y)\sqrt{1 + y^2} - y\sqrt{1 + (y + \Delta y)^2} = \text{H}$$

ove H è infinitesimo insieme a Δy: di qui deduciamo

$$m - n = \text{Set.sen } h\left(= (y + \Delta y)\sqrt{1 + y^2} - y\sqrt{1 + (y + \Delta y)^2}\right) = \text{Set.sen } h(= \text{H})\,,$$

e perciò

$$\frac{\Delta\theta}{\Delta y} = \frac{\text{Set.sen } h(= \text{H})}{\text{H}} \cdot \frac{\text{H}}{\Delta y}$$

onde nel limite

$$\frac{d\theta}{dy} = \lim \frac{\text{H}}{\Delta y}.$$

Ripresa la espressione di H si ponga sotto la seguente forma,

$$(y + \Delta y)\sqrt{1 + y^2} = \text{H} + y\sqrt{1 + (y + \Delta y)^2}$$

dalla quale quadrando e riducendo

$$2y + \Delta y = \text{H}.\frac{\text{H}}{\Delta y} + 2.\frac{\text{H}}{\Delta y} y\sqrt{1 + (y + \Delta y)^2}$$

che considerata nel limite abbiamo

$$\lim \frac{\text{H}}{\Delta y} = \frac{1}{\sqrt{1 + y^2}}$$

e così

$$\frac{d\theta}{dy} = \frac{1}{\sqrt{1+y^2}}, \qquad d\theta = \frac{dy}{\sqrt{1+y^2}}.$$

Il differenziale del settore definito pel seno iperbolico è uguale al differenziale del seno diviso per la radice seconda dell'unità più il quadrato del seno.

Noteremo che la differenziazione di questa funzione iperbolica può eseguirsi ancora come siegue:

Posto

$$\theta = \text{Set. sen } h(=y)$$

ne deduciamo

$$\text{sen } h.\theta = y, \qquad \cos h.\theta = \sqrt{1+y^2}.$$

Ora differenziando risulta

$$dy = d\theta \cos h.\theta = d\theta\sqrt{1+y^2}$$

dalla quale

$$d\theta = \frac{dy^2}{\sqrt{1+y^2}}.$$

Data la funzione

$$\theta = \text{Set. } \cos h(=y)$$

questa potrebbe essere differenziata direttamente come il seno, ma adoperemo piuttosto il secondo metodo, onde porremo

$$\cos h.\theta = y, \qquad \text{sen } h.\theta = \sqrt{y^2-1},$$

e quindi colla differenziazione avremo

$$dy = d\theta \text{ sen}.h\theta = d\theta\sqrt{y^2-1}$$

dalla quale

$$\frac{d\theta}{dy} = \frac{1}{\sqrt{y^2-1}}, \qquad \text{e} \qquad d\theta = \frac{dy}{\sqrt{y^2-1}},$$

Il differenziale del settore dato pel coseno iperbolico è ugnale al differenziale del coseno diviso per la radice seconda del quadrato del cóseno meno l'unità.

Sia ora

$$\theta = \text{Set. tang } h\ (=y)$$

avremo

$$\frac{\Delta\theta}{\Delta y} = \frac{\text{Set. tang } h(=y+\Delta y) - \text{Set. tang } h(=y)}{\Delta y}$$

e fatto

$$y + \Delta y = \text{tang}\, h.m\,, \qquad y = \text{tang}\, h.n$$

ne siegue essere

$$\frac{\Delta\theta}{\Delta y} = \frac{m-n}{\Delta y}\,;$$

ma presa la tangente della differenza avremo

$$\text{tang}\, h(m-n) = \frac{\text{tang}\, h.m - \text{tang}\, h.n}{1 - \text{tang}\, h.m\, \text{tang}\, h.n}$$

ovvero

$$\text{tang}\, h(m-n) = \frac{\Delta y}{1 - y(y + \Delta y)} = \text{H}$$

essendo H un infinitesimo con Δy.

Ora

$$m - n = \text{Set. tang}\, h(= \text{H})$$

dunque

$$\frac{\Delta\theta}{\Delta y} = \frac{\text{Set. tang}\, h(= \text{H})}{\text{H}}\,.$$

e quindi nel limite

$$\frac{d\theta}{dy} = \lim \frac{\text{H}}{\Delta y}$$

ma dalla formola che definisce H deduciamo

$$\frac{\text{H}}{\Delta y} = \frac{1}{1 - y(y + \Delta y)}$$

onde

$$\lim \frac{\text{H}}{\Delta y} = \frac{1}{1 - y^2}$$

e perciò

$$\frac{d\theta}{dy} = \frac{1}{1 - y^2}\,, \qquad d\theta = \frac{dy}{1 - y^2}\,.$$

Il differenziale del settore iperbolico in funzione della tangente è uguale al differenziale della tangente diviso per l'unità meno il quadrato della tangente.

Al medesimo risultato si giunge ancora come siegue.

Essendo

$$\theta = \text{Set. tang}\, h(= y)$$

si ha

$$y = \text{tang}\, h.\theta$$

da cui

$$dy = d\theta(1 - \text{tang}\, h^2\theta) = d\theta(1 - y^2)$$

onde

$$d\theta = \frac{dy}{1 - y^2}.$$

Se si fosse data

$$\theta = \text{Set. cot}\, h(= y)$$

di qui ne seguirebbe

$$y = \cot h.\theta$$

e differenziando si ha

$$dy = -d\theta(\cot h^2\theta - 1) = -d\theta(y^2 - 1)$$

e quindi

$$\frac{d\theta}{dy} = -\frac{1}{y^2 - 1}, \quad d\theta = -\frac{dy}{y^2 - 1}.$$

Il differenziale del settore iperbolico dato per la sua cotangente è uguale a meno il differenziale della cotangente diviso pel quadrato della cotangente meno l'unità. Se questo differenziale si voglia assegnare direttamente si porrà

$$\theta = \text{Set. cot}\, h(= y)$$

e quindi

$$\frac{\Delta\theta}{\Delta y} = \frac{\text{Set. cot}\, h(= y + \Delta y) - \text{Set. cot}\, h(= y)}{\Delta y}.$$

Ed usando il solito arteficio troveremo

$$\text{tang}\, h.m = \frac{1}{y + \Delta y}, \qquad \text{tang}\, h.n = \frac{1}{y},$$

e quindi

$$\text{tang}\, h.(m - n) = \frac{\Delta y}{1 - y(y + \Delta y)} = H_1,$$

onde

$$\frac{\Delta\theta}{\Delta y} = \frac{\text{Set. tang}\, h(= H_1)}{H_1} \cdot \frac{H_1}{\Delta y}$$

e passando al limite si ottiene nuovamente

$$\frac{d\theta}{dy} = -\frac{1}{y^2 - 1}.$$

Colla medesima facilità si troverebbero i differenziali del settore quando venisse definito per la secante o cosecante.

AZIONE DELLA LUCE SULLE SOLUZIONI DI IODIO NEL BISOLFURO DI CARBONIO E NUOVO FOTOMETRO A INDICAZIONE CONTINUA

NOTA

DEL P. F. S. PROVENZALI

Sono già parecchi anni che nelle mie lezioni sperimentali faccio uso di termometri aventi a liquido termometrico una soluzione satura di iodio nel bisolfuro di carbonio. Il motivo che m' indusse a prescegliere questo liquido fu il suo grande coefficiente di rarefazione, che lo rende idoneo a mostrare a numeroso uditorio le variazioni anche piccole di temperatura. Avendo poi paragonato il coefficiente di rarefazione della soluzione predetta con quello del bisolfuro di carbonio, ho trovato che sotto l'azione della luce il primo supera il secondo di 0, 20 e talvolta anche 0, 25; ma che all' oscuro questi due coefficienti sono prossimamente uguali; di maniera che un termometro a soluzione di iodio nel bisolfuro di carbonio, quando passa dall' oscurità alla luce o per converso, sale o scende nella sua scala, anche quando un termometro a mercurio rimane sensibilmente stazionario.

Questo fenomeno non è tanto strano quanto a prima vista può sembrare. La soluzione satura di iodio nel bisolfuro di carbonio è un corpo dotato di debolissimo potere riflettente, perfettamente opaco e che non soffre mutazione chimica per l'azione della luce; quindi è che le radiazioni luminose riflesse dal mercurio sono invece dalla soluzione di iodio assorbite ossia trasformate in calorico che aumenta la temperatura e il volume della soluzione medesima. I termometri a soluzione di iodio nel bisolfuro di carbonio possono dunque riuscire utili nella fotometria. Un fotometro molto semplice da me costruito ed adoperato con successo in alcune sperienze è il seguente. Due termometri uno a mercurio, l'altro a soluzione satura di iodio nel bisolfuro di carbonio sono collocati uno vicino all'altro sulla medesima tavoletta. La graduazione del termometro a mercurio è al modo consueto, salvo che la scala è divisa in quinti di grado; ma la graduazione del termometro a soluzione di iodio è stata fatta paragonandolo all'oscuro con quello a mercurio. Questi due termometri nell'oscurità vanno d'accordo; ma sotto l'azione della luce il termometro a soluzione di iodio sta tanto sopra quello a mercurio quanto è maggiore l'intensità della luce.

Dopo le belle sperienze di Tyndall sulla separazione del calorico oscuro

dalla luce mediante le soluzioni opache di iodio nel bisolfuro di carbonio non v'è motivo di credere che le radiazioni oscure possano notabilmente influire sulle indicazioni relative dei due termometri che costituiscono il fotometro. Ciononostante a meglio conoscere fin dove si estende la diatermasia delle soluzioni opache di iodio, ho chiuso due buoni termometri a mercurio in due uguali tubi di vetro per modo che il bulbo di un termometro rimanesse scoperto e quello dell' altro fosse immerso in una soluzione satura di iodio nel bisolfuro di carbonio. Finchè i due termometri sono stati all'oscuro e sottoposti alle radiazioni di sorgenti oscure, hanno dato costantemente la medesima indicazione; ma trasportati ad una luce un poco viva, quello col bulbo immerso nella soluzione è sempre rimasto un po più alto dell' altro, giungendo la differenza fino ad un grado, quando il Sole illuminava direttamente la camera in cui faceva l' esperienza. Possiamo dunque ammettere che la diatermasia delle soluzioni sature di iodio nel bisolfuro di carbonio si estende a tutte le radiazioni oscure, e per conseguenza che le radiazioni oscure non possono notabilmente alterare le indicazioni del mio fotometro.

Per ciò che spetta i raggi ultraviolacei o chimici oscuri, dalle sperienze del Sig. E. Becquerel abbiamo che questi raggi vengono in parte assorbiti dal bisolfuro di carbonio; ma l'azione calorifica di tali raggi essendo debolissima relativamente a quella de' luminosi il loro effetto sul coefficiente di rarefazione della soluzione di iodio credo si possa senza incomodo trascurare. Se ciò non piaccia basterà collocare fra la sorgente luminosa e il termometro a soluzione di iodio un diaframma diafano e insieme impermeabile ai raggi chimici oscuri come p. e. una limpidissima soluzione di bisolfato di chinina chiusa fra due sottili lastre di vetro. Del resto spero di potere fra breve comunicare all'Accademia alcuni risultati da me ottenuti con questo fotometro, che almeno quanto alla sensibilità non la cede agli ordinari termomoltiplicatori i quali hanno l'inconveniente di non separare le radiazioni luminose dalle calorifiche oscure.

STRANI FENOMENI OSSERVATI NELL'UOVO DELLA GALLINA DOMESTICA

MEMORIA

DEL PROF. VINCENZO DIORIO.

Ho l'onore di richiamare l'attenzione dell'Accademia su due strani fenomeni accaduti, per quanto se ne disse a me, spontaneamente nelle uova della Gallina domestica (*Phasianus gallus* , Foem. Lin.). Questi per verità costituirebbero, l'uno un fatto, e l'altro un problema che, a mio credere, attenderà ancor lnngamente prima di essere risoluto dalla scienza. Consiste il primo in un uovo che presenta dipinta sulla superficie del guscio l'*area vascolare sanguigna*, la quale cinge l'*area germinativa* dentro delle uova ingallate , alla fine del secondo giorno d'incubazione (1). Si riduce il secondo ad un uovicino tutto completo, cioè a dire munito financo del guscio suo calcareo, che mi si volle persuadere da persona autorevole, rinvenuto così dentro di un uovo ordinario, rotto a caso per gli usi della economia domestica , sullo scorcio dell'Aprile passato. Intorno all'uno ed all'altro preteso fenomeno, dirò succintamente il mio opinamento.

Per quanto io mi sappia, nessun fisiologo ha fissato la sua attenzione intorno al primo fatto annunziato. Ne è già ch' io lo creda difficile ad accadere ne'nostri climi, e con le costumanze de'nostri proventieri, sopratutto in certe stagioni dell'anno; ma sì lo ritengo fra quei molti che passano inavvertiti e forse ignoti ai cultori delle scienze naturali , che avvezzi a ricercare fra più sublimi sfere i temi de'loro studj, si dispensano talora dallo esaminare la natura negli argomenti, i quali non perciò che sieno più umili riescono sempre meno interessanti. Ed a non dipartirmi dall' esempio avanzato, chi mai potrà non meravigliarsi scorgendo disegnate dalla natura sù di un guscio calcareo le traccie sensibili di quelle operazioni organico-vitali, che compiendosi ove lo sguardo umano non può giungere , ci rivelano agli occhi la vita operante con misterioso artifizio nell'uovo incubato, dentro del quale sì và nascostamente organizzando un essere novello ? I fisiologi costretti a strappare dalle vittime sacrificate alla scienza, il verdetto di una vita che

(1) Debbo alla gentilezza del collega Prof. Socrate Cadet il possesso di questa anomalia.

fugge loro sott' occhio, non isgradiranno adunque di vedere per tal modo, confermato dalla natura stessa, uno dei fatti più interessanti della embriologia, lo sviluppo cioè del sangue e dei vasi che lo canalizzano, e quindi lo stabilimento di una circolazione primordiale nel pulcino; laddove nè vasi, nè sangue si rinvenivano fra le membrane o negli umori entro de' quali il corpicciuolo suo si manifesta: ne è a dire che in tal caso dal di fuori quel umore gli possa essere trasfuso. Lo che se non rivela la esistenza di una forza propria, passata ereditariamente al novello essere dalla materia organizzata che per mandato del Fattore supremo ne è la posseditrice esclusiva, forza sola capace di avvivare i corpi nei quali alberga; non saprei io da che mai trarre argomenti più efficaci a costatarne la indubitabile esistenza. Ma non volendo adesso occuparmi fuori di luogo di argomenti di filosofia zoologica, vado senza altro alla considerazione del fenomeno indicato.

Il genio immortale del bolognese *Marcello Malpighi* nella lettera che diresse nell'ottobre dell' anno 1672 alla Reale Società di Londra dando notizia delle interessantissime sue osservazioni sulla formazione del pulcino nell'uovo, descrivendo la *cicatricetta* di un uovo dopo il secondo giorno d'incubazione, si esprimeva così: « In medio umbilicalis area C. locabatur (fig. 24), quae limbi » D, loco zonam albam habebat, et convexa ibidem reddebatur. Haec reticu- » lari vasorum opere E. contegebatur, in quibus rubiginosus humor turge- » bat. Carina, solitis praedita vesiculis et corde, innatabat in colliquamento. » Spatium quod inter circulos A. et umbilicalem aream C. extendebatur, in- » signibus rivulis F. alluebatur; in dextro enim latere veluti a tot distin- » ctis fontibus deducebantur alveoli G. qui ampliores redditi sub area um- » bilicali ultimum sortiebantur terminum: contentus ichor rubiginosus erat » et ejusdem pene naturae ac in corde et vasis observabatur; unde pulcher- » rimum occurrebat spectaculum » (1). Nel caso nostro si stavano evidentemente sviluppando nell' uovo da oltre a due dì, gli effetti di una di quelle incubazioni spontanee delle quali paga lo sconto l'economia domestica sempre e talora eziandio l'umana salute, per l'industre opera dei procaccini che recano sul mercato nei mesi estivi, per la publica consumazione, taluni generi di cui non si conosce nè la data, nè il luogo di provenienza, nè le condizioni in cui spesso da una stagione all' altra si tennero conservati con lo scopo di mantenerne più elevato il prezzo.

Il guscio dell'uovo del quale mi vado occupando rivela; s'io mal non mi

(1) Marcelli Malpighi, Op. omn. Lugduni Batav. 1687. Tom. II, pag. 79.

appongo, l' opera inoltrata della putrefazione dopo che le circostanze ebbero interrotto dentro del medesimo il già incominciato sviluppo del germe. Questo per la sospesa spontanea incubazione essendo morto sul nascere, subì le conseguenze necessarie dell' intercettamento della vita, prima di giungere a fruirne alcuno dei compensi. I gas sviluppati nell'uovo così alterato avendo accresciuta l'esosmosi, che a traverso delle membrane dell' uovo naturalmente avea luogo, spinse forse le correnti del fluido sanguigno novello a traverso delle trame vascolari delicatissime. Laonde trasmesso quel fluido, colorato per la prima volta, ed imbrunito probabilmente di più dalla reazione spiegata sul medesimo dal gas idrogeno-solforato, alle membrane del guscio dalle correnti esosmotiche; si fece strada fra le porosità esistenti nello strato calcareo che costituisce il guscio dell'uovo, e diè luogo così a quella figura anatomica che si vede dipinta sopra il medesimo. Attribuisco alla stessa cagione, ossia ai gas della putrefazione, l'impronta dell'area circolare che si vede tracciata sul polo maggiore dell'uovo (1). Corrisponde la medesima alla camera d'aria, nella quale la raccolta gassosa essendo ristretta entro limiti più angusti, fece maggior violenza contro la parte corrispondente del guscio; e risultato di quella pressione si fù che la crosta calcarea incominciasse già a cedere, distaccandosi parzialmente dal rimanente, siccome si vede sull' esemplare che abbiam sott' occhio e nella annessa tavola viene rappresentato.

Ritornando ora alla faccia principale del nostro uovo dipinto dalla natura (2), se ne scorge il centro occupato da un area ellittica scura, in mezzo a cui ed alquanto lateggiata, apparisce una listerella biancastra, la quale fa si che la prima prenda l' aspetto di un corpicciuolo piegato ad arco, con una estremità rigonfia, con l'altra acuminata, e con il seno aperto. Tre cerchi eccentrici la circondano. Si staccano dal più interno di questi, a modo di raggi asimmetrici 18 tronchi vascolari, dei quali alcuni camminano come appaiati, ed altri solitarii. Fra gli uni e gli altri decorrono vasi anastomotici che li fanno comunicare scambievolmente fra loro non solo, ma eziandio con i cerchi vascolari esterni, coi quali si vanno quei canali serpeggianti intersecando. Vi si scorge un picciol tronco che mette in comunicazione il secondo dei tre cerchi vascolari suddetti con il terzo od esterno; come pure un altro ve ne ha, che da quest'ultimo si spicca a dirittura per perdersi nell'ombra insieme con gli altri. I vasi usciti dalla cinta vascolare

(1) Vedi la tavola annessa, fig. C.
(2) Vedi la tavola stessa fig. A.

esterna , vanno irraggiando ed irretiscono così tutta la superficie che chiameremo anteriore dell' uovo , mentre due dei medesimi veggonsi in penombra, superato il polo più ristretto, disperdersi nella superficie opposta. Questa (1) apparisce come marmorizzata per chiazze oscure non ben definite , che quà traspariscono discrete, e là confluenti. Se noi non andiamo errati, lo sviluppo della rete vascolare richiama la *figura venosa*, e la prima cinta *annulare* che circonda l'area ellittica suddetta, ricorda la *vena terminalis* dell' Ocken.

Gli artifizi adoperati dagli istiologi onde giungere a scuoprire i passi che d'ora in ora l' incubazione va tracciando con gli organici sviluppi dentro l' uovo fecondato della gallina , ed i frutti ubertosi che si raccolsero dalle loro ricerche, appartengono già alla scienza. Il fenomeno che noi presentiamo non serve dunque che a confermare quello ch' era già conosciuto. Ma una prova di tal genere, mentre giova ad aggiunger fede a quanto venne già discoperto da abilissimi naturalisti, rivela forse una nuova sorgente di osservazioni ; che quanto più facili ad eseguirsi , altrettanto più utili forse addiverrebbero per la scienza , e probabilmento non infruttuose per le applicazioni che ne potrebbero fare le scienze economiche e salutari.

Il celebre delle Chiaje scrivea nel 1836, che *lo studio dello sviluppo del pulcino è nato e cresciuto in Italia* (2). Non fù però tra noi che giunse questo alla sua maturità. L'istologia che s'innalzò in quest' ultimi tempi moderatrice prepotente di presso che tutte le scienze naturali e biotiche, non ha percorso ancora tutto il campo che gli è destinato ; e forse taluni di quei fatti che riteniamo come stranissimi e fenomenali, potrà succedere che sieno meglio compresi, e forse anco scientificamente interpretati, in un prossimo avvenire. Ciò non pertanto alcuni se ne annoverano cui si vorrebbe pure trovar posto nella scienza ma sembrano destinati a rimanerne perpetuamente esclusi, almeno infino che le nozioni che abbiamo sulla vita operante negli organismi ed intorno alle funzioni degli organi che la servano, non subiscano un totale sconvolgimento ed un rinnovamento quale non può prevedersi ancora.

Un esempio di questa ultima verità crediamo noi lo si trovi nell'uovicino che presento, il quale costituisce il secondo dei fenomeni de'quali ho inteso parlare.

Un domestico del chmo sig. Avvocato G. B. S. rompendo degli uovi di

(1) Vedi la tavola, fig. B.
(2) Istituzioni di anatomia comparata. Napoli 1836. Tomo II, pag. 184.

gallina per uso culinario, dicesi che rinvenisse racchiuso in uno di essi un corpicciuolo, che disceso con la massa liquida che l'involgeva in un sottoposto recipiente, venne riconosciuto per un uovicino tutto formato, il quale presentato al padrone di casa, fù dal medesimo rimesso gentilmente al mio studio siccome fenomeno curioso e strano. L'uovicino speditomi è quello stesso che presento. Misura 15 mill. nel maggior diametro ossia nel bipolare, 12 ne ha nel trasverso maggiore e 10 in quello che tagliando quest'ultimo ad angolo retto, ne lo spartisse in porzioni eguali. L'uovicino è fesso verso il maggior polo irregolarmente; sicchè questa estremità dell' uovo apparisce con una boccuccia sbadigliante circoscritta da labruccie irregolarmente frastagliate. Da questa fenditura è facile il riconoscere che vi fù racchiuso un torlo ed uno albume, e che la membranea testacea non vi facea difetto. Il guscio calcareo è candido ed immacolato, e lo insieme dell' uovicino ricorda le uova dei Canarii (*Fringilla canaria* L.) chiare o non ingallate, facili ad osservarsi nelle cove di questi uccellini addomesticati. Una femmina di questi fino dal 12 di aprile p.° p.° emise le prime uova in mia casa. Ora senza le assertive contrarie del domestico del sig. Avvocato suddetto, si direbbe che uno di questi uovicini passato per *scamottaggio* dentro quello di una gallina, mentre si rompeva per farne frittata, fosse addivenuto il soggetto di un preteso fenomeno naturale inesplicabile. Non volendo però noi fondarci sopra supposti di tal genere, toglieremo invece a considerare la questione dal lato scientifico; e memori della storia del *dente d' oro* che in altra epoca non lontana tenne lungamente sospesi gli animi degli scienziati, vedremo se sia possibile il dare del supposto fatto una scientifica spiegazione: e così il ricordare le scoperte della scienza intorno ad argomenti interessantissimi, ci compenserà del tempo che vi spendiam sopra, che altrimenti avrebbe da ritenersi per inutilmente sprecato.

Delle uova chiuse in altre uova, vi sono moltissimi esempi registrati nella scienza, e non ne mancano dei più strani e più curiosi di feti rinvenuti dentro di altri feti, come si hanno pure storie di feti o germi sviluppati entro corpi adulti, in individui nei quali la ragion del sesso si opponeva a qualsiasi altra naturale interpretazione (1). Nelle uova di gallina che adoperiamo nella economia domestica non è raro di rinvenire due torli chiusi in un guscio stesso, e qualche scrittore ricorda di averne rinvenuti fino tre insieme. In

(1) Isidore Geoffroy Saint-Hilaire. Histoire générale et particulière des anomalies de l'organisation. Paris 1836. Tome Troisième pag. 582.

quanto a ciò adunque nulla vi avrebbe di strano nel caso nostro astrattamente considerato. Rinvenire peraltro chiuso e sepolto nello albume di un uovo di gallina normale e perfetto un altr'uovo, fornito egli pure del suo albume, e quello che è più, del *suo guscio calcareo indurito*, è tale un fenomeno che ripugna decisamente colle leggi anatomiche e fisiologiche finora conosciute, e somiglierebbe quindi ad un prodigio.

Ed invero ammettendo pure che nel caso nostro fosse avvenuto come negli altri casi accennati, il distacco simultaneo di due torli dall' ovajo della gallina; sempre rimarrebbe a spiegare il come ciò avesse potuto fisiologicamente avvenire, in torli fra loro distantissimi per la differenza dello sviluppo. Da poichè la notevolissima disproporzione che vi ha fra i diametri del uovo continente e quelli del contenuto, mette in evidenza che già la caduta simultanea di entrambi nell'ovidotto costituirebbe un primo paradosso. Infatti oggi è positivamente conosciuto che il distacco delle uova dall'ovajo, avviene nella gallina secondo una legge prestabilita, per la quale nessun uovo può lacerare i vincoli che lo rattengono sullo *stroma* ovarico, se prima non è giunto a quel grado di pienezza che non consentendo più agli invogli esterni di contenerlo, se ne spriggiona ed è raccolto così dal piccolo padiglione dell'ovidotto, che automaticamente si gitta sù lui per riceverlo ed assorbirlo nella sua via. Riesce quindi troppo astruso il comprendere, come un uovicino ad un grado relativamente minimo di sviluppo, abbia mai potuto concepire tale energia di movimento iniziale, da precipitare la sua parabola vincendone tutte le contrarie naturali resistenze. Ricorderemo a tale proposito una sentenza dal *Leydig* espressa così : « *Comme dans les autres classes des vertébrès, les oiseaux, les amphibies et les poissons, les oeufs à maturité surpassent en grosseur ceux des mammifères; l'ovaire, abstraction faite des ses autres dimensions, présente toujours un aspect acineux, et les follicules se détachent de la masse du stroma en restant suspendus par un simple pédicule* » (1).

Ma seguiamo il nostro esame. Gli autori hanno scritto che l'uovo della gallina scendendo nell'ovidotto vi camina a rilento, ed ivi riceve lo albume che lo completa, e le membrane che lo ricuoprono; sulla più esterna delle quali si aggiunge poi verso l'estremità inferiore dell' ovidotto, per sopraposizione sotto forma di laminette cristalline esagonali, il carbonato calcareo che in-

(1) Franz Leydig. Traité d' histologie traduit de l' allemande par R. Labillonne. Paris 1866, pag. 570.

durito ne costituisce il guscio esterno. Ora il nostro uovicino come mai avrebbe potuto pervenire a cingersi dentro lo albume dell'uovo continente, di proprie membrane? come sulla esterna di queste, si sarebbe mai raccolto il carbonato calcareo più o men puro, senza del quale il guscio delle ova non si costituisce? Se il contatto immediato delle pareti secernenti di questi sali solidificabili con l'uovicino che deve rimanerne incrostato, è condizione indispensabile perchè l'uovo si completi secondo l'ordine di natura; chi potrà mai immaginare il modo, nel quale questo incrostamento si sarebbe verificato, ove realmente il picciuol uovo fosse rimasto chiuso in mezzo al liquido albuminoso di quello maggiore, e quindi per mezzo di tutte le membrane proprie di questo, separato e disgiunto dalle pareti dell'ovidotto alle quali l'escrezione di quei sali calcarei, è dimostrato che esclusivamente si appartiene? Dunque o il fatto a noi riferito è falso; o tutte le teorie e dimostrazioni della scienza, fino quì ritenute per vere sono manchevoli ed erronee. Impertanto se non vogliamo ammettere la prima parte del dilemma, conviene che necessariamente ne accettiamo la seconda. Prima però di così fare, ci sia lecito di riassumere quello che la scienza positiva ce ne ha tramandato.

L'unico ovajo di cui va munita la femmina degli uccelli, ritrovasi sotto i reni aderente alla colonna vertebrale e ricoperto dal peritoneo, il quale serve insieme al medesimo di copertura, di legamento e di conduttore pei vasi arteriosi e per i nervi che vanno ad investirlo, e per le vene e per i limfatici che ne risortono. Sotto alla tunica peritoneale, ridotta al solo epitelio, se ne rinviene sull'ovajo una seconda costituita da una membrana propria, la quale vien chiamata dagli anatomici l'*albuginea dell'ovajo*. L'aspetto generale dell'organo in attività funzionale, rassomiglia ad un grappolo di uva ad acini disegualmente sviluppati, sicchè sempre se ne scorga fra tutti uno o più maggiori, mentre si stà verificando la ovulazione. Ciò che in talune specie non addomesticate succede ad epoche fisse dell'anno, in altre si rinnova a periodi ricorrenti e più o meno ravvicinati; ed in altre finalmente, quali sono le galline, accade quasi senz'ordine apparente; dipendendo il fenomeno più dalle influenze del clima, della stagione, e dalle condizioni nelle quali sono esse chiamate a vivere, di quello che da una legge governata semplicemente dalla natura. Accade così che nel pollame la fecondità può dentro certi limiti essere messa a profitto e sviluppata, più o meno per il concorso della industria umana.

Ciascheduno di quelli acini, che dicemmo costituire con il loro insieme il

racemo ovarico, si trova adunque ricoperto dalle due membrane che rivestono esternamente lo *stroma* sopra del quale si sollevarono, e giunti questi a maturanza vi sono rattenuti e legati, come indicammo con il Leydig, da un semplice peduncolo sottilissimo, quantunque ancora tenace. A quest'epoca i vasellini sanguigni che prima vedeansi percorrere ed irretire delicatissimamente gl' invogli apparenti delle sfere ovariche sono già scomparsi e, secondo alcuni autori, una striscia biancastra *equatoriale* spartisce quelle in due emisferi. Noi di questa striscia biancastra nelle uova che ancora non avevano abbandonato l' ovajo non abbiamo potuto riconoscere l'evidenza; siccome pure dei pretesi calicetti ciascheduno dei quali servirebbe, come da taluni si è detto, di base e di difesa all'uovo, troviamo che il nostro delle Chiaje trovò soltanto nelle femmine degli struzzi l'esempio (1).

Queste sfere, che si chiamano nel linguaggio volgare *uova non nate*, si svolgono e crescono sotto degli involucri membranosi suddetti, in mezzo a quella massa di tessuto connetivo e di cellule fusiformi che costituisce la porzione corticale dello stroma ovarico, distinta dalla midollare per gli anzidetti corpicciuoli vescicolari che vi si annidano, per il difetto di fibre muscolari liscie e per il meno di vascolarizzazione. Le vescichette ovariche sono conosciute dagli anatomici con il nome del *Graaf* che ne illustrò la storia negli animali mammiferi e nella specie umana fino dall'anno 1672 (2). Esse peraltro non costituiscono l'uovo propriamente detto, ma solamente il nicchio od incunabolo naturale dentro del quale quello si sviluppa, e dal quale sempre spontaneamente e talora periodicamente (siccome avviene nella specie umana) si spriggiona per la lacerazione della capsula membranosa che lo contiene: lacerazione che tiene il luogo della deiscenza dei frutti capsulari di certi vegetabili, la quale concorre in essi alla dispersione dei semi entro i confini prescritti dalla natura. L'uovicino chiuso nella veschichetta di *Graaf* degli animali mammiferi fù scoperto dal *De Baër* nell'anno 1827. Esso è involuto da un piccolo ammasso di cellole, distinto dagli anatomici con il nome di cumulo proligero (*cumulus proligerus*) ed immerso in un liquido proprio, il quale distende tutta la vescichetta, limitato dal di dentro al di fuori prima da un invoglio epiteliale che è chiamato della *membrana granulosa*, poi *in alcuni casi* da una seconda capsula che viene chiamata *membrana amorfa* o *mem-*

(1) Stefano Delle Chiaje. Istituzioni di Anatomia comparata. Seconda edizione. Napoli 1836, Tomo II, pag. 185.

(2) Vedi Regneri de Graaf. Opera omnia. Lugduni 1678.

brana propria del follicolo dagli anatomici, e finalmente dall'invoglio di tutti il più esterno che costituisce la *membrana esterna del follicolo di Graaf*. Questa ultima membrana è fibrosa, vascolarizzata e messa a contatto immediato con la sostanza dello stroma ovarico dentro del quale si sviluppa.

Ove però si raffrontino insieme lo sviluppo delle cellole ovariche dei mammiferi e quello che si verifica negli uccelli, ne appariscono a prima giunta notevolissime le differenze. Queste studiate comparativamente rilevano forse la sorgente di qualche equivoco sfuggito a quei scrittori di altra epoca, che ritennero per uova vere o propriamente dette gli acini, i quali cambiati in vesciche ripiene di un umore giallo caratteristico fanno di sè bella mostra sulle ovaja delle galline vendute su i mercati per uso della domestica economia, e che con proprietà di linguaggio anatomico, rappresentano le uova insieme con le capsule che le contengono.

E per verità la vescichetta di *Graaf* sviluppandosi nelle ovaja doppie degli animali mammiferi, incomincia dallo approfondirsi nello stroma in che nacque e si addentra sempre più nel medesimo, infino che la elasticità e la contrattilità dell' organo produttore e lo iniziato sviluppo delle altre cripte omonime vicine non lo risospingano in alto, sicchè debba finalmente trasparire sotto gl'invogli comuni delle ovaja, in un punto qualsiasi della loro superficie. Negli uccelli invece la vescichetta stessa cresce e si svolge tutta *exogena*, lo che facendo concorre a dare all' ovajo unico di questi animali quell' aspetto racemoso che di sopra abbiamo indicato; e quindi ognuno di quegli acini, ognuna di quelle vesciche che sù di tali organi fanno sporgenza, non rappresenta altrimenti un uovo, ma il *ricettacolo* dentro del quale uno di quelli si annida. L'umore proprio della cripta Graaffiana, cambiando di natura, diviene l' umore *vitellino* e dà con il suo colore caratteristico l'aspetto giallongolo speciale a quelle cisti, destinate a portare al di fuori insieme con le uova racchiuse, un sacco di nutrimento copioso abbastanza per sopperire allo sviluppo del germe, il quale nascosto in queste ultime senza ricorsi esterni potrà divenir pulcino, ove le circostanze ne favoriscano sviluppo dopo pregressa la fecondazione.

L'umor giallo che riempie la vescicola di *Graaf* nelle galline non è un umore omogeneo, ma fino dai primordii del suo apparire lascia intravedere, studiato al microscopio, alcune granulazioni gialle che diremo vitelline. Queste crescendo danno a tutta la massa il loro colorito. Insieme coi granuli vitellini vi si riscontrano delle bollicine di diverso diametro, che non sono poi altro

che particelle oleose (olio di rosso d'uovo), e finalmente vi si trovano pure delle cellole sieno semplici, siano nucleate. Di queste cellole però, a sviluppo completo dell'uovo, dobbiam dichiarare di non averne fino ad ora vedute.

La deiscenza irregolare o la lacerazione delle cisti Graaffiane che segue l'epoca del caldo nelle femmine degli animali mammiferi e marca le ricorrenze lunari nella femmina umana, accadono pure, come indicammo, negli uccelli. In questi però tutta la vescichetta Graaffiana lasciando l' organo nel quale si produsse , scende insieme con il suo contenuto nell' ovidotto , che per organico eretismo si gitta ad abbraciarla. Invece negli animali mammiferi, la cripta aperta per scissione spontanea all' epoca della ovulazione , resta sull' organo ovarico nel quale nacque ; e la successiva trasformazione di quello che fù già cumulo proligero in una sostanza gialla, ed il ritrarsi ed il ragrinsarsi dei bordi della vescicola lacerata, lasciano sulla superficie dell' organo produttore quella impronta caratteristica, a cui dalla sporgenza e dal colorito venne accordato il nome di corpo giallo *corpus luteum* dagli embriologisti. Nel caso degli uccelli accade secondo noi , quello che si verifica nelle piante fanerogame a frutti indeiscenti, nelle quali ritenuti quelli fino alla maturità aderenti per i pedicciuoli alla pianta produttrice ; inariditi questi per il cessato passaggio degli umori, i frutti se ne distaccano al più piccolo urto , per portare i semi che già maturi chiudono nel seno a fertilizzare il seno della gran madre comune, onde riprodurre, se le circostanze non lo impediscono, le piante che prima diedero loro la vita. Nel fatto degli animali mammiferi invece l'analogo del seme delle piante, ossia l'uovo propriamente detto, innalzato già a maggiore potenza di sviluppo e preparato quindi a stringere rapporti diretti con il seno materno , al quale più tardi si abbarbicherà se la fecondazione non faccia difetto , abbandona spontaneamente la cisti nella quale si produsse, che per deiscenza ne lo lascia uscire ; e quindi lascia sull' ovajo la cripta che gli diè cuna , appunto così come veggiamo accadere in taluni vegetabili , a frutti deiscenti; che slanciano lungi da se , e talora con molta vigoria, i semi prodotti, rimanendo essi stessi aperti ed inariditi sulle piante delle quali ebbero già rappresentata la fruttificazione. Per conseguenza negli animali mammiferi incominciano fino dai primordii vitali a stabilirsi fra il generante ed il generato quei vincoli di famiglia , che rimanendo sempre di breve durata nei bruti, si prolungano nell' uomo siffattamente da costituire per naturale necessitu-

dine la base della dipendenza e della soggezione, e quindi il fondamento primitivo della società umana.

Se non chè il confronto fatto or ora da noi del frutto dei vegetabili con le così dette uova degli uccelli, patisce una assai valida eccezione per ciò che la maggior parte dei naturalisti sembra insegnare, non essere già il laceramento del peduncolo, il quale collega la vescicola Graaffiana all'ovajo degli uccelli, quello che ne opera il distacco e la caduta nell'ovidotto; ma sì bene una lacerazione a modo di deiscenza irregolare della capsula esterna; la quale lascerebbe aderenti sull' organo produttore l' invogli peritoneale e fibroso; mentre la vescichetta di Graaf propriamente detta libera da questi accessorii velamenti, verrebbe presa dall'apertura slabrata (ma non sfrangiata in questi animali) dell'ovidotto. Intorno a chè domando io venia di proporre liberamente un qualche dubbio. Questo saprà forse a taluno di stravaganza ma nelle scienze naturali non essendo vietato di dubitare, soprattutto quando non si ha in vista altro che il verace avanzamento della scienza, non me ne terrei per menomamente offeso. Or bene volli già accennato fino dal principio, che quella cinta così detta *equatoriale*, la quale, per sentenza di parecchi autori, si scorge attorno alle uova della gallina preste ad abbandonare l'ovajo, non è sempre facile di osservarla fino che le medesime stanno allo stato di uova non nate, appese cioè allo stroma produttore. Ora ciò non potrebbe nullamente avvenire, se quella cinta indicasse con precisione il posto ove la natura ha destinato che inevitabilmente accada l' apertura degli involucri più superficiali dell' uovo. Avvertirò in secondo luogo, che più volte mi è avvenuto di trovare sulle ovaja della gallina dei torli, che non tenevano a quelle altro che per un sottile peduncolo, senza dimostrare intanto nessuna traccia d'imminente lacerazione sulla loro periferia. Ricorderò in terzo luogo, che sulle ovaja stesse ho ricercato indarno i brani di quelle membrane esterne, ossia le abbandonate spoglie della capsula Graffiana caduta prossimamente nell'ovidotto; mentre non mi fù difficile di rinvenire i pedicciuoli i quali, cred'io, recentemente avevano perduto il frutto corrispondente. In quarto luogo accennerò che il preteso limite di vascolarizzazione su quella zona equatoriale già detta, non è a carico delle membrane esterne ovariche che ricuoprono le vescichette sporgenti, ma solo a spese della membrana esterna della vescichetta di Graaf, la quale è realmente percorsa da vasi abbondevolissimi, insino che il contenuto suo non è cangiato totalmente in massa vitellina; ma operato questo cangiamento, tutti quei vasi spariscono. Quindi siccome, per

le cose dette, tutt'essa (la vescichetta Graaffiana) negli uccelli si distacca dall'ovajo per cadere nell'ovidotto, tutto porta ad argomentare, che i tralci vascolari che la ritenevano unita allo stroma ovarico, si debbono senza grandi sforzi lacerare, e si lacerino di fatto ad ogni ovicino che se ne disprenda: altrimenti nessuno di essi si troverebbe mai impegnato nell'ovidotto. Ora se i tramiti vascolari non valgono ad impedire il distacco di quelle vescichette dall'ovajo, vorremo noi ritenere che di tanto sieno capaci quelle brigliuzze membranose delicatissime che ricuoprono gli acini del grappolo ovarico, se ad esse nè vasi, nè fibre dimostrate aggiungono tenacità e resistenza? I commentatori dell' anatomia comparata del Barone Giorgio Cuvier, nelle giunte agli scritti di quel sommo, mentre fanno cenno della lacerazione degli involucri ovarici degli uccelli in corrispondenza della cinta *equatoriale* anzidetta, aggiungono in quanto alle membrane delle quali dovrebbero rimanere pendenti i brani dall'ovajo, che può essere *peut-être* che queste sieno riassorbite (1). Ora fondare sopra di *un può essere* una teorìa, ritenere per riassorbibili degli *elementi anatomici* senza indicare le vie per le quali questo riassorbimento di solidi per quantunque minutissimi si possa operare, mentre se ne dovrebbe ripetere ogni giorno per intiere stagioni nelle galline domestiche l' occasione; e ciò senza che nessun fisiologo sia mai riuscito a verificarlo: vale per noi quanto il dritto d'immaginare e di esporre sotto la garanzìa del *può essere* ogni altra teorìa, ancorchè discordante da quella infino a quì abbracciata nello scolastico insegnamento. Che se questa regga meglio dell'altra al controllo dei fatti dei quali la prima non dà spiegazione soddisfacente, potremo domandare che venga l' una all' altra sostituita nelle scientifiche disquisizioni.

Notomizzando io le uova appese ancora all'ovajo delle galline, le rinvenni costantemente ricoperte dagli invogli ovarici sopraindicati, e staccandone talora con lieve sforzo quelle più mature dai pedicciuoli che le rattenevano, le rinvenni mai sempre con l'involucri stessi. Or se ritrovo l'uovo maturo dentro dell' ovidotto, non lo posso più riconoscere per quel di prima, nè per la sua forma, nè per la sua apparenza, nè finalmente per la sua anatomica composizione. Come mai in poche ore (6 all' incirca) tanti e così sorprendenti cangiamenti potè in quello operare la natura? quali congegni artificiosi vi

(1) V. Cuvier. Leçons d'anatomie comparée. Troisième édition revue, corrigée et considérablement augmentée. Bruxelles 1840. Tome Troisième. Pag. 384. Il passo al quale noi ci riferiamo, crediamo che appartenga al *Laurillard*.

concorsero? quale potente chimismo vi cooperò? quale forza diresse in così breve tempo ed in spazio così angusto, tanto svariate ed ammirabili operazioni?

Se bastassero solo circa 6 ore di permanenza dell'uovo nell'ovidotto (1) per rifornirlo di una doppia membrana nuova, ossia di quella *dello albume* e dell'altra *testacea*, per munirlo ed incingerlo di tutta la massa albuminosa che per tanta parte lo riempie, per svolgere verso i poli del medesimo le briglie o *calaze*, per rivestirlo finalmente di un guscio calcareo il quale consolida la forma che nel canale stesso gli è data, senza che intanto si rinvenga lo stampo nel quale quest' ultima si formò; non saprei io da vero quale altro organo rinvenire in tutta quanta la struttura animale, che per l'attività o per le meravigliose sue produzioni potesse reggere al confronto dell'ovidotto. Ma se questo canale tanto potea negli uccelli, perchè mai la natura nella organizzazione degli animali mammiferi provide che gl'invogli o membrane dell'uovo scendessero con il medesimo dalle vescichette Graffiane, mentre di poteri produttivi così singolari ebbe arricchito negli uccelli l'organo analogo per struttura a quello per il quale dovea pure l'ovicino dei mammiferi compiere naturalmente il suo tragitto? Forse che non vi era in questi ancora un utero, ove quel complemento avrebbe potuto verificarsi?

Ma andiamo ai fatti. È assioma provato nella scienza, che la Natura ha semplicizzato, sempre che è stato possibile, i mezzi che si proponeva per il conseguimento di un determinato fine. Or bene solo ammettendo che il distacco delle uova dall'ovajo che le produce, si faccia negli uccelli per la semplice lacerazione del peduncolo che le ritiene, più tosto che per la scissione e per lo spogliamento degli involucri ovarici che le ricuoprono; troveremmo noi una maniera facilissima di spiegare il completamento delle uova nell' ovidotto per endosmosi, senza bisogno di ricorrere ad una portentosa produzione di membrane accessorie dentro di questo canale: membrane che se appariscono semplici nella loro struttura, non per questo sono men complicate per i loro rapporti, o meno necessarie per il fine al quale furono coordinate.

Incominceremo pertanto dal rammentare, che i pochi autori che si sono occupati di discuoprire il luogo e la maniera con la quale si aggiungono al torlo dell' uovo della gallina le membrane accessorie anzidette e lo albume, non sembra sieno stati sempre d' accordo fra loro. Il *Dugès* (2) parla della

(1) Beclard. Traité élémentaire de Physiologie humaine. Cinquième edition. Paris 1866. Pag. 1204.

(2) Antonio Dugès. Trattato di fisiologia comparata tradotto dal Dottor F. Gastinelli. Napoli 1841. Vol. III. Pag. 227—228.

pellicola sottoposta al guscio come di una membrana *formata nella parte superiore dell'ovidotto*, ed aggiunge che *in seguito viene il bianco o albume*. A seconda delle osservazioni di *Purkinje* e *Valentin* riportate dal *Bourdach* (1), sarebbe solo nella parte mezzana e più stretta, ossia nell'istmo dell'ovidotto, che si formerebbe la membrana testacea alla superficie dell'*embriotrofio secondaria*: ivi cioè il liquido albuminoso segregato produrrebbe prima dei filamenti isolati, e poi uno strato di granulazioni che si riuniscono in una membrana. Ci facciamo intanto lecito di osservare, che siccome i liquidi assumono per legge fisica costantemente la forma del recipiente nel quale si raccolgono (giacchè è vieto assioma che *quidquid recipitur per formam continentis recipitur*), se il liquido albuminoso precedesse la formazione della membrana che sopra del medesimo rinveniamo nelle ova compiute, converrebbe trovare riprodotta sù di queste la forma dell'ovidotto, e non già una forma propria e costante, e per quella dovrebbero le uova apparire sotto l'aspetto di altrettanti fusi, a pancia rotondata e ad estremità assottigliate e forse anco canalicolate longitudinalmente. Lo che non avvenendo, siamo obbligati a supporre che le membrane dello albume preesistano o precedano la raccolta di questo liquido attorno alla sfera del giallo, più tosto che seguirla; mentre ciò sarebbe di impossibile spiegazione, per la difficoltà accennata da noi e tratta dalle leggi invariabili della idrostatica. Quanto perciò non rimarrebbe più facile il concepire che il liquido albuminoso segregato abbondevolmente nell' ovidotto, passando per forza di corrente endosmotica a traverso delle delicatissime membranuccie che sono destinate a contenerlo, si accumulasse in questa maniera dentro del sacco a lui preparato dalla natura; ed appunto perciò che tale, di pareti definite e di forma e proporzioni invariabili?

Io pertanto restringerei il mio ragionare così. O il liquido albuminoso che costituisce il così detto bianco dell' uovo della gallina si raccoglie attorno al giallo che ne stabilisce il centro, prima che le membrane le quali lo ricuoprono sieno formate; o sono queste ultime membrane quelle che precedono la raccolta di quel liquido. Se si ammette il primo, non si spiegherà mai, per le cose dette, la causa determinante della forma propria delle uova: se si ricorre al secondo, converrà supporre che il giallo d'uovo fino dalla prima sua discesa nell'ovidotto abbia addossate quelle membrane, che appariscono più tardi su del medesimo, perchè solo allora rimangono se-

(1) C. F. Burdach. Traité de Physiologie. Traduit par A. J. L. Jourdan. Paris 1838. Tome deuxième pag. 405. § 341. I, 1°.

parate e distese dallo albume del quale ultimamente s' imbeverarono. E se la cosa non andasse così, come mai le fibrille ed i fiocchetti destinati a formare quest'ultime, potrebbero riuscire a riunirsi con tanto di tenacità e di consistenza da reggere alle spinte centrifughe del liquido che le distende? Oltre a ciò rimarrebbe quasi impossibile il concepire come giungerebbero le membrane dello albume a rassodarsi in mezzo ad un liquido, che tenderebbe sempre a disgregarne per la stessa fluidità sua gli elementi.

Nè si supponga ch'io mi abbandoni quì alle larve di una immaginazione riscaldata, supponendo negli ovidotti una forza contrattile capace di reagire validamente contro dei liquidi che insieme con l'uovo vi si trovino di passaggio. Mentre tanto la struttura anatomica, quanto l' azione fisiologica di questi organi cospirano a sostegno della presente tesi. L'ovidotto unico negli uccelli, siccome unico in questi è l'ovajo, si estende da esso infino alla cloaca. *È costituito in principio da un canale assai stretto che si allarga a proporzione che si accosta alla cloaca. In principio l'ovidutto è di pareti assai sottili ma divengono in seguito assai resistenti. In esso ci si possono notare quattro tuniche, una esterna peritoneale, che tien fisso questo condotto alla colonna vertebrale, una seconda muscolare, una terza cellulosa sottile, ed una quarta muccosa che ne tappezza l'interna superficie, ed in questa ci si osservano molti ripieghi, la più parte dei quali sono longitudinali, onde questo canale si può prestare alla necessaria dilatazione* (1). La membrana muscolare è costituita da fibre liscie, e quindi sottratta all'impero della volontà dell'animale e governata invece dalla innervazione ganglionare, che la rende ligia ed obbediente alle operazioni automatiche dell'organismo. *L'ovidotto è organo di movimento e di formazione* (2). Incomincia esso a dimostrarsi tale, portandosi con la sua estremità aperta o libera o superiore, alla ricerca dell'ovajo ed applicandovisi sopra per assorbire l'uovo al momento del suo distacco. *Chez . . . les oiseaux . . . c'est . . . l'extremité ouvert, ou le pavillon de l'oviducte qui va chercher l'ovaire, et qui s'y applique pour absorber l'oeuf au moment où il en sort* (3). Siegue l'ovidotto a spiegare la sua azione muscolare colla spinta graduata con la quale va guidando l'uovo verso l'uscita della cloaca. Finisce finalmente di dimostrarla con l' esito che determina dell' uovo già compiuto a traverso della

(1) Uccelli. Compendio di anatomia—fisiologico comparata. Vol. VI., pag. 327.
(2) Burdach. Op. cit. Tome I. Pag. 170. §. 102.
(3) Burdach. Op. cit. Tom. II. Pag. 353. § 328. 2.

apertura inferiore dell'ovidotto stesso, la quale offre una specie di picciolo sfintere per le briglie muscolari che lo circondano. Che l'organo poi testè menzionato sia pure laboratorio di formazione, è messo fuori di dubbio dallo sviluppo e dalla forma propria che in esso prendono le uova, dalla massa albuminosa che vi si separa, dalle calazze che dentro di esso si dispiegano nell'uovo, e per ultimo dal guscio calcareo che dentro del suo perimetro lo incrosta; e ciò per nulla ripetere di quelle membrane, le quali dierono sufficiente argomento al ragionar nostro.

Che se mi fosse lecito di azzardare una ipotesi, vorrei io proporre modestamente il supposto seguente. L'uovo della gallina, o più propriamente la cisti vitellina che lo racchiude, giunta a maturità, per il concorso delle trazioni che sopra della medesima dispiega l'estremità aperta e su di lei addossata dall'ovidotto, si distacca dal pedicciuolo che la manteneva aderente allo *stroma* ovarico che la produsse. Distaccata così penetra nell'ovidotto e vi rinviene il fluido albuminoso, del quale accresce con lo stimolo della sua presenza la secrezione. Questo fluido separato dalle ghiandole mucipore dell'ovidotto stesso, prima è denso vischioso, diviene poscia più fluido e meno tenace. La cisti vitellina essendo ripiena anch'essa di un umore di densità e di natura diversa da quello che si raccoglie nell'ovidotto, ne avviene che si produce per la legge discoperta dal Dutrochet, fra i due liquidi separati da membrane organiche, una potente corrente endosmotica, per la quale il fluido albuminoso penetrando sotto alle prime membrane che ricuoprono la cisti vitellina, ne le discosta dalle pareti sottostanti; e per conseguenza lo albume si raccoglie dentro di esse. Si stabilisce così una sfera esterna albuminosa attorno alla sfera interna vitellina, la quale occupa il centro. Crescendo però sempre più, dentro certi limiti, l'albume fluido al disotto delle suddette membrane esterne, e dovendo questo liquido vincere la resistenza, che in corrispondenza dell'asse trasversale della sfera vitellina presenta al suo sempre crescente aumento lo strato delle fibre circolari dell'ovidotto; ne consiegue necessariamente che lo stesso liquido albuminoso, in ragione della resistenza incontrata, si porta in direzioni opposte, ossia verso l'asse che diverrà verticale o bipolare nell'uovo perfetto; ossia quando questo avrà raggiunto il suo completo sviluppo. In altri termini il liquido che costituisce il bianco dell'uovo, va ad accumularsi nella direzione del canale lineare dell'ovidotto: e poichè questo canale è ristretto verso il suo principio, e dilatato verso la sua fine; ne verrà per conseguenza che la sfera

involgente dello albume distesa davantaggio in queste direzioni , costituirà due poli l'uno dei quali più angusto, corrisponderà alla parte più ristretta dell'ovidotto; e l'altro più grosso, richiamerà alla mente la parte più amplia dello stesso canale. Ora ove questi dati teoretici si applichino allo studio prattico dell'uovo della gallina, ognuno si accorgerà che la proposta ipotesi non sembra andare troppo lungi dal vero. Per noi cioè potrebbe supporsi che le due esterne tuniche dell' ovajo, le quali negli uccelli si distendono per abbracciare da ogni parte l'uovicino prodotto, semplicizzate nella loro tessitura sotto l'azione della distenzione continua e crescente, non lo abbandonino allorquando esso lasciando la sua cuna discende nell'ovidotto; ma ivi stesso accompagnandolo, addivengano , distese dallo albume, le tuniche esterne dell'uovo. L'interna limiterebbe al di dentro quel fluido; l'esterna, ricevendo sopra di se il deposito dei cristallini calcarei, rappresenterebbe la membrana testacea ossia del guscio. La distinzione delle due tuniche si vede tracciata in natura verso l'estremità grossa dell'uovo, per lo sviluppo della così detta camera d'aria; la quale però nelle uova recenti appena è percettibile. Il primo albume penetrato attorno alla sfera vitellina essendo, come si è detto di sopra, assai più denso di quello che sarà fornito dall'ovidotto in appresso, si addensa attorno a quella e la circonda co'suoi strati. Ma per lo scostamento delle tuniche esterne nella direzione dei poli dell' uovo, quell'albume denso si spiega in due briglie, le quali prendono l'aspetto di *calazze* o spire albuminose, per lo avvolgersi che fa su stessa la sfera vitellina nella direzione dell'asse bipolare suddetto. Basta rompere un uovo recente, versandone il contenuto dentro di un bicchiere di acqua fredda , per vedere la tessitura e la direzione delle *calazze*. Nè voglio qui omettere che il così detto calice vascolare esistente, secondo alcuni autori, al disotto di ciascun uovo e visibile sull'ovajo dopo la caduta dell'ovicino, e che al dire dei medesimi ivi lo riteneva accoglieva, fu solo per equivoco che potè ritenersi fatto dalle membrane che rivestono l'ovajo stesso; mentre nè la sierosa, ridotta al semplice strato epiteliale, nè la fibrosa sottostante cangiata in sottilissimo velamento diafano, divengono mai membrane vascolari. Questo attributo compete invece alla membrana esterna della vescichetta di Graaf, la quale facendo parte sostanziale del follicolo dello stesso nome, ne seguita lo sviluppo e ne accompagna con le altre vicende eziandio la caduta nell' ovidotto. Ora stando così le cose, come potrebbe conciliarsi la teorìa antica, la quale volea che proprio la deiscenza della membrana vascolare determinasse la caduta delle uova ,

con quella proposta or ora da noi, e con il fatto che prova mancare assolutamente negli uccelli quel flusso che caratterizza il caldo nelle femmine degli animali mammiferi, e con esso la deiscenza per lacerazione dei follicoli Graaffiani? Se non vi avea differenza per i fatti anatomici fra ciò che accade nei mammiferi e quello che si osserva negli uccelli, come è che tale differenza negli atti fisiologici appare manifestissima? Arroge che nella ipotesi da noi proposta, si darebbe pure facile spiegazione della cicatricetta, la quale corrisponderebbe al punto d'inserzione del tralcio vascolare, che insieme con il pedunculo rimane divelto dallo stroma ovarico al momento della caduta dell'uovo nell'ovidotto.

Ma è tempo oramai che ritorniamo all'assunto primitivo di questa memoria, raffrontando con l'uovo che si pretese rinvenuto dentro dell'altro, le teorie finora esposte. La spiegazione da noi immaginata per rinvenire sull' ovajo l' origine delle membrane esterne della cisti vitellina, sarebbe senza dubbio la meno favorevole ad ammettere le probabilità di quel fenomeno. Ed in fatti se ogni e singolo uovo di gallina, fino dal distaccarsi che fa dall'organo produttore, porta seco tutti gli involucri che mostrerà spiegati giunto al completo suo sviluppo; come mai potrebbe immaginarsi che l'uno di essi riuscisse a penetrare a traverso di tutte le membrane di un suo vicino, per finirvi annidato nella massa liquida che in tanta parte lo costituisce? Ma se invece queste membrane si plasmano sullo albume addensato attorno alle sfere vitelline, riescirebbe meno difficile il supporre che involute due di queste cisti nello stesso umore, potessero comparire più tardi, la maggiore come involgente della minore, sotto di velamenti comuni. Ma anche in tale ipotesi, rimarrebbe ancora inesplicabile il modo col quale la sfera vitellina più piccola, appropriandosi una porzione dello albume separato nell'ovidotto, perverrebbe a circondarsi di membrane sue proprie, in mezzo al liquido spettante all' uovo maggiore. Ma supponiamo pure che un azione coagulativa speciale, irraggiando forse dalla piccola cisti vitellina, avesse potenza di ciò fare, cosa che io non credo. Resterebbe tuttavia a risolversi l'ultima parte del problema proposto, la quale non ne è certamente la più facile, mentre è da ritenersi come la più decisiva per la prima questione proposta. Il carbonato calcareo cioè, come mai avrebbe potuto foggiarsi a guscio solido e resistente dentro dell' ovicino inchiuso, se fra questo e l' organo escretore di quel principio terroso non vi ebbe alcun possibile contatto? Stimeremo noi forse che pure per endosmosi i sali calcarei siensi precipitati sulla membrana esterna dell'ovicino, attraversando impunemente il liquido circumambiente dell'uovo maggiore e senza depositarsi al

tempo stesso sulla sfera vitellina di questo, con la quale quel corpicciuolo inchiuso sarebbe stato in necessario contatto. Certamente nessun fisiologo vorrà ammetterlo facilmente. Ed anzi affine di addimostrarlo più chiaramente, mi sia lecito il trarne da un autore non sospetto un qualche altro positivo argomento che faccia acconciamente al nostro proposito.

Fù opinione del *Jacopi* (1), accettata poi e ripetuta da altri autori, che *l' uovo percorrendo l'ovidotto si veste dell' albume, ed in cloaca riceve quella vernice calcarea, che poi indurita ne forma il guscio*. Questa opinione però non fù ammessa da fisiologi posteriori; e già il *Ranzani* Professore a Bologna scriveva fino dal 1821. *Discendendo poi l'ovo per l'ovidotto, gli si aggiunge il bianco, o sia l'albume, in un colle membrane, ond'è questo avvolto indi il guscio* (2). Il *Burdach* più tardi illustrò questa tesi descrivendo più accuratamente l' anatomica struttura della membrana muccosa che riveste il lume interno dell'ovidotto degli uccelli, ed analizzandone le diverse funzioni. Scrisse egli della inferiore porzione di questo canale « *plus loin, on trouve une cavité ovale, plus courte, bornée à ses deux extrémités par un renflement, ayant des parois épaisses, pourvue des muscles longitudinaux et annulaires* (*uterus*), *dans la quelle l'oeuf sejourne et acquiert sa coquille* » (3). Il *Le Maout* ricordò ancora una membrana epidermoidea che si aggiungerebbe esternamente al guscio calcareo, della quale a dir vero non ritroviamo fatta da altri menzione speciale. Sono queste le sue parole « *L'oeuf, parvenu vers l'extremité de l' oviducte, y reçoit un depôt calcaire qui se solidifie promptement, et de plus une couche épidermoide qui contient la substance colorante homogène ou mouchetée, qu'on observe sur les oeufs de certains oiseaux* » (4). Aggiunse finalmente precisione di dettagli il *Béclard* nei suoi elementi di fisiologia ripetendo: « . . . *lorsque l'oeuf est arrivé au tiers inférieur de l'oviducte* (*c' est-à-dire environ six heures après sa sortie de l'ovaire chez la poule*), *la couche albumineuse s'enveloppe d'une membrane, d' abord transparente, qui se dédouble bientôt en deux feuillets. Le feuillet adherent à l' albumine restera à l'état de membrane; le feuillet le plus externe s' incrustera de*

(1) Giuseppe Iacopi. Elementi di Fisiologia e Notomia comparativa. Napoli 1810. Parte terza pag. 138 in fine.

(2) Camillo Ranzani. Elementi di zoologia. Tomo Terzo. Parte Prima pag. 38.

(3) Burdach. Op. e Trad. citata (1837). Vol. I, pag. 178, e 104 in fine.

(4) Emm. Le Maout. Histoire naturelle des oiseaux. Paris 1853, pag. XVI.

cristaux calcaires et formera la coqae » (1). L'*Hollard*, confermando pure ciò stesso, dichiarò di non riconoscere nell'ovidotto degli uccelli « *nessuna dilatazione che potesse essere paragonata ad una saccoccia di deposito*, *quindi le uova non vi si trattengono che per rivestirsi delle loro membrane accessorie* (adventives), *delle quali la più esterna è costantemente un guscio duro calcareo* (2). Dallo insieme delle autorità quì riportate, deve dunque ragionevolmente conchiudersene, che sulla membrana esterna dell'uovo si precipitano nell'ultima porzione dell'ovidotto, quei sali calcarei che servono ad incrostarla; quantunque forse il definitivo indurimento del guscio, in alcuni casi almeno, non si operi solo che nella cloaca. Da questa infatti, eccezionalmente, sortono talora delle uova molli e sprovvedute di quella pretesa costante guarentigia del guscio indurito e resistente: al quale fenomeno concorre forse qualche argomento ancora non ben compreso di chimismo vitale. E per verità sapendosi che il carbonato calcareo non è per se stesso solubile nei liquidi, ognuno è portato a facilmente sospettare, che quello escreto sotto forma liquida dai vasellini che arrichiscono la porzione ultima della membrana muccosa dell'ovidotto, non possa uscirne a quello stato insolubile che assume poscia precipitando sulla membrana esterna dell'uovo. È senza dubbio la perdita di un atomo di acido carbonico, quella che lo ritorna allo stato solidificabile; ed ove questa perdita sia ritardata per la insufficienza delle reazioni vitali, può sospettarsi ne avvenga allora, per il più lento rapprendersi dell'inorganico concremento, che si stampino, per così dire, le impronte delle sinuosità e delle pieghe che fanno sporgenza nel lume interno della cloaca sull' uovo della gallina, fenomeno che già più volte fù dato a noi di osservare.

Ora dopo tanti fatti e ragioni chi vorrà sostenere che possa accettarsi per vero senza esitanze, il preteso fenomeno di un uovo rinvenuto con il suo guscio calcareo ben rassodato e perfetto, chiuso dentro di un'altr'uovo, che avea come il primo i suoi involucri e la sua coccia regolarmente costituita? È vero che il *Leydig* ha scritto che « *il peût arriver aussi que dejàs*, *dans le follicule ovarique il se forme autour d'elles* (ossia dell'inviluppo primitivo) *d'autres enveloppes ou coques souvent très complexes*, *dont la genèse est encore peu connue* » (3) Ma ciò non ostante, non esitiamo a con-

(1) Béclard. Traité élémentaire de Physiologie humaine. Cinquième édition. Paris 1866, pag. 1204.
(2) Hollard. Précis d'anatomie comparée. Bruxelles 1836, pag. 161.
(3) Leydig. Op. e luogo cit.

fessare, che noi ci sentiamo poco disposti ad annoverare l'esempio che ce ne venne porto, fra le ammissibili eccezioni.

Ho esaurito un debito di convenienza e di rispetto, facendo intorno al preteso fenomeno la parte dello storico: soddisfeci a quello della scienza, esponendo le riflessioni critiche che la stranezza del fatto mi ebbe suggerite, lasciandone se non altro al tempo la decisione. « *Conciossiacosachè* (*conchiuderò con il Vallisnieri*), *siccome è temerità insoffribile, negar subito le cose nuove, così non è maschia prudenza abbracciarle, prima di non averle più e più volte disaminate, ed osservato, se in tutto, o in parte corrispondono al vero, se vi sono stati equivoci, se hanno i primi scoperto abbastanza, se finalmente sono uniformi a tutte le leggi della natura, che suole sovente mostrare aperta una cosa , e un altra tener celata , per lasciare a più d'uno il merito di faticare, a molti la gloria di scoprire, e a tutti il contento di godere una volta svelati gli arcani suoi* (1).

(1) Vallisnieri. Opere fisico-mediche. In Venezia 1733. Tomo secondo, pag. 147.

ACCADEMIA PONTIFICIA DE' NUOVI LINCEI

PROCESSO VERBALE DELLA SESSIONE III.ª 7 MAGGIO 1871.

Corrispondenze.

Viene letto un dispaccio dell'Emo Cardinal Antonelli Pro-Camerlengo di S. R. C. col quale l'Accademia Pontificia de'Nuovi Lincei è fatta partecipe della approvazione accordata dal Santo Padre alla elezione dei Chiarissimi Signori Revndo P. Francesco Provenzali della C. di G., Prof. Tito Armellini, e Prof. Comm. Fortunato Rudel a membri ordinarii della medesima; non che della nomina data dalla Santità Sua ai Chiarissimi Monsignor Francesco Regnani e Prof. Cav. Michele Stefano De Rossi parimenti a membri ordinarii della Accademia stessa, secondo il desiderio già espresso nella sessione passata, con la seguita votazione, dal Corpo accademico deliberante.

S. E. il Principe D. Baldassarre Boncompagni Archivista e Bibliotecario dell'Accademia, essendo stato incaricato dall'Accademia d'inviare i fascicoli degli Atti dell'Accademia stessa a varie società scientifiche ed ai socj corrispondenti, presenta le ricevute del primo fascicolo del presente anno accademico delle seguenti società e persone: R. Accademia delle scienze di Torino, R. Istituto Lombardo di scienze e lettere, R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti, R. Accademia delle scienze di Berlino, R. Accademia delle scienze di Monaco, Società Reale di Londra, Società delle scienze fisiche e naturali di Bordeaux, Sigg. Prof. Cav. Gaspare Mainardi, e Prof. Ab. Cav. Francesco Zantedeschi.

Comitato segreto.

L'Accademia raccoltasi in Comitato segreto, intese il rapporto del Comitato Accademico, il quale nella sua seduta del 4 maggio corrente, vista la necessità di assegnare un numero progressivo ai nuovi eletti e nominati accademici di numero dell'Accademia Pontificia de'Nuovi Lincei che per la quantità dei voti favorevoli riportati nella loro elezione, o proposta, si rinvenivano a parità di circostanze; stabilì di lasciarne arbitra la sorte. Rimanendo quindi primo fra gli altri il Revndo P. Provenzali per avere riportato la piena votazione accademica, ossia n.° 11 voti favorevoli in 11 votanti; vennero sorteggiati i nomi dei Chiarissimi Signori Prof. Tito Armellini e Prof. Comm. Fortunato

Rudel, eletti entrambi con n.° 9 voti favorevoli in terne distinte. La sorte favorì il Prof. Comm. F. Rudel. Vennero poscia messi a ballottaggio i nomi dei Chiarissimi Signori Monsignor Francesco Regnani e Prof. Cav. Michele Stefano De Rossi che entrambi per n.° 8 voti favorevoli avevano riportato l' inclusiva accademica : ne uscì eletto Mons. F. Regnani. Risultava da ciò l'ordine progressivo dei nuovi accademici costituito nel modo seguente:

1. Prof. P. F. S. Provenzali
2. Prof. Comm. F. Rudel
3. Prof. T. Armellini
4. Mons. F. Regnani
5. Prof. Cav. M. S. De Rossi

Il Corpo accademico deliberante avendo approvato ad unanimità quanto erasi praticato dal Comitato accademico, la successione dei nuovi candidati rimase stabilita nell'ordine suesposto.

L'adunanza aperta legalmente alle ore 5 pom., venne chiusa alle ore 7.

SOCJ PRESENTI A QUESTA SESSIONE

Comm. B. Viale-Prelà Presidente – Can.° Conte Castracane degli Antelminelli – P. A. Secchi – Contessa E. Fiorini-Mazzanti – Monsignor B. Tortolini – Ab. O. Astolfi – Prof. M. Azzarelli – Prof. F. S. Provenzali – Prof. T. Armellini – Mons. F. Regnani – Prof. M. S. De Rossi – Prof. F. Rudel – B. Boncompagni – A. Cialdi – V. Diorio.

OPERE VENUTE IN DONO

M. S. De Rossi – *Memoria sulla scoperta d' una nuova tomba della Necropoli Arcaica Albana coperta dalle eruzioni del peperino* (Estratto dal Bullettino dell'Istituto di Corrispondenza Archeologica, n.° III, Marzo 1871.

F. Rudel – *Corso di Anatomia descrittiva*. Vol. 3. Roma 1866–68.

» » *Esposizione delle malattie mediche curate nel* 1843 *nello spedale militare del S. M. O. G.* Roma 1844.

» » *Nella solenne inaugurazione del nuovo Teatro anatomico fatto erigere dalla Munificenza di Sua Santità Papa Pio IX nell' Archiginnasio Romano*. Discorso. Roma 1870.

ATTI
DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA DE'NUOVI LINCEI

SESSIONE IVª DELL' 11 GIUGNO 1871

PRESIDENZA DEL SIG. COMM.re PROF. BENEDETTO VIALE PRELA'

MEMORIE E COMUNICAZIONI
DEI SOCI ORDINARI E DEI CORRISPONDENTI.

SULLA DISTRIBUZIONE DELLE PROTUBERANZE INTORNO AL DISCO SOLARE
MEMORIA
DEL P. A. SECCHI.

Uno degli studi che si erano prefissi gli astronomi nell'ultima ecclisse era quello di farsi una idea esatta della natura, e struttura della corona. Il tempo cattivo ha impedito in gran parte tale studio, ma non è stato del tutto senza frutto come in altra lettura ho fatto vedere. Le conclusioni principali che risultano dall'esame delle osservazioni, sono queste:

Che la corona è costituita da un inviluppo gassoso emittente in parte luce propria, e in parte luce riflessa. Che questo inviluppo non ha dappertutto la stessa altezza, ma che ai poli è molto più basso, e trovasi rilevato notabilmente da 10° a 60° di latitudine, dove è più alto che all'equatore. Le regioni polari poi sono profondamente separate dalle altre per una discontinuità sensibile nel perimetro della aureola.

Queste conclusioni sono tirate da tre osservazioni distinte di ecclissi fotografate: cioè nel 1860, nel 1869 e nel 1870. Le osservazioni sono sicure e basta gettare un'occhiata sulle figure ben note per riconoscerne la precisione; la tavola annessa a questa memoria mostra quattro fotografie riprodotte in litografia, quanto più fedelmente si è potuto. La linea bianca che le attraversa indica l'asse

polare del sole. Le due interruzioni poste sulla stessa linea orizzontale della fig. fatta al *Desierto* sono l'ombra di un filo messo per indicare il parallelo celeste.

Stante tal conclusione, era pregio dell'opera lo studiare se noi potessimo riuscire a riconoscere le origini di tali ineguaglianze, ovvero almeno a determinare se queste apparenze erano in relazione qualunque con fenomeni solari conosciuti di altra specie.

Avendo io intrapreso ad altro scopo una serie di ricerche sulle protuberanze solari, mi sono accorto che il fatto della corona è strettamente connesso con le protuberanze e le facole.

È di questi studi che intendo di render conto in questa memoria laonde comincierò dal descrivere i fatti osservati.

Nella seduta precedente presentai alcuni disegni del contorno solare e accennai al lavoro da me intrapreso di studiare la posizione relativa delle facole e delle protuberanze. In questa materia però vi sono molte difficoltà. Primieramente non basta raccogliere le osservazioni: è anche mestieri trovare una maniera facile da confrontare i fenomeni e mostrare i loro rapporti. Se si volesse procedere in questa materia con esattezza geometrica si richiederebbe un tempo immenso e non basterebbero molti astronomi, e forse la materia stessa non si presterebbe.

Ho pertanto ideato il seguente mezzo in via provvisoria, aspettando di poterlo migliorare.

Le figure delle protuberanze sono fatte in grande scala sul contorno del disco solare avente 243^{mm} di diametro; così un millimetro equivale a circa $\frac{1}{8}$ di minuto, ossia $7'',9$. Tracciata che sia sulla figura la projezione dell'equatore e dell'asse di rotazione, rilevo tutte le posizioni segnate come dissi nella precedente comunicazione con un rapportatore dentro il grado più vicino. Ho così una tavola diurna di tutte queste posizioni. La tavola contiene tre colonne: la 1ª le posizioni contate da Nord per l'Est: la 2ª le altezze osservate delle protuberanze in millimetri: la 3ª la loro larghezza, in gradi del perimetro del disco: la 4ª il carattere loro, se di nube, o di getto, ecc.; noto anche le regioni di cromosfera viva che arrivi a $30''$ valore ordinario di una fessura a cielo sereno. Ben inteso che a cielo nebbioso questa deve restringersi di più; ma di questo pure si tien conto. Di questa tavola N° I. trovasi in fine un saggio che sarà continuato appresso.

Collo stesso rapportatore si rilevano anche le regioni delle facole, e i limiti delle zone polari delle medesime, che circoscrivono la regione granulata o marmorizzata del sole.

Questi risultati non sono ancora atti a darci una idea precisa del feno-

meno e della sua distribuzione sulla superficie solare, ma sono un preparativo indispensabile, fatto il quale il resto torna agevole.

I numeri così trovati servono a fare tre altre tavole per le quali è bene usare della carta rigata a centimetri. Benchè questa non sia indispensabile: ma supporrò che di essa si faccia uso come fo io, per esser più chiaro.

Preso un tal foglio di carta si scrivono in testa alle righe de' centimetri i numeri dei gradi di 10 in 10, talchè si hanno 36 colonne. Presa allora la lista N° I delle protuberanze di cui ho parlato, noto in ciascuna colonna una cifra che esprime l'altezza della protuberanza che si trova corrispondere a qualsiasi delle decine di gradi. Per es. a dì 23 aprile trovo a 65° una protuberanza alta 4^{mm}, segno la cifra 4 nella colonna del 60.; e via discorrendo. A questo modo è fatta la tavola II^a, de'cui risultati c'intratterremo fra poco.

Una simile costruzione in un altro foglio di carta si fa per le larghezze delle protuberanze: e diviso il foglio in 36 colonne si segna nella rispettiva colonna l'ampiezza in gradi della protuberanza trovata; se non chè, siccome non è raro che queste masse superino i 10 gradi, così in tal caso si dà a ciascuna decina la parte proporzionale della larghezza. Finalmente in una terza tavola si riporta l'estensione e posizione delle facole. (Non possiamo questa volta dare tutte queste tavole, ma le daremo in seguito). Qui a dir vero siamo in un terreno diverso, perchè in ciascun giorno le facole non sono quelle che appartengono alle protuberanze che si osservano, ma al lembo occidentale si vedono quelle che saranno all' orlo due o tre e anche 4 giorni appresso, e all'orientale si vedono quelle che vi furono altrettanti giorni prima.

La distanza massima delle facole all'orlo varia da $\frac{1}{4}$ a $\frac{1}{3}$ del semidiametro solare, ossia da 40 in 50 gradi di rotazione, ma col tempo tutte queste facole arrivano all'orlo, e la media finale è quale si avrebbe dalle osservazioni fatte all' orlo. Nelle facole non potendosi dare il grado preciso perchè occupano spesso delle aree sterminate, si segna il loro limite, p. es. se sono indicate da 60° a 75° si riporterà 10 nella colonna de'gradi del 60, e 5 in quella del 70. Così si ha un quadro in cui ad occhio è visibile la frequenza di queste facole nelle varie latitudini. È vero che vi sarebbe una correzione da fare per le facole più vicine al centro, poichè l'angolo di posizione è alterato ed esagerato più che se fossero al lembo. Ma più presso al centro di oltre un terzo del raggio sono rare assai, e le più vicine non le notiamo. Del resto il voler tener conto di tutto ciò, sarebbe un impegnarsi in un lavoro troppo grande, e perciò difficilmente possibile a continuarsi, onde per ora mi contento di questo, aspettando a fare di più se la cosa lo meriterà.

Tra le cose che ho scoperto in questo studio vi è l'esistenza del sole di vere zone polari in cui la luce è molto meno viva che nel resto nel disco, e sopratutto la sua granulazione o marmorizzatura è affatto nulla.

Nelle giornate serene il limite di queste zone è così netto e deciso che può segnarsi entro uno o due gradi, perchè ivi trovasi sovente una ben netta corona di facolette più vive. Devo la scoperta di queste zone al metodo già descritto delle osservazioni che si fanno per projezione sotto una cupola o cielo mobile tutto annerito, e la cui fenditura come dissi è guarnita di una tenda di fitto drappo di lana nera.

Nel disegno pertanto, noto con un segno convenzionale i limiti di questa zona polare al Nord e al Sud, e anche meglio ajutandomi di un vetro verde posto avanti all'oculare, e di qualche altra industria per vederle meglio nei tempi meno chiari.

Veniamo adesso ai risultati che ci dà la Tav. II.ª

Raccogliendo tutte le caselle in cui è notato un numero in questa tavola, si ottiene la linea orizzontale, segnata *Numero* e questa ci dà subito un bel risultato; essa ci mostra delle manifeste alternative di massimi e minimi. I numeri posti sotto ciascuna colonna sono stati raccolti nel quadro (A) e disposti secondo le rispettive latitudini de'due emisferi. Da questo quadro risulta:

QUADRO A.

RIASSUNTO DEL NUMERO DELLE PROTUBERANZE PER LATITUDINE ELIOGRAFICA

	da																		
	90	80	70	60	50	40	30	20	10	0	10	20	30	40	50	60	70	80	
	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	
	80	70	60	50	40	30	20	10	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	
	Em.° Nord									Em.° Sud									Lemb.
Rot. 1.ª	3	4	5	11	6	12	17	10	9	17	19	15	13	11	5	8	11	4	Or.
	7	8	6	11	7	8	14	11	8	19	17	13	10	11	2	9	9	8	Occ.
Rot. 2.ª	2	18	11	4	7	13	14	14	13	13	19	12	13	14	5	16	7	1	Or.
	4	14	7	7	7	15	13	12	13	15	16	18	8	11	4	8	11	8	Occ.
Somma	16	44	29	33	27	48	58	47	43	64	71	58	44	47	16	41	38	21	
	m_p	M_2	m_2				M_1		m_e	M_1					m_2	M_2		m_p	

1.° Che l'emisfero australe è più ricco di protuberanze del boreale nell'epoca attuale. Nell'australe si contano 400 protuberanze, e nel boreale solo 345.

2.° Che presso l'equatore tra 0° e 10° Nord è un minimo secondario numerato 43.

3.° Che alla latitudine Sud tra 10° e 20° è il massimo principale di tutti quotato 71.

4.° Che nell'emisfero Nord pure è un altro massimo principale fra 30° e e 40° di latitudine con numero 58.

5.° Dopo questi massimi segue un minimo secondario sensibile tra i 60° e 70° nell'emisfero Nord, e tra i 50° e i 60° i cui valori sono 29 e 16.

6.° Oltre questo minimo a 10 gradi più su si ha un altro massimo secondario ben deciso, che sta tra 70 e 80° nell'Emisfero N.; e tra 60 e 70.° nel Sud ed è quotato 44 al N., e 41 al Sud.

7.° Ai poli si ha un minimo assoluto. Questo minimo è meno apparente del vero nelle cifre, perchè quivi una stessa protuberanza rimane molto tempo visibile onde figura come se fossero molte: ogni protuberanza un pò alta è visibile per tutta la sua durata, onde viene notata consecutivamente per nuova, mentre all'equatore essa non può vedersi per più di tre giorni; ora la durata al polo essendo spesso superiore a 6 giorni, bisognerà dividere almeno per metà questi numeri; per cui il minimo polare risulterà assai minore, e invece di 16 e 21 potrà fissarsi a 8 e 10.

8.° Le altezze medie delle protuberanze presentano dei massimi e minimi analoghi ai precedenti del numero.

Le stesse vicende di massimi e minimi con poca diversità risultano dal quadro 2° della larghezza delle protuberanze, ove sono apparenti i massimi secondarii e primari agli stessi posti con poca diversità. Tav. III.

Abbiamo creduto di dover tenere separate le due rotazioni perchè meglio apparisse la costanza del fenomeno, il quale è nelle successive rotazioni alquanto mascherato dallo spostamento che accade col tempo nelle facole e nelle regioni di attività; e anche perchè sembra che i loro limiti non siano simmetrici col polo, come vedremo appresso.

Veniamo alle facole. Tav. IV.

Queste hanno un andamento diverso. Esse non presentano che due massimi fra i 20 e 30 di latitudine. Le piccole differenze svaniranno certo in avvenire col numero maggiore delle osservazioni, perchè apparisce manifesto che le facole vanno per gruppi come le macchie.

Il minimo equatoriale è ben pronunziato. Qui manca il massimo seconda-

rio delle protuberanze, ma invece vi è un altra cosa di molto maggiore importanza. Avendo riconosciuto che vi è una zona polare più scura, questa è stata segnata sempre in que'giorni in cui era ben distinta, e ciò prima di segnare il luogo del polo. Il limite di queste zone polari nel quadro fu indicato con un punto. Ora congiungendo con una linea continua questi punti si vide che essi descrivevano una sinusoide, di circa 50° di larghezza cioè quanta è la distanza de'due massimi secondarii. Dall'esame poi de'singoli giorni è manifesto che i due massimi secondarii sono coincidenti con il limite di queste zone, e che ivi sono sempre notate delle protuberanze estese, ma generalmente assai deboli, o non mai certamente sì vive come quelle delle zone equatoriali. Queste protuberanze però si sono vedute spesso a forma di corno incurvato verso l'equatore, come appunto sono le radiazioni della corona in questo sito. L' oscillazione evidente di queste zone fa vedere più cose : 1° che il valore assoluto di questi massimi è grandemente diminuito da questa perturbazione e che il residuo apparente non è che una piccola parte del vero suo valore. 2° che la callotta è evidentemente eccentrica all'asse di rotazione come nel pianeta Marte. 3° che questa rotazione sinodica al polo si compie in 27 ovvero 28 giorni.

Confesso che da una osservazione così vaga di sua natura come è questa non mi sarei aspettato tanta regolarità nell'andamento. Ben s'intende che qui la regolarità è relativa, poichè il limite di questa callotta può fissarsi appena a 2 o 3° di esattezza, e mi sono accorto che varia talora assai il suo limite, a cagione di certi promontorii o lingue che essa caccia dentro, il cui moto non è meno apparente.

I fatti finora esposti sono così aperti che ci spianano la via alla spiegazione di un fenomeno ben più importante, dico la forma della corona nelle Ecclissi che qui è luogo di analizzare un poco.

È noto che dal 1860 in poi tutte le fotografie della corona hanno dato il contorno di questa aureola come formato di fasci luminosi molto più brevi presso i poli, e più lunghi a posizioni intermedie di circa 45°, talchè formano una specie di figura quadrata. Quella del 1860 fatta sotto la mia direzione al *Desierto de las palmas*, fig. 1ª, mostra bene questa diversità e feci notare ciò fino dall'anno stesso in cui fu fatta; quella di Shelbyville, fig. 2ª, nel 1869 è maravigliosa per la sua nettezza e vivacità, e in ossa a colpo d'occhio risaltano quelle forme. Esse trovansi anche in quella del 1868 di Aden, e finalmente nell'ultima ottenuta dagli americani a Xeres di Spagna, fig. 4ª, confermano questa forma. Nè vi sono contrarie le figure di Lord Lindsay e

quella di Brothers fatta a Siracusa, fig. 3ª, tenendo a calcolo l'enorme eccentricità mostrata questa volta, la cui cagione probabilmente è un moto della macchina come appare da certi punti più lucenti, e in parte è reale dovuta a diversa intensità o al non essere stata colta nel mezzo dell'ecclisse.

Queste figure, mostrano de' massimi e minimi decisi che coincidono alle stesse regioni, onde basterà analizzare la migliore di esse, cioè quella fatta a Shelbyville. Essa ha un minimo a 17° E e 23 Ov. dal p. N. e a 13 Est e 30 Ov. dal polo Sud. Da questi punti cominciano masse vive una al NE che si estende da 20° a 67°, l'altra al S.E che và da 10° a 50° S. contando dall'Equatore, e dal lato occidentale vi è una massa quasi continua ma con una sensibile depressione presso l'Equatore. La fotografia di Xeres dal polo Sud a 30° Est e da esso a 35 Ovest ha la stessa depressione con un grande avvallamento a 35 dal polo S. Indi presso l' Equatore si trova una sensibile diminuzione di luce sui due lati Est e Ovest e presso al polo N. da 35° E. a 35° Ov. si ha un' altra depressione. Queste depressioni sono chiaramente visibili benchè la corona non entri tutta nel campo dello strumento, perchè questa si riconosce esser tagliata dal diaframma solo nelle regioni tropicali, ed è intera ai poli ove non raggiunge il diaframma. L'intensità poi è enormemente diversa nelle regioni polari ed equatoriali. L'altra fotografia di Brothers è complicata con una forte eccentricità, ma lascia vedere agli stessi posti le depressioni fortissime dette *rifts* dagli inglesi. Anzi queste forme risultano meglio in esse che nella americana.

Ciò posto è manifesto che questi massimi luminosi coincidono perfettamente coi massimi delle protuberanze, e che il massimo secondario di protuberanze è precisamente quello che limita le zone polari. Anzi l' andamento evidentemente curvilineo de' gètti luminosi di queste masse sembra indicare un qualche giro della corrente atmosferica, tanto bruscamente ivi si voltano i contorni in curva decisa. Il minimo equatoriale è ancora ben marcato, ma si vede che esso non è in coincidenza proprio coll' equatore, come anche vediamo nelle nostre protuberanze, e finalmente nè anche gli archi polari hanno il mezzo esatto nel polo come appunto si vede nelle nostre zone polari. Si potrebbe spingere anche più avanti l'analogia, ma sarebbe illusoria perchè in mezzo a tanta, variabilità tale coincidenza potrebbe essere accidentale in alcuni dettagli. Ma nella massa generale ciò non è ammissibile, perciò credo che i fatti da me rilevati ci diano una conferma che il globo solare non è cinto da una atmosfera egualmente alta e luminosa tutta all'intorno. Che essa per un arco di circa 50° è depressa ai poli, che per altri

60° sopra e sotto l'equatore è notabilmente rilevata, e questi massimi sono separati all'equatore da un minimo ben deciso. I massimi principali coincidono colla zona di attività che ci manifestano le macchie. Colla differenza però che mentre le manifestazioni oscure, cioè le macchie si limitano a circa 30° dall'equatore, le luminose, ossia le facole si estendono fino a 60°. Di più non è impossibile che la forza actinica e l'estensione di questa atmosfera sia diversa nelle varie parti in longitudine, rilevandosi tanto dalle protuberanze quanto dalle macchie che le regioni di attività occupano solo degli spazi limitati sulla superficie dell'astro, e perciò l'eccentricità della corona può esser reale, come le zone polari sono realmente eccentriche ai poli.

Un altro fatto importante si rileva dalle nostre osservazioni relativo alla rotazione solare. Il sig. Respighi avea già notato che alcune protuberanze mostravano una rotazione ai poli pari a quella dell' equatore. Gravi come dicemmo sono le difficoltà che si incontrano in questa determinazione, ma il tracciato delle nostre figure, ci fa vedere che siamo stati fortunati abbastanza per incontrarne un caso assai favorevole al polo Sud. Ivi abbiamo una protuberanza che è stata visibile dal 23 aprile al 16 maggio, e forse può tracciarsi anche fino ai 22, ove si tenga conto che essendo essa allora nella parte posteriore del suo circolo, ci appariva appena per un piccolo segmento del suo vertice. Ma costruendo graficamente la parte del periodo più sicuro, si trova che essa compie il suo giro sinodico in giorni 27.2, ossia in 25.3 il giro siderale. Valore identico con quello proprio dell'equatore.

Varie altre protuberanze sono state visibili per più giorni tanto al polo S. che al polo N. ma finora non si può nulla concludere da esse di preciso per la loro poca durata. È da sperare che altre durevoli se ne manifesteranno.

Mi si permetta di accennare di volo ad altre particolarità delle protuberanze. Si è cercato da distinti astronomi se le eruzioni solari potessero lanciare delle masse fuori del disco solare, talmente che giungesse la materia fino alla terra. Il sospetto non è tanto fuor di proposito quanto pare a prima vista. Infatti gli osservatori ci parlano di velocità osservate in questi getti di 400 a 500 chilometri, e fino a 800 chilometri per secondo: ora si può calcolare che per lanciare un corpo dalla massa solare in modo che se ne allontani per sempre basta una velocità di 610 chilometri per secondo, e se queste velocità fossero vere, non sarebbe impossibile che de'getti solari potessero raggiungere la terra e dare origine alle aurore boreali. Il problema è dunque degno di serio studio. Su di che dirò quello che sento.

1.° Tali velocità non sono concluse che da fenomeni molto difficili a mi-

surare, cioè dall'aumento di una protuberanza, o dall'inflessione di una riga spettrale. Occorrerebbero pertanto degli elementi più precisi.

2.° Non è ancora ben deciso se tutti i mutamenti luminosi siano vere projezioni di materia o semplici mutamenti di stato come sarebbero combustioni o scariche elettriche. Argomenti di gran peso sembrano stabilirli veri trasporti, ma in molti casi resta dubbio il loro valore.

3.° Data però anche tale velocità iniziale, devesi tener conto della resistenza del mezzo circostante. E infatti i getti che noi abbiamo osservati, li abbiamo sempre trovati o ricadere sul sole, o conformarsi in nube all'altezza di 4 in 5 diametri terrestri. I veri getti e filamenti vivi arrivano poco più sù. Ma attesa la fugacità di tali getti non può asserirsi che sia impossibile una maggiore celerità e forza di projezione.

4.° Arrivati i getti a conformarsi in nube cessa ogni trasporto notabile e restano sul posto quasi stazionarii, tutto al più diffondendosi, spandendosi e illanguidendosi fino a svanire. Il 26 p. Maggio alle 10^h vidi una nube sovrastante a 4 o 5 getti che era alta 14^{mm}, ossia $112''$, alle $11^h \frac{1}{2}$ essa era alzata fino a 24^{mm}, ossia $192''$, ed era affatto staccata dal disco e i getti cessati del tutto. All'$1 \frac{1}{4}$ non vi era più nulla.

Il vedere una tale diffusione in nube non è argomento che i getti straordinarii non possano uscire da quell'atmosfera, poichè chi potrà farsi garante che maggiori esplosioni non possano aver luogo? I fatti bene accertati ci danno già un fondamento per dire che ivi abbiano in attività delle forze dell'ordine necessario per tali emanazioni, e che non è impossibile che nei parosismi più energici si riesca dal sole a lanciare materie ad assai grande lontananza, le quali senza uscire dalla sua propria sfera arrivino però a delle distanze considerabili, quali sono quelle de'raggi osservati in certe ecclissi.

NB. Le tavole numeriche si daranno appresso: ora se ne dà un solo saggio.

TAVOLA I.

POSIZIONE, ALTEZZA, LARGHEZZA E CARATTERI DELLE PROTUBERANZE E DELLE FACOLE

POSIZIONE	ALT.	LAR.	CARATTERE E NOTE
23 Aprile			A 0h 50m fig. incompleta
65°	4	10°	nube lunga
93	10	2	getti
100	15	2	getto ripiegato
111	4	11	serie di nubi
135	3	10	crom. alta viva
165	9	2	getto vivo
189	6	8°	nube fiacca
234 a 242	5	8	getti e nubi
257	5	8	getti e nubi
279	4	5	getti e nubi piccole
290	5	10	getti e nubi
			Facole da 95 a 113
			230 a 257
			276 a 295
25 Aprile			A 0h 42m
37°	5	5°	getti
69	6	8	nubi e getti
91	15	1	getto vivo alto curvo
115	3	8	estensione di picc. elevaz. e nubi
126 a 135	3	20	estensione id.
163	5	5	nube conica
186	6	9	nube fiacca
201	5	10	nube fiacca
218 a 230	2	12	crom. a getti
251	8	5	nube e getti alti
267	3	4	getti vivi
278	5	4	getti e nubi
287	5	6	nubi e getti vivi
331	4	2	nube
			Facole da 57 a 74
			97 a 115
			201 a 232
			248 a 260
			279 a 296
26 Aprile			Da 10h 15m a 11h 20m ant.
54 a 71	2	17	crom. viva
93	12	1	nube getto fiacco alto curvato
107	5	2	getto vivo
112	5	3	getto e nube vive
119	3	1	piccolo getto
152	5	3	nube debole = al limite delle facole polari
170	5	6	nube fiacca
188	8	6	nube viva al polo
219	4	10	tre piccole nubi all'altro limite polare.
252 a 266	3	16	crom. viva
273	4	1	nube getto
280	4	1	getto
			Facole da 49 a 70
			97 a 106
			154 limite polare
			215 a 228 altro limite
			255 a 266
			290 a 306
27 Aprile			Dalle 8h 40m alle 9h 55m
6	6	5	nube viva
30	4	10	crom. alta viva
48 a 68	3	20	crom. a getti
90	4	2	crom. a getti e nube
98	8a10	6	getti v. alti che con un arco si cong. al seg.
103	6 a 8	5	getti e nubi, precede la macchia
118 a 130	3	12	crom. a getti vivi
157	3	10	crom. a getti vivi, limite fac.
164	8	1	piccoli getti d.
192	9	8	nube viva al polo
221	5	6	nube v. preced. da gettarelli al lim. d. fac. p
238 a 250	5	12	3 protuberanze equidistanti
263	4	10	getti e nubi vivi ma bassi
285	4	3	nube
293	10	2	getto alto, vivo assai
323	6	5	nube leggera
			Facole da 30 a 55
			100 a 120
			160 a 165
			212 a 222
			257 a 267
			290 a 297
			322 a 327
28 Aprile			Dalle 9h 35m alle 10h 40m fig. incompleta
93	6	2	getti, e nube congiunta alla seguente
96 a 107	10	11	getto vivo alto accanto alla macchia comparsa
194	8	8	nube a cumuli
			Facole da 56 a 66
			93 a 109
			183 a 190 polo
			217 a 220
			254 a 268
			290 a 308
29 Aprile			Dalle 8h 35m ant. alle 9h 30m
18	3	10	crom. alta presso facole
60	5	12	nube e getti seguitano bassi fino alla seg.
90	5	6	nubi leggere poco prima della macchia
105	10	4	bel getto e nubi dopo la macchia
138	5	10	nube bella lunga
190	8	9	nube al polo
224	5	4	nubi e getti
238	6	10	nubi e getti
251	10	8	nubi e getti prima della macchia
271	7	10	nubi e getti dopo la macchia; la m.ª è depressa
295	5	8	nubi e getti
328	4	12	nube debole
			Facole da 12 a 23
			53 a 71
			88 a 107
			134 a 147
			167 a 173
			190 a 193
			207 a 217
			239 a 266
			285 a 311

(Sarà continuata)

TAV. II. — ALTEZZE DELLE PROTUBERANZE — ROTAZIONE I.ª

Data	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200	210	220	230	240	250	260	270	280	290	300	310	320	330	340	350
Apr.																																				
23	—	—	—	—	—	—	4	—	—	10	15	4	—	3	—	—	9	—	6	—	—	—	—	5	5	5	—	4	—	5	—	—	—	—	—	—
—																																				
25	—	—	—	5	—	—	6	—	—	15	—	3	3	3	—	—	5	—	6	—	5	—	2	2	—	8	3	5	5	—	—	—	—	4	—	—
26	—	—	—	—	—	2	2	—	—	12	5	5	3	—	—	5	—	7	8	—	—	4	—	—	—	3	4	—	4	—	—	—	—	—	—	—
27	—	6	—	4	3	3	3	—	—	8	7	3	3	3	—	3	8	—	—	9	—	—	5	—	5	5	4	—	4	10	—	—	6	—	—	—
28	=	=	=	=	=	=	=	=	—	10	10	=	=	=	=	=	=	=	=	8	—	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=
29	—	—	3	—	—	—	5	—	—	5	10	—	—	5	—	—	—	—	—	8	—	—	5	6	—	10	—	7	—	5	—	—	4	—	—	—
30	—	3	3	3	3	—	12	—	—	3	3	6	—	5	5	3	—	2	—	—	5	—	—	—	—	12	7	—	—	3	—	—	3	—	—	—
Mag.																																				
1	—	—	—	—	—	3	4	5	7	—	3	5	—	—	—	—	—	3	—	5	—	—	6	6	—	3	7	—	—	4	—	—	—	—	—	—
2	—	—	—	—	—	—	5	4	—	—	—	6	4	4	—	—	—	—	8	9	4	—	3	3	3	8	10	—	4	—	—	—	—	—	10	10
3	—	—	—	—	—	—	15	—	—	—	8	—	—	—	5	—	—	—	6	—	5	—	—	—	—	—	8	—	—	—	4	—	5	—	5	—
4	—	—	—	—	—	—	10	—	—	4	4	5	5	—	—	—	5	—	5	—	—	—	3	—	4	10	4	—	—	8	6	12	3	3	3	—
5	3	3	3	—	—	10	—	—	—	7	—	15	12	8	—	5	—	—	3	—	—	—	—	10	—	—	8	3	3	3	5	—	—	5	—	—
6	—	5	—	5	5	8	—	10	—	3	13	—	14	—	—	4	—	5	—	4	—	—	—	—	16	—	5	—	—	3	3	3	—	—	8	—
7	—	—	—	4	—	—	10	10	3	3	3	3	4	6	—	—	5	—	—	—	4	—	—	—	12	—	—	—	—	—	—	4	4	—	—	12
—																																				
9	—	—	—	4	—	—	10	10	—	3	3	—	5	10	—	5	10	—	—	—	—	—	—	—	4	6	4	5	—	—	6	—	7	—	—	12
10	—	—	—	8	—	—	10	8	6	—	4	5	—	—	5	—	12	—	—	7	—	—	—	6	—	4	3	—	4	—	—	—	—	—	10	—
11	—	—	—	—	5	5	—	—	—	—	—	7	—	—	—	—	11	—	—	10	5	—	7	—	—	15	10	5	4	4	—	—	—	—	7	—
12	—	—	—	3	—	3	—	—	—	—	—	10	—	—	—	5	—	—	—	10	—	—	6	—	10	10	3	—	—	5	—	3	—	8	10	—
13	—	—	—	—	—	8	—	—	3	5	5	—	5	—	—	—	7	—	—	—	—	—	3	—	—	4	—	—	5	7	=	=	=	=	=	=
—																																				
15	10	—	—	—	—	5	10	—	18	3	3	12	—	10	—	5	5	—	—	—	8	—	—	3	10	3	3	—	5	10	5	—	—	—	—	—
16	—	—	—	3	—	3	3	8	12	3	3	—	12	—	3	—	4	—	—	—	—	5	—	—	—	—	—	—	5	—	—	11	—	—	—	—
—																																				
18	—	—	—	5	—	—	9	8	8	6	10	—	12	3	—	—	—	—	—	—	10	—	10	—	11	—	4	5	—	—	12	—	10	—	—	8
19	—	—	4	—	—	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	10	4	—	6	10	—	—	—	5	6	4	—	3	3
20	—	—	—	10	3	3	3	3	5	—	6	5	—	—	4	—	—	—	4	—	—	—	—	10	10	—	10	—	6	—	—	5	15	3	—	3
21	4	—	8	—	11	4	—	5	5	8	7	—	3	—	—	—	—	—	—	—	6	—	—	—	5	6	15	5	—	6	—	—	10	7	—	8
Num.	3	4	5	11	6	12	17	10	9	17	19	15	13	11	5	8	11	4	8	9	9	2	11	10	12	17	19	8	11	13	8	7	11	6	8	7

TAV. II. — ALTEZZE DELLE PROTUBERANZE — ROTAZIONE II.ª

Data	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200	210	220	230	240	250	260	270	280	290	300	310	320	330	340	350
Mag.																																				
22	—	—	5	10	—	7	—	—	12	—	10	8	—	3	—	—	3	—	8	—	—	—	5	—	8	—	—	3	3	4	6	—	13	6	—	5
23	8	5	10	—	10	—	—	6	6	4	—	4	—	5	4	4	—	—	5	—	—	11	—	—	—	4	—	—	—	10	—	12	—	24	—	—
24	—	10	10	—	—	12	8	—	6	—	12	8	—	6	—	6	4	—	—	—	—	—	5	6	—	5	5	5	10	—	—	—	—	5	—	6
25	—	10	8	—	5	—	—	8	—	—	6	—	—	7	—	12	—	—	—	—	—	4	5	10	4	6	4	—	10	—	10	—	10	—	8	—
26	—	5	7	—	—	—	4	8	—	—	10	8	4	—	—	—	14	—	4	—	—	6	4	—	—	10	8	—	—	—	5	—	—	—	—	8
27	—	—	12	—	—	—	—	6	10	—	8	—	—	4	—	5	—	—	—	6	—	—	6	—	10	—	6	—	—	8	—	—	—	4	10	—
28	—	—	12	—	—	3	3	3	—	15	5	—	—	10	—	8	—	—	—	—	7	—	—	—	—	5	6	—	—	5	—	—	4	—	5	—
29	—	12	—	—	—	—	3	—	10	4	4	4	—	9	—	—	—	—	—	10	—	—	8	—	3	3	3	10	6	—	—	7	—	—	—	—
30	—	15	—	—	3	3	4	—	—	6	8	—	5	—	—	—	—	—	7	—	—	6	—	—	—	5	6	6	5	5	—	5	5	—	—	—
31	—	—	15	—	—	7	—	6	—	—	10	—	—	—	4	—	—	—	—	—	12	—	5	—	4	—	—	5	—	—	5	—	—	—	—	—
Giug.																																				
1	—	—	12	—	5	8	—	—	—	—	10	—	8	—	—	—	—	—	6	6	—	—	—	8	5	—	3	—	—	—	10	—	—	4	—	—
2	—	—	11	—	—	22	10	—	—	13	13	13	18	—	—	6	—	—	—	8	—	—	6	8	6	10	—	9	9	—	10	—	—	—	8	—
3	—	18	—	20	—	—	4	—	—	15	9	—	15	—	—	6	—	—	—	8	—	—	—	8	—	—	—	5	—	—	3	—	—	—	8	—
4	—	12	—	—	—	—	8	6	—	12	—	13	13	7	—	7	—	—	—	10	—	—	—	—	7	—	5	—	—	—	5	4	10	—	—	—
5	—	18	—	—	—	10	—	4	—	—	5	—	—	—	—	6	—	—	5	—	—	—	—	—	10	12	15	8	6	—	—	—	10	—	7	—
6	—	8	—	—	—	10	4	8	—	6	8	—	—	5	12	6	—	—	—	7	—	—	—	—	—	6	—	8	6	12	—	13	—	—	—	—
=																																				
8	—	7	—	—	—	10	—	—	—	6	5	—	6	—	—	8	—	—	6	—	6	—	—	—	7	—	8	—	—	5	—	5	—	—	7	—
9	5	8	—	—	—	6	7	10	4	5	—	10	—	5	—	7	6	—	—	7	—	—	—	—	5	10	—	—	10	10	6	—	—	6	—	—
10	—	7	—	4	—	—	—	22	—	10	—	—	—	8	—	—	8	—	—	—	7	—	—	—	4	—	—	—	10	—	—	—	—	—	8	—
11	—	5	4	—	—	8	5	—	10	—	—	6	—	—	—	6	—	—	—	7	—	—	6	—	5	6	—	—	—	—	—	—	—	—	5	—
=																																				
13	—	7	—	—	5	—	—	—	6	—	8	—	5	—	—	—	6	—	5	—	5	—	5	10	8	10	5	6	—	8	7	4	—	5	—	—
14	—	5	—	—	4	—	—	5	6	—	5	—	5	—	—	—	—	8	—	—	7	—	—	8	7	6	10	5	—	9	12	—	5	—	7	—
15	—	6	—	8	—	—	7	7	8	—	5	5	6	6	—	12	—	—	—	—	8	—	—	—	10	—	—	10	—	6	8	—	—	—	5	—
16	—	8	—	—	—	7	—	5	6	8	—	12	5	8	4	—	6	—	—	8	—	—	—	10	6	8	10	—	—	—	9	—	—	—	9	—
17	—	—	—	—	—	—	5	—	7	9	—	—	6	8	5	11	—	—	—	—	9	—	8	—	—	6	15	—	7	8	7	—	—	—	10	—
18	—	—	—	—	5	—	10	—	5	—	6	8	5	—	—	7	—	—	—	10	—	—	—	—	5	—	—	10	6	4	5	—	—	—	9	4
Num.	2	18	11	4	7	13	14	14	13	13	19	12	13	14	5	16	7	1	8	11	8	4	11	8	18	16	15	13	12	13	15	7	7	7	14	4

SUI TERRENI AURIFERI DI CALIFORNIA ED AUSTRALIA.

NOTA

DI MONSIGNOR FRANCESCO NARDI

PARTE I. — CALIFORNIA.

A due punti distantissimi del globo, quasi alle due rive opposte del Pacifico, ma nei due diversi emisferi, si scoprì, or sono 23 anni gran copia di quel metallo, che più desiderano gli uomini. Le scoperte progredirono così rapide e copiose, che il celebre economista francese Chevalier, abbandonandosi ai voli della sua potente fantasia, già vedeva l'oro scadere, e farsi più vile, a segno da mutarsi affatto il rapporto del suo valore con quello dell'argento; vedea elevarsi fuor di misura i prezzi delle cose di cui l' uomo abbisogna; vedea i debitori privati, anzi quei gran debitori insolventi che sono gli Stati, pagar presto e facilmente le favolose somme dei loro debiti; vedea infine mutarsi il mondo, e quasi compiangea la sorte di chi avea oro in serbo. Il buon Chevalier sbagliava i suoi calcoli, e i fatti lo mostrarono; le due grandi scoperte rimasero sinora senza notevole effetto sull'economia generale e privata. Però non è da questo lato, che noi ce ne occuperemo, ma solo dal lato geografico e geologico. Lontani personalmente dal temere lo scadimento dell'oro, lontani ancor più dallo sperare che gli Stati vogliano mai pagare i loro debiti per quante Californie ed Australie si scoprano, noi lasciamo il campo economico e politico per occuparsi solo del fisico, e oggi soltanto rispetto alla California.

California, Stato dell'Unione americana, si stende per 10 gradi di lat., 10 felicissimi gradi dal 32° a 42°, e altrettanti di long. dal 37° al 47° O. da Washington (124°–134° O. da Greenwich), e comprende un area di 150,000 m. ingl. □. La sua popolazione, che nel 1850 era non più di 92,000, nel 1860 fu di 380,000, e nel 1870 passava i 600,000, cioè in 20 anni si è più che sestuplicata.

Principale sede dell'oro in California è la Sierra Nevada, che contermina quello Stato all'Est, dividendolo da quelli di Nevada, e dell'Oregon. Questa Sierra s'aggruppa più fitta e più alta a Nord tra il 38° e 40°, salendo sino a 14,000'. Da lei si dirama a N. O. una Sierra secondaria, la Coast-range, che rasenta il Pacifico. Minori alture e poggi scendono dovunque dalla gran Sierra;

nei poggi dominano sopratutto gli schisti, sopra i quali stanno i quarzi auriferi, talora sotto forma di bianchi graniti quarziferi. I ricchi quarzi giacciono più spesso, negli strati del Trias e del Jura. Tutta la regione aurifera si stende da 500 m. di lungo, da 30 a 40 di largo, salendo sino alle massime alture, ma mostrandosi più copiosa nei poggi secondarii, che non s'alzano oltre 4000′ o 5000′. Poderosi fiumi scendono dai fianchi della Sierra e dei poggi, o piuttosto gli squarciano. Massimi tra i fiumi sono il Sacramento, e il S. Joaquim, poi il Klamath. Larga rete di tributarii mettono sopratutto ai due primi Nelle viscere dei monti, nelle sabbie di quei fiumi, e più ancora dei tributarii, come del José, del Carson, e dello Stanislaus s'incontra l'oro; ne'monti in vene, lungo i fiumi, in sabbie. Dalle vene si trae coi soliti scavi e forature; dalle arene colla lavatura e crivellatura. Opere idrauliche s'associano ai primi e ai secondi lavori, e le rapide e scoscese falde della Sierra, e dei monti minori, danno un prezioso ajuto all'industria aurifera colle frequenti cadute delle acque. La loro forza motrice anima molini, pistoni, stantuffi, ruote ed altri ingegni; la forza segregatrice opera la lavatura. Il mercurio, del quale abbonda egualmente quella terra fortunata e ricca di quasi tutti i metalli, compie la separazione dell'oro, e il fuoco dei forni, sublimando e separando i sulfuri, dà per altra via lo stesso risultato.

Ecco le ragioni che diedero a California sì ricco prodotto.

La prima scoperta dell'oro in California avvenne il 19 gennaro 1848. Cinque mesi dopo, la repubblica del Messico cedeva la California agli Stati Uniti, e quel che è più singolare, nell'atto di cessione non v'era cenno della grande scoperta. Solo più tardi, nel corso di quell'anno triste e famoso, in cui Italia ed Europa tutta erano agitate da terribili moti, la novella della scoperta si diffuse in tutta Europa, nella China, in Australia, nelle Isole Sandwich, e nell'America centrale. Legni carichi di passeggieri da ogni parte del mondo dirizzarono le prore verso S. Francisco, e un anno dopo, nel mese di giugno 1849, 200 bastimenti di grande portata ancoravano in quella vasta e bellissima baja. Appena calata l'ancora, tutti, officiali, marinari, e passeggieri, correano alle miniere, lasciando i loro legni in custodia della Provvidenza. A bordo non rimaneva anima viva. L'*auri sacra fames*, che allora fu detta scherzosamente *febbre gialla*, fervea nelle vene degli abitanti dei due continenti. Le miniere di Coloma furono le prime, ma poi le vallate dei fiumi, Sacramento, S. Joaquin, José, Klamath, Salmon, infine tutte le falde N. O. della Sierra nevada aprirono sempre nuovi letti auriferi.

Il prodotto crebbe rapidamente; nel 1848 fu di 50 millioni di franchi, nel 1849 di 200, nel 1850 di 250, nel 1851 di 275, nel 1852 di 300, nel 1853 di 325, poi decrebbe alquanto, e nel 1867 non fu più che di 125. Tutto insieme ne'20 anni dal 1848 a tutto il 1867 diede circa 4 milliardi e mezzo di franchi, che è a dire circa 4500 millioni, somma che una volta ci parea favolosa, ma colla quale ora ci siamo familiarizzati.

Sono questi i numeri officiali datici nella bell'opera del sig. Cronise: *Natural wealth of California,* ossia *Ricchezza naturale di California*, stampata a S. Francisco sulla fine del 1868.

Già dall'enorme prodotto è facile intendere, che il ritrovamento del metallo non dovea esser difficile. Se si fossero sempre dovuti frangere duri massi del quarzo aurifero, svelti dalla miniera a colpi di piccone, mai si sarebbero raggiunte quelle somme in così breve tempo. Invero l'oro californese si trovava allora più spesso nelle sabbie dei fiumi, che scendono dalla Sierra Nevada, e sulla spiaggia dell' oceano. Gli annui inondamenti dei fiumi, quasi tutti disarginati, e l'azione della marea sulle sabbie del lido, rinnovava quei letti auriferi, rimutando direi quasi le sabbie, poichè col trasportare o ricoprire quelle che già erano state spogliate del metallo, ne scopria o ne portava di recenti, tra le quali già brillava di nuovo l' ambito giallore. Così, a scegliere alcun esempio, accadde lunghesso il fiume Klamath. Nasce questo da una serie di laghi sui confini dell'Oregon colla California; serpeggia nelle Contee (distretti) di Siskiyon, del Norte, e di quella a cui diè nome, poi mette nell'Oceano con una foce impedita da un gran banco. Questo banco torna anch'esso profittevole ai raccoglitori dell'oro, poichè trattiene e ritarda lo scolo delle piene, le quali ributtate dal banco, e dalla marea salirono talora, come p. e. nel 1862, sino a 120' sul livello ordinario, deponendo di nuovo altri letti auriferi strappati alle coste della Sierra Nevada col lento lavoro della corrosione, o raccolti, smossi, e trasportati per via. A 15 sole miglia Sud della foce del Klamath abbiamo il *Gold Cluff*, italianamente *scoglio* o *capo d'oro*. È una specie di promontorio, o collina di sabbia, che s'avanza in mare della quale l'onde del Pacifico vanno battendo e sfranando i fianchi, aprendoli quasi successivamente alle avide ceste dei minatori, che s' empiono subito di quella rena entro la quale già luccicano grani di finissimo oro. Simili a quelle della Contea di Klamath, sono le miniere, o a dir meglio, le sabbie aurifere della vicina Contea del Norte. Qui però talvolta le arene aurifere sono coperte da un letto di sabbia nerastra, o di terreno vegetale. Rimosso questo, i minatori si mettono all'opera assai facile e lucrosa. Invece

assai più dura è quella che vogliono gli strati profondi nelle regioni più alte della Sierra Nevada. Ivi non facili arene, ma lungo e penoso lavoro di scavo, però anch'esso profittevole, e spesso più durevolmente. Poichè il raccoglitore delle sabbie aurifere lunghesso le rive dei fiumi, o le spiagge del mare, o al piede delle colline, od anche nei burroni che interrompono e dividono le alture ondeggianti, ha un lavoro spedito, ed anche lucroso, ma raramente duraturo, poichè presto le sabbie isteriliscono, e spogliansi del metallo. Invece le vene dei quarzi sono di solito continue e perenni. Queste vene, e i massi che le chiudono, stendonsi largamente nella Sierra Nevada, e si mostrano più copiosi nelle Contee (distretti) di Calaveras, Amador, El Dorado, Placer, Nevada, Sierra, e Plumas. La massima vena di quarzo aurifero che abbia California traversa la parte centrale di Calaveras, e spicca sopra tutto a Carson-Hill, Albany-Hill, e Angeles. Il solo Carson-Hill diè sei millioni di dollari (31 di franchi) in oro. Il metallo però è distribuito così irregolarmente da rendere il lavoro e il profitto affatto incerto, spesso prodigiosamente ricco, talora povero o niuno, come del resto sono generalmente le condizioni delle vene californesi. Sopra le ampie miniere sia sotterranee e di scavo, sia superficiali e idrauliche di Calaveras si diffondono largamente a N. E. depositi vulcanici, e roccie calcari, profondamente corrose verso Est, cioè verso le falde della Sierra.

Presso il fiume Stanislaus tributario del gran fiume Joaquim, non lungi da Murphy, questi letti vulcanici, e calcari hanno sino a 500 piedi di spessore, e si seguono in quest'ordine; sotto v'hanno lave basaltiche, sopra, strati di sabbia, creta e ceneri vulcaniche, che contengono massi di quarzo aurifero.

La stessa zona aurifera passa per la Contea di Amador, che sta a Nord, ma in Amador la zona è assai più angusta che in Calaveras, nè si stende oltre 12 miglia di largo. La formazione geologica è poco diversa, cioè creta traversata da quarzi auriferi.

Progredendo sempre verso Nord, e sempre costeggiando la falda californese di Sierra Nevada, entrasi nella Contea Eldorado, che veramente non demerita il suo nome. Qui le roccie vulcaniche, prive di metallo, sono più anguste, mentre la zona di roccie aurifere occupa un gran tratto, e si stende per oltre 30 miglia di largo, tagliando ad angoli retti ampii tratti di schisti, simili alle nostre lavagne. Alcuni di questi appartengono all'età triassica, trovandovisi traccie degli stessi fossili, che indubbiamente sono di quell'età, e che si mostrano affatto evidenti e spessi nel vicino Stato di Nevada all'opposta falda della medesima Sierra.

Nel distretto Placer che segue a Nord, troviamo maggior ampiezza e spessore di depositi vulcanici, che coprono i quarzi e schisti auriferi, onde qui è tutto lavoro penoso, e costoso di scavi, e di gallerie. Assai più ricco invece è il seguente distretto Nevada, dove Grass-Valley è giustamente celebratd, come la principale miniera di quarzo aurifero di tutta California. Le vene, benchè non larghe, sono generalmente ricche, e la copia compensa l'ampiezza. Anzi precisamente le più ricche vene sogliono essere le più strette, e quelle di un solo piede, o 18 pollici di largo diedero stupendi prodotti. Sono in generale estremamente mineralizzate, e portano traccie non dubbie di essersi formate per l'azione delle acque. Abbondano di solfuri di ferro, di rame, di piombo, e talora di zinco, con piriti arsenicali. L'oro quando è associato con questi sulfuri, quando s' incontra in belli massi cristallini di puro quarzo, distribuiti anche qui affatto irregolarmente nelle vene, quando ricchissimo, quando scarso e manchevole. La vena più produttiva fu quella dei colli detti di Massachussett, e Goldhill dove 70,000 tonnellate di materiale diedero 80 dollari per tonnellata, e quindi 5,600,000 dollari d'oro. Dai sulfuri si trae sino il 90 per $^0/_0$.

Il distretto di Sierra, che segue a Nord, sta sulle più alte falde della catena di Sierra Nevada, da cui ha nome. Anche questo è paese ricchissimo d'oro. Gli schisti auriferi stanno quando scoperti, quando sotto conglomerati di breccie vulcaniche. Anche sui punti più alti, come quello di Sierra-Buttes, 8000' sul livello del mare, s'incontrano vene che hanno da 6' a 30' di largo. Tutto il distretto è quasi intieramente coperto di roccie vulcaniche, e traversato da fiumi e torrenti, che scendendo impetuosi dalle alture, corrodono i quarzi, e portano con sè il metallo.

E ciò vale generalmente anche del distretto più settentrionale di Plumas, dove i quarzi e schisti auriferi stanno ampiamente scoperti sopra tutto nella parte centrale. I fossili triassici e jurassici anche qui come altrove, dominano tanto largamente, da indurre i geologi californesi Whitney e Blake, autorità ben competenti, a credere che la massima parte delle roccie aurifere di California, trovisi in istrati metamorfi dell'età del Trias e del Jura. Questa teoria venne accolta dall'accademia delle scienze di California nel 1864, e se si conferma, rovescierà l'ipotesi prima universalmente ammessa, doversi le roccie aurifere californesi attribuire tutte all'epoche siluriane e paleozoiche. E crediamo si confermi, perchè anche le più recenti ricerche fatte in questa regione, e in quella di Mariposa, le sono favorevoli, così che ora prevale, anche praticamente in California il principio, che i quarzi auriferi non s'incontrino in quan-

tità tale da compensare le enormi spese, se il terreno non appartenga all'età del Trias o del Jura.

Il prodotto complessivo, come notammo, diminuì negli ultimi anni, e ora cede di molto a quello d'Australia, di cui avrò l'onore di trattenervi prossimamente, ma continua sempre notevole, e si scoprono sovente nuovi letti o vene, tanto che vi fu chi disse tutto il terreno californese essere più o meno aurifero. Poi non è solo il terreno, e l'oro che fanno ricca la California.

Forse in nessun paese della terra è più operoso l'ingegno e la mano dell'uomo, più feconda l'industria, più fervido e fiorente il commercio. Qui mette capo la grande strada ferrata tra i due Oceani, e un immenso e ottimo porto, ch'è il principale di America sul Pacifico, già accoglie centinaia di navi de'tre continenti. Questa è la via diretta al Giappone e alla Cina, ed ora anche la più corta da quei paesi ad Europa. Le viscere del terreno rinchiudono non solo in gran copia l'oro, ma quasi ogni altro metallo, e sulla sua superficie si stende largamente un suolo fertilissimo coperto da una vegetazione lussureggiante, innaffiato da gran corsi d'acque, e posto sotto le latitudini d'Italia. Ben può aspettarsi il fortunato paese ogni più lieto avvenire, che di cuore gli desideriamo.

RICERCHE ANALITICHE SULL'INTERSEZIONE DI UN ELLISSOIDE CON UN CILINDRO ELLITICO (*)

DEL PROF. BARNABA TORTOLINI

1° Siano a, b, c i semiassi principali di un'ellissoide : la sua equazione con l'origine al centro sarà

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1.$$

Trasportiamo l'origine al vertice dell'asse $2c$, il che ci farà sostituire $c + z$ in luogo di z, e si avrà egualmente

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{2\,cz - z^2}{c^2}.$$

Immaginiamo ora un cilindro ellittico di semiassi A, B, e che abbia il medesimo asse delle z, la sua equazione si ridurrà all'equazione della base ellittica, vale a dire

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1.$$

La coesistenza di queste due equazioni rappresentano l'intersezione delle due superficie, che si ridurrà evidentemente ad una curva a doppia curvatura chiusa, e delineata tanto nella superficie dell'ellissoide, quanto nella superficie del cilindro ellittico. Risolviamo la prima delle equazioni rapporto alla z, si ha

$$z = c \pm \frac{c}{ab}\sqrt{(a^2b^2 - b^2x^2 - a^2y^2)}.$$

Il doppio segno indica, che dupla è l'intersezione, e ciascuna si trova ad egual distanza dal centro computata sull'asse $2c$. Volendo adoprare per l'ellisse base del cilindro la consueta sostituzione circolare

$$x = A\cos\theta\,, \qquad y = B\,\mathrm{sen}\,\theta$$

si otterrebbe per la terza coordinata

(*) Questo scritto compilato da lungo tempo, è relativo ad altra Memoria pubblicata nel tomo V° degli *Annali di matematica pura ed applicata*. Roma 1863, che ha per titolo: *Sopra la curvatura di alcune di alcune linee prodotte dall'intersezione di due superficie del second'ordine.*

$$z = c \pm \frac{c}{ab} \sqrt{(a^2b^2 - A^2b^2 \cos^2\theta - B^2a^2 \operatorname{sen}^2\theta)}.$$

In questa guisa si hanno i valori delle tre coordinate x, y, z per un punto qualunque della nuova curva.

2.° Un'arco s della stessa curva a partir da un punto fisso, e corrispondente al punto (x, y, z) verrà dato dalla consueta espressione differenziale

$$ds = \sqrt{(dx^2 + dy^2 + dz^2)}.$$

Differenziando rispetto alla variabile angolare θ i valori di x, y, z, si avrà

$$dx = -A \operatorname{sen} \theta \, d\theta, \qquad dy = B \cos \theta \, d\theta$$

$$dz = \pm \frac{c}{ab} \frac{(A^2b^2 - B^2a^2) \operatorname{sen} \theta \cos \theta \, d\theta}{\sqrt{(a^2b^2 - A^2b^2 \cos^2\theta - B^2a^2 \operatorname{sen}^2\theta)}}$$

d'onde per il valore di ds, si ottiene

$$ds = \frac{d\theta}{ab} \frac{\sqrt{(L + M \operatorname{sen}^2\theta + N \operatorname{sen}^4\theta)}}{\sqrt{[a^2b^2 - A^2b^2 + (A^2b^2 - B^2a^2)\operatorname{sen}^2\theta]}}$$

ed ove per L, M, N, si ha

$$L = a^2b^2A^2(a^2b^2 - A^2b^2)$$

$$M = a^2b^2 \left[(A^2 - B^2)(a^2b^2 - A^2b^2) + A^2(A^2b^2 - B^2a^2) \right] + c^2(A^2b^2 - B^2a^2)^2$$

$$N = (A^2b^2 - B^2a^2) \left[a^2b^2(A^2 - B^2) - c^2(A^2b^2 - B^2a^2) \right].$$

L'integrale del secondo membro porge il valore dell'arco s di questa curva, e non è riducibile ai trascendenti ellittici. Questa riduzione potrebbe eseguirsi solamente in qualche caso particolare: così supponendo $N = 0$, ed annullando dei due fattori il secondo, si avrebbe la condizione fra i semiassi a, b, c, ed A, B

$$a^2b^2(A^2 - B^2) - c^2(A^2b^2 - B^2a^2) = 0$$

per cui supposto $A > B$, ed $Ab > Ba$, o viceversa si otterrebbe un valore reale pel semiasse c.

3.° Intraprendiamo delle indagini sulla quadratura di questa curva, il che si ridurrà a cercare quella porzione di superficie ellissoidica compresa fra il vertice del semiasse c, ed il perimetro della curva. Per la quadratura di una superficie curva si ha la formola generale

$$S = \iint dx \, dy \sqrt{\left[1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dy}\right)^2\right]}.$$

Ripreso il valore di z espresso per x, y, per le derivate parziali si trae

$$\frac{dz}{dx} = \pm \frac{cb^2x}{ab\sqrt{(a^2b^2 - b^2x^2 - a^2y^2)}} \quad , \quad \frac{dz}{dy} = \pm \frac{ca^2y}{ab\sqrt{(a^2b^2 - b^2x^2 - a^2y^2)}}$$

d'onde si ottiene per l'integrale

$$S = \frac{1}{ab}\iint dx\, dy\, \frac{\sqrt{[a^4b^4 + b^4(c^2 - a^2)x^2 + a^4(c^2 - b^2)y^2]}}{\sqrt{(a^2b^2 - b^2x^2 - a^2y^2)}}.$$

Per poter eseguire una prima integrazione ai valori di x, y dati pel cilindro ellittico

$$x = A \cos\theta \,, \qquad y = B \operatorname{sen}\theta$$

converrà associare una nuova variabile ρ compresa fra i limiti $\rho = 0$, $\rho = 1$, in guisa da prendere

$$x = \rho A \cos\theta \,, \qquad y = \rho B \operatorname{sen}\theta$$

allora indicando con x', y' le derivate rispetto a ρ, e con x_1, y_1 le derivate rispetto a θ, ed all'elemento $dx\, dy$ si sostituirà il nuovo elemento

$$(x'y_1 - x_1y')\, d\rho\, d\theta.$$

Ora abbiamo

$$x' = A \cos\theta \,, \quad y_1 = \rho B \cos\theta \,, \quad x_1 = -\rho A \operatorname{sen}\theta \,, \quad y' = B \operatorname{sen}\theta$$

d'onde

$$x'y_1 - x_1y' = \rho AB$$

e si avrà il nuovo integrale

$$S = \frac{AB}{ab}\iint \rho\, d\rho\, d\theta\, \frac{\sqrt{[a^4b^4 + [b^4(c^2 - a^2)A^2\cos^2\theta + a^4(c^2 - b^2)B^2 \operatorname{sen}^2\theta]\rho^2]}}{\sqrt{(a^2b^2 - b^2\rho^2A^2\cos^2\theta - a^2\rho^2B^2\operatorname{sen}^2\theta)}}.$$

Una prima integrazione rispetto a θ si potrà sempre eseguire o per logaritmi, o per archi di circolo: e ponendo $\rho^2 = u$, esso prende la forma

$$S = \frac{AB}{2ab}\iint du\, d\theta \frac{\sqrt{(M + Nu)}}{\sqrt{(M_1 + N_1u)}}$$

ed ove per brevità

$$M = a^4b^4 \,, \qquad N = b^4(c^2 - a^2)A^2\cos^2\theta + a^4(c^2 - b^2)B^2\operatorname{sen}^2\theta$$

$$M_1 = a^2b^2 \,, \qquad N_1 = -(b^2A^2\cos^2\theta + a^2B^2\operatorname{sen}^2\theta).$$

L'integrazione rispetto a ρ, od u si dovrà fare fra i limiti $u = 0$, $u = 1$, ed in appresso per θ fra i limiti $\theta = 0$, $\theta = \frac{1}{2}\pi$ per la quarta parte della superficie.

4° Per l'integrazione rispetto ad u poniamo adunque

$$V = \int du \frac{\sqrt{(M + Nu)}}{\sqrt{(M_1 + N_1 u)}}$$

esso si decomporrà negli integrali

$$V = M \int \frac{du}{\sqrt{[(M + Nu)(M_1 + N_1 u)]}} + N \int \frac{u du}{\sqrt{[(M + Nu)(M_1 + N_1 u)]}}.$$

Di più se per il prodotto dei due fattori pongasi

$$\alpha = MM_1 \ , \qquad \beta = M_1 N + MN_1 \ , \qquad \gamma = NN_1$$

si ha dalla riduzione degli integrali

$$\int \frac{u du}{\sqrt{(\alpha + \beta u + \gamma u^2)}} = \frac{\sqrt{(\alpha + \beta u + \gamma u^2)}}{\gamma} - \frac{\beta}{2\gamma} \int \frac{du}{\sqrt{(\alpha + \beta u + \gamma u^2)}}.$$

Di qui posto per brevità $U = \alpha + \beta u + \gamma u^2$, si ha

$$V = M \int \frac{du}{\sqrt{U}} + \frac{\sqrt{U}}{N_1} + \frac{(M_1 N + MN_1)}{2N_1} \int \frac{du}{\sqrt{U}}$$

ovvero

$$V = \frac{\sqrt{U}}{N_1} + \frac{(MN_1 - M_1 N)}{2N_1} \int \frac{du}{\sqrt{U}}.$$

Ora per l'integrale del secondo membro si ha

$$\int \frac{du}{\sqrt{U}} = \frac{1}{\sqrt{-\gamma}} \text{Arc.tang} \frac{-2\gamma u - \beta}{2\sqrt{-\gamma} \cdot \sqrt{U}}$$

od anche

$$\int \frac{du}{\sqrt{(\alpha + \beta u + \gamma u^2)}} = -\frac{1}{\sqrt{-\gamma}} \text{Arc. tang} \left(\frac{2\gamma u + \beta}{2\sqrt{-\gamma} \cdot \sqrt{(\alpha + \beta u + \gamma u^2)}} \right)$$

Avremo adunque

$$V = \frac{\sqrt{(\alpha + \beta u + \gamma u^2)}}{N_1} - \frac{(MN_1 - M_1 N)}{2N_1 \sqrt{(-NN_1)}} \text{Arc.tang} \left(\frac{2\gamma u + \beta}{2\sqrt{(-NN_1)} \sqrt{(\alpha + \beta u + \gamma u^2)}} \right).$$

Facciamo successivamente $u = 1$, $u = 0$, e si chiamino V_1 , V_0 i respettivi valori di V, si avrà

$$V_1 = \frac{\sqrt{(\alpha + \beta + \gamma)}}{N_1} - \frac{(MN_1 - M_1 N)}{2N_1 \sqrt{(-NN_1)}} \text{Arc. tang} \left(\frac{2\gamma + \beta}{2\sqrt{(-NN_1)} \sqrt{(\alpha + \beta + \gamma)}} \right)$$

$$V_0 = \frac{\sqrt{\alpha}}{N_1} - \frac{(MN_1 - M_1 N)}{2N_1 \sqrt{(-NN_1)}} \text{Arc. tang} \left(\frac{\beta}{2\sqrt{(-NN_1)} \sqrt{\alpha}} \right).$$

Sostituiamo nuovamente i valori di α, β, γ con avvertire che

$$\alpha + \beta + \gamma = (M + N)(M_1 + N_1),$$

e si faccia la differenza dei valori di V_1, e V_0 otterremo l'integrale definito V compreso fra i limiti $u = 0$, $u = 1$, vale a dire

$$V = \frac{\sqrt{[(M + N)(M_1 + N_1)]}}{N_1} - \frac{\sqrt{(MM_1)}}{N_1}$$

$$+ \frac{(MN_1 - M_1N)}{2N_1\sqrt{(-NN_1)}} \text{Arc. tang.} \left(\frac{M_1N + MN_1}{2\sqrt{(MM_1)}\sqrt{(-NN_1)}}\right)$$

$$- \frac{(MN_1 - M_1N)}{2N_1\sqrt{(-NN_1)}} \text{Arc. tang} \left(\frac{M_1N + MN_1 + 2NN_1}{2\sqrt{[(M + N)(M_1 + N_1)]}.\sqrt{(-NN_1)}}\right).$$

Per la sostituzione poi dei valori di M, N, M_1, N_1 si riduce la V ad una funzione dell'angolo θ, per cui il valore della superficie S viene riportato ad un integrale definito semplice, cioè

$$S = \frac{AB}{ab}\int V\, d\theta$$

e per l'intera superficie

$$S = \frac{4AB}{ab}\int_0^{\frac{1}{2}\pi} V\, d\theta.$$

Il nuovo integrale definito si ridurrà a calcolare quattro altri integrali definiti, come si scorge dal valore di V, e tre solamente dipenderanno dai trascendenti ellittici.

5° Prepariamo nelle differenti loro composizioni i valori di M, N, M_1, N_1, si avrà primieramente

$$M + N = b^4\left[a^4 + (c^2 - a^2)A^2\right]\cos^2\theta + a^4\left[b^4 + (c^2 - b^2)B^2\right]\text{sen}^2\theta$$

$$M_1 + N_1 = b^2(a^2 - A^2)\cos^2\theta + a^2(b^2 - B^2)\text{sen}^2\theta$$

$$MN_1 + M_1N = -a^2b^2\left[b^4(a^2 + c^2)A^2\cos^2\theta + a^4(b^2 + c^2)B^2\text{sen}^2\theta\right]$$

$$MN_1 \mp M_1N = a^2b^2\left[b^4(c^2 - 2a^2)A^2\cos^2\theta + a^4(c^2 - 2b^2)B^2\text{sen}^2\theta\right].$$

In essi pongasi per brevità

$$\alpha^2 = b^4\left[a^4 + (c^2 - a^2)A^2\right], \qquad \beta^2 = a^4\left[b^4 + (c^2 - b^2)B^2\right]$$

$$\alpha_1^2 = b^2(a^2 - A^2), \qquad \beta_1^2 = a^2(b^2 - B^2)$$

$$p^2 = b^4(a^2 + c^2)A^2, \qquad q^2 = a^4(b^2 + c^2)B^2$$

$$p_1^2 = b^4(c^2 - 2a^2)A^2, \qquad q_1^2 = a^4(c^2 - 2b^2)B^2$$

avremo per i medesimi

$$M + N = \alpha^2\cos^2\theta + \beta^2\operatorname{sen}^2\theta\,, \quad M_1 + N_1 = \alpha_1^2\cos^2\theta + \beta_1^2\operatorname{sen}^2\theta$$
$$MN_1 - M_1N = -a^2b^2(p^2\cos^2\theta + q^2\operatorname{sen}^2\theta)$$
$$MN_1 + M_1N = a^2b^2(p_1^2\cos^2\theta + q_1^2\operatorname{sen}^2\theta).$$

Di più per il valore di N potremo ancora fare

$$a_1^2 = a^4(c^2 - b^2)\,, \qquad b_1^2 = b^4(c^2 - a^2)$$

onde sia

$$N = b_1^2A^2\cos^2\theta + a_1^2B^2\operatorname{sen}^2\theta\,, \qquad N_1 = -(b^2A^2\cos^2\theta + a^2B^2\operatorname{sen}^2\theta)$$

e quindi

$$NN_1 = -(b_1^2A^2\cos^2\theta + a_1^2B^2\operatorname{sen}^2\theta)(b^2A^2\cos^2\theta + a^2B^2\operatorname{sen}^2\theta).$$

Ciò posto se facciasi

$$G = \frac{\sqrt{[(M+N)(M_1+N_1)]}}{N_1}\,, \qquad H = \frac{\sqrt{(MM_1)}}{N_1}$$
$$L = \frac{MN_1 - M_1N}{2N_1\sqrt{(-NN_1)}}\,\text{Arc. tang}\left(\frac{M_1N + MN_1}{2\sqrt{(MM_1)}\sqrt{(-NN_1)}}\right)$$
$$K = \frac{MN_1 - M_1N}{2N_1\sqrt{(-NN_1)}}\,\text{Arc. tang}\left(\frac{M_1N + MN_1 + 2NN_1}{2\sqrt{[(M+N)(M_1+N_1)]}.\sqrt{(-NN_1)}}\right)$$

per integrare $Vd\theta$, avremo da fare la somma degli integrali

$$\int V\,d\theta = \int G\,d\theta + \int H\,d\theta + \int L\,d\theta - \int K\,d\theta$$

ed ora ciascuna integrazione si dovrà eseguire fra i limiti $\theta = 0$, $\theta = \frac{1}{2}\pi$. Il secondo degli integrali è assai facile: infatti avvertendo essere $MM^1 = a^6b^6$, avremo

$$\int H\,d\theta = -a^3b^3\int\frac{d\theta}{b^2A^2\cos^2\theta + a^2B^2\operatorname{sen}^2\theta}$$

e presi i limiti $\pi = 0$, $\pi = \frac{1}{2}$ porge

$$\int_0^{\frac{1}{2}\pi} H\,d\theta = -a^3b^3\cdot\frac{1}{ab\,AB}\cdot\frac{\pi}{2} = -\frac{a^2b^2}{AB}\cdot\frac{\pi}{2}$$

ed è il solo degli integrali esprimibile in termini algebrici.

6° Venendo all'integrazione del primo termine, cioè

$$\int G\,d\theta = -\int\frac{d\theta\sqrt{(\alpha^2\cos^2\theta + \beta^2\operatorname{sen}^2\theta)}.\sqrt{(\alpha_1^2\cos^2\theta + \beta_1^2\operatorname{sen}^2\theta)}}{b^2A^2\cos^2\theta + a^2B^2\operatorname{sen}^2\theta}$$

pongasi

$$\text{tang.}\theta = m\,\text{tang.}\varphi$$

ed ove m è un'indeterminata, si avrà

$$d\theta = \frac{m\, d\varphi}{\cos^2\varphi + m^2 \operatorname{sen}^2\varphi}, \quad \cos^2\theta = \frac{\cos^2\varphi}{\cos^2\varphi + m^2 \operatorname{sen}^2\varphi}, \quad \operatorname{sen}^2\theta = \frac{m^2 \operatorname{sen}^2\varphi}{\cos^2\varphi + m^2 \operatorname{sen}^2\varphi}$$

d'onde per la sostituzione

$$\int G\, d\theta = -\int \frac{m\, d\varphi \sqrt{(\alpha^2 \cos^2\varphi + \beta^2 m^2 \operatorname{sen}^2\varphi)} \sqrt{(\alpha_1^2 \cos^2\varphi + \beta_1^2 m^2 \operatorname{sen}^2\varphi)}}{(\cos^2\varphi + m^2 \operatorname{sen}^2\varphi)(b^2 A^2 \cos^2\varphi + a^2 B^2 m^2 \operatorname{sen}^2\varphi)}.$$

Disponiamo dell'indeterminata m in modo da essere $\beta_1^2 m^2 = \alpha_1^2$, ovvero

$$m^2 = \frac{\alpha_1^2}{\beta_1^2} = \frac{b^2(a^2 - A^2)}{a^2(b^2 - B^2)}$$

si avrà per l'integrale

$$\int G\, d\theta = -\alpha_1^2 \beta_1^2 \int \frac{d\varphi \sqrt{(\alpha^2 \beta_1^2 \cos^2\varphi + \alpha_1^2 \beta^2 \operatorname{sen}^2\varphi)}}{(\beta_1^2 \cos^2\varphi + \alpha_1^2 \operatorname{sen}^2\varphi)(b^2 A^2 \beta_1^2 \cos^2\varphi + a^2 B^2 \alpha_1^2 \operatorname{sen}^2\varphi)}$$

che dipenderà dalle funzioni ellittiche di terza specie, come si vedrà dopo la decomposizione della frazione composta in frazioni semplici, e con portare il radicale nel denominatore. Sostituiamo a quest'oggetto $1 - \operatorname{sen}^2\varphi$ invece di $\cos^2\varphi$, e pongasi per brevità $\operatorname{sen}^2\varphi = \nu$, è chiaro che il coefficiente razionale di $d\varphi$ sarà la frazion composta

$$\frac{\alpha^2 \beta_1^2 + (\alpha_1^2 \beta^2 - \alpha^2 \beta_1^2)\nu}{[\beta_1^2 + (\alpha_1^2 - \beta_1^2)\nu]\,[b^2 A^2 \beta_1^2 + (a^2 B^2 \alpha_1^2 - b^2 A^2 \beta_1^2)\nu]}$$

ed avremo per la decomposizione

$$\frac{\alpha^2 \beta_1^2 + (\alpha_1^2 \beta^2 - \alpha^2 \beta_1^2)\nu}{[\beta_1^2 + (\alpha_1^2 - \beta_1^2)\nu]\,[b^2 A^2 \beta_1^2 + (a^2 B^2 \alpha_1^2 - b^2 A^2 \beta_1^2)\nu]}$$

$$= \frac{P}{\beta_1^2 + (\alpha_1^2 - \beta_1^2)\nu} + \frac{Q}{b^2 A^2 \beta_1^2 + (a^2 B^2 \alpha_1^2 - b^2 A^2 \beta_1^2)\nu}$$

d'onde dal confronto

$$b^2 A^2 \beta_1^2 P + \beta_1^2 Q = \alpha^2 \beta_1^2, \quad (a^2 B^2 \alpha_1^2 - b^2 A^2 B_1^2) P + (\alpha_1^2 - \beta_1^2) Q = \alpha_1^2 \beta^2 - \alpha^2 \beta_1^2.$$

Eliminando Q con la moltiplicazione dei coefficienti, e con la sottrazione si ha

$$[b^2 A^2 \beta_1^2 (\alpha_1^2 - \beta_1^2) - \beta_1^2 (a^2 B^2 \alpha_1^2 - b^2 A^2 \beta_1^2)]\, P = \alpha^2 \beta_1^2 (\alpha_1^2 - \beta_1^2) - \beta_1^2 (\alpha_1^2 \beta^2 - \alpha^2 \beta_1^2)$$

d'onde

$$P = \frac{\alpha^2 - \beta^2}{b^2 A^2 - a^2 B^2}.$$

Nella stessa guisa, elimando P, sarà

$$[\beta_1^2(a^2 B^2 \alpha_1^2 - b^2 A^2 \beta_1^2) - b^2 A^2 \beta_1^2 (\alpha_1^2 - \beta_1^2)] Q = \alpha^2 \beta_1^2 (a^2 B^2 \alpha_1^2 - b^2 A^2 \beta_1^2)$$
$$- b^2 A^2 \beta_1^2 (\alpha_1^2 \beta^2 - \alpha^2 \beta_1^2) .$$

Di qui si trae

$$Q = \frac{b^2 \beta^2 A^2 - a^2 \alpha^2 B^2}{b^2 A^2 - a^2 B^2} .$$

Avremo adunque per l'integrale in questione

$$\int G\, d\theta = -\frac{\alpha_1^2 \beta_1^2 (\alpha^2 - \beta^2)}{b^2 A^2 - a^2 B^2} \int \frac{d\varphi}{(\beta_1^2 \cos^2\varphi + \alpha_1^2 \operatorname{sen}^2\varphi)\sqrt{[(\alpha^2 \beta_1^2 \cos^2\varphi + \alpha_1^2 \beta^2 \operatorname{sen}^2\varphi)]}}$$
$$- \frac{\alpha_1^2 \beta_1^2 (b^2 \beta^2 A^2 - a^2 \alpha^2 B^2)}{b^2 A^2 - a^2 B^2} \int \frac{d\varphi}{(b^2 A^2 \beta_1^2 \cos^2\varphi + a^2 B^2 \alpha_1^2 \operatorname{sen}^2\varphi)\sqrt{[(\alpha^2 \beta_1^2 \cos^2\varphi + \alpha_1^2 \beta^2 \operatorname{sen}^2\varphi)]}} .$$

Ciascuno degli integrali del secondo membro tanto indefinito, quanto definito appartiene alla funzione ellittica di terza specie dello stesso modulo, e di differente parametro: le differenti relazioni, che nei diversi casi particolari potranno aver luogo fra le costanti a, b, c, A, B, ci potranno far conoscere le speciali forme del modulo, e dei parametri, per cui tralasciamo d'indicarlo nella formola generale.

7° Per le riduzioni, che riguardano l'integrale $\int L\, d\theta$ sostituisco per ora solamente

$$M_1 N + M N_1 = a^2 b^2 (p_1^2 \cos^2\theta + q_1^2 \operatorname{sen}^2\theta)$$

$$\sqrt{MM^1} = a^3 b^3 , \qquad \text{e pongo di più} \qquad \frac{1}{ab} = m$$

si avrà

$$\int L\, d\theta = \int \frac{MN_1 - M_1 N}{2N_1 \sqrt{(-NN_1)}} \text{Arc. tang} \left(\frac{m(p_1^2 \cos^2\theta + q_1^2 \operatorname{sen}^2\theta)}{2\sqrt{(-NN_1)}} \right) d\theta .$$

Qui pure possiamo fare una sostituzione

$$\operatorname{tang}\theta = \mu \operatorname{tang}\omega$$

il che potrà far scomparire uno dei fattori di secondo grado contenuti nel radicale quadrato, ed avremo similmente

$$d\theta = \frac{\mu\, d\omega}{\cos^2\omega + \mu^2 \operatorname{sen}^2\omega} , \quad \cos^2\theta = \frac{\cos^2\omega}{\cos^2\omega + \mu^2 \operatorname{sen}^2\omega} , \quad \operatorname{sen}^2\theta = \frac{\mu^2 \operatorname{sen}^2\omega}{\cos^2\omega + \mu^2 \operatorname{sen}^2\omega}$$

e perciò

$$MN_1 - M_1 N = - a^2 b^2 \frac{(p^2 \cos^2\omega + p^2 q^2 \operatorname{sen}^2\omega)}{\cos^2\omega + \mu^2 \operatorname{sen}^2\omega} ,$$

$$p_1^2 \cos^2\theta + q_1 \operatorname{sen}^2\theta = \frac{p_1^2 \cos^2\omega + q_1^2 \mu^2 \operatorname{sen}^2\omega}{\cos^2\omega + \mu^2 \operatorname{sen}^2\omega},$$

$$N_1 = -\frac{(b^2 A^2 \cos^2\omega + a^2 B^2 \mu^2 \operatorname{sen}^2\omega)}{\cos^2\omega + \mu^2 \operatorname{sen}^2\omega}$$

$$-NN_1 = \frac{(b_1^2 A^2 \cos^2\omega + a_1^2 B^2 \mu^2 \operatorname{sen}^2\omega)(b^2 A^2 \cos^2\omega + a^2 B^2 \mu^2 \operatorname{sen}^2\omega)}{(\cos^2\omega + \mu^2 \operatorname{sen}^2\omega)^2}.$$

Disponiamo dell'indeterminata μ in modo da essere

$$b^2 A^2 = a^2 B^2 \mu^2, \qquad \text{o} \qquad \mu^2 = \frac{b^2 A^2}{a^2 B^2}$$

si avrà primieramente

$$N_1 = \frac{-b^2 A^2}{\cos^2\omega + \mu^2 \operatorname{sen}^2\omega}, \quad -NN_1 = \frac{b^2 A^2 (b_1^2 A^2 \cos^2\omega + a_1^2 B^2 \mu^2 \operatorname{sen}^2\omega)}{(\cos^2\omega + \mu^2 \operatorname{sen}^2\omega)^2},$$

d'onde

$$\int L\, d\theta = \frac{a^2 b^2}{2b^2 A^2} \int \frac{(p^2 \cos^2\omega + q^2 \mu^2 \operatorname{sen}^2\omega)(\cos^2\omega + \mu^2 \operatorname{sen}^2\omega) d\omega}{bA \sqrt{[(b_1^2 A^2 \cos^2\omega + a_1^2 B^2 \mu^2 \operatorname{sen}^2\omega)]}\,(\cos^2\omega + \mu^2 \operatorname{sen}^2\omega)}$$

$$\times \text{Arc. tang}\left(\frac{m(p_1^2 \cos^2\omega + q_1^2 \mu^2 \operatorname{sen}^2\omega)}{2bA \sqrt{[b_1^2 A^2 \cos^2\omega + a_1^2 B^2 \mu^2 \operatorname{sen}^2\omega]}}\right).$$

In quest'ultima formola derivando rapporto alla costante m, si potranno eseguire le integrazioni rapporto ad ω, e quindi reintegrando rapporto ad m entro i limiti $m = 0$, $m = \frac{1}{ab}$, se ne farà la riduzione alle funzioni ellittiche: ma tutte queste operazioni forse si eseguiranno con più facilità nel medesimo integrale $\int L\, d\theta$; il che ci basterà di avere indicato.

NOTA CRITICA SULL'ANORMALITA' DI UN'ORGANISMO CRITTOGAMICO.

DELLA SIG.ª CONTESSA E. FIORINI-MAZZANTI.

Il Colosseo infra tutte le stupende rovine di Roma s'innalza maestoso qual gigante, e la severa nudità di sue vetuste mura veniva ricoperta dall'incanto di lussureggiante vegetazione, e di vario pinti fiori ; così in esso non solo lo storico, l'archeologo, l'artista trovavan pascolo alle loro investigazioni, ma eziandio vel trovava il naturalista, e più spezialmente il botanico; onde già una florula del Sebastiani, ed altra più recente dell'inglese Deakon, fatta però più per allettare l'occhio volgare con figure di esagerati colori, anzichè per amor del vero. Taccio della vaghezza degli esteri visitatori a prenderne, e recarne seco un qualche frustolo a grata ricordanza. Ma il culto di Flora in quelle venerande mura era limitato al regno delle Fanerogame, e punto penetrava ne'misteriosi e minutissimi organismi della crittogamla. Soltanto nelle parti settentrionali , inaccessibili ai raggi del sole , veniva talora avvertita una crosta biancastra, o cinerognognola distesa sui muri, o ascosa nelle sue cavità: ovvero sparsa insulle boraccine. Essa richiamò l'attenzione del celebre chimico Davy che ne tenne discorso con l' illustre Dott. De Matthoeis. Ma niuno, per quanto mi sappia ne formò oggetto di studiosa osservazione. Facendo io quivi raccolta di piante non tralasciava rivolgermi ai microscopici esseri che si piaccion vivere spezialmente allorchè la natura sembra sospendere le funzioni di vita. Prendeva a considerare il tallo della menzionata crosta , e la vedeva costituita da un agglomeramento di granuli di un verde allegro producenti brevi filamenti biforcati; e ben mi avvedeva non essere specie autonoma, bensì atipica; e cercandone la storia, trovava aver subìto varie fasi di collocamento, e di nome, imperocchè giudicata da uomini insigni ora fungoide, ora lichenoide, e perfino algoide.

Tra i micetologi verrò primieramente innanzi con l'illustre Link, il quale nella sua opera micologica. nell'ordine degli *Ifomiceti*, ne chiamò il genere *Sporothricum*, dicendo « *in his difficillime dicitur an sit fungus proprius*, » *an initium alias fungi*. E dopo la frase specifica di *Sporothrìcum latebra-* » *rum* ne segue tal diagnosi » *longe lateque serpit* : *caespites* 1–2 *lineas*

crassos constituens pnlvere farinaceo instratos. Magis persistit, ac reliquae species, hinc ad lichenes relatum.

Questo chiarissimo autore adunque stabilisce essere *un* fungo; e il suo dubbio cade soltanto sull'essere o un primordio, o un fungo proprio; ed accenna per la sua durata essere stato riportato ad un lichene.

L'Agardh a seconda del Dilwin, e di altri la considerò un'Alga nel suo *sistema Algarum*, e la disse *Conferva pulveria*.

Tra i lichenologi il celebre Acharius la produsse nelle varie sue opere; e nella Sinossi metodica dei Licheni ne chiamò il genere *Lepraria*: definendolo: *receptaculum universale crustaceo-pulveraceum expansum, adnatum, uniforme, partiale nullum, vel ignotum.* Indi *Lepraria latebrarum*: *crusta crassa, pulvinata, grisea, e pulvisculis in globulos pulveraceos conglomeratis composita.* Nella Lichenografia universale la disse *Lepraria incana* β *latebrarum. Pulveraria incana* Meth. Lich: e *Lichen latebrarum* altrove. E nelle sue osservazioni dice: « vix a *Lecidea incana* (*Lepraria incana Lich.* » *Univ. originem ducit, et tantum aetatis filia est.* »

Ed ecco che ora ci andiamo avvicinando alla natura del vero, e con qualche grado ancora giungeremo a sua meta, mercè la scorta principalmente del chiarissimo Fries che nella sua Lichenografia Europea la riporta alla varietà β *sterilis* della sua *Parmelia lanuginosa*; ivi notando che altri autori pongono la specie tra le certe, affini alle più perfette, ma di altra serie. E nella citata sua varietà ne riporta i diversi sinonimi. Ed avverte che niun circospetto abbia a riportarla a specie definita, non avendo nulla di determinato, ma solo sottostante alla moltitudine dei diversi Licheni liberi. Loda l'illustre Wallroth nell'aver detto che dal tallo fogliaceo delle Cladonie sien derivati i citati sinonimi; ma però aver errato nel riporlarlo alla sua *Parmelia lanuginosa*.

Di poi il chiarissimo Schaerer nell'enumerazione critica dei Licheni Europei forma appendice con sezione dei Licheni crostacei ad ignoti apoteci; e nota ch'essi similmente offrono o i primordi di altri, o lo stato anormale di essi; e il nostro chiama *Lepra aeruginosa* β *latebrarum* Acharius; e dubita esser tallo deliquescente delle *Cladonie*.

Mi taccio sopra altre autorità anche più recenti intorno la sua natura lichenoide; e in mezzo alle sentenze di sì preclari autori oserò portare l'umile contingente di mie opinioni ed osservazioni. Tallo deliquescente, o in disfacimento non potrà dirsi, siccome quello che non ha subìto alcuna influenza

fisico-chimica che ne abbia intimamente alterato l'organismo, ma che per se stesso anormale di suo principio o restasi tale, o trapassi ad altri stadi biologici nella serie cui è destinato. Allorchè nell'anno scorso presi a considerare siffatta produzione, tra i molti saggi che ne trovai: una mi presentava il tallo incipiente della *Cladonia pyxidata*; ed altro della *Lecidea Sabuletorum* β *campestris*, la quale avea primordi di apoteci. Questi due esempi, quantunque isolati, con l'appoggio validissimo dei già menzionati autori m'inducono alla certezza che debba tale organismo considerarsi anormale, e costante in tale stato ne'luoghi inaccessibili al sole, ma che posto in miglior condizioni trapassi a specie perfetta, ma non determinatamente, bensì all'una, o all'altra dei sì numerosi e svariati Licheni, quasichè la natura vi piacesse scherzarvi; però ogni meraviglia cesserà allorchè si rifletta che negli inferiori organismi essa non è mai fissa a certo tipo, ma che diversissima trascorre nelle forme esterne.

E tornando all' anormalità dell' organismo in discorso, mostrandosi questo costantemente tale sotto sfavorevoli condizioni di svolgimento, stimerei applicargli un nome che lo distinguesse, e proporrei quello di *Lichen atypicum latebrarum*: Thallo plus minus expanso, leproso-flocculoso: granulis coacervatis sphaericis viridibus, brevia filamenta apice biforcata emittentibus.

Hab. In amphiteatro Flavio, nec non in cryptis, et in locis soli imperviis.

Non ho potuto in quest'anno rinnovare le mie osservazioni, poichè impeditemi dall'oltraggio di chi per falsa idea di conservazione stimò denudare le venerande Mura; e con questo togliere al meraviglioso monumento la poesia del suo vegetale ornamento non solo nell'appariscenza delle Fanerogame, ma eziandio nelle umili produzioni della Crittogamia, che inavvertite o neglette dai volgari, rivelano al micrografo botanico nuovi misteri, e nuove meraviglie della creazione.

SULL'INTENSITA' DELLA LUCE SOLARE E DI ALTRE SORGENTI LUMINOSE.

NOTA

DEL P. F. S. PROVENZALI

Prima di esporre le osservazioni da me fatte col nuovo fotometro sulla luce del sole e di altre sorgenti luminose, credo cosa necessaria di notare che i due termometri dei quali si compone il fotometro debbono essere costruiti colla medesima qualità di vetro; perchè l'esperienza mi ha mostrato che la diversa qualità del vetro altera talora notabilmente le indicazioni relative dei termometri. Avendo io esposto ad una medesima sorgente di calore oscuro tre termometri a soluzione satura di iodio con bulbi dello stesso diametro, ma fatti con tre diverse qualità di vetro, le variazioni apparenti de' volumi liquidi furono come i numeri 1; 1,3; 1,5. Tali differenze credo si debbano principalmente attribuire alla diversa diatermasia de'vetri. Già il Melloni nella sua *termocrosi* aveva fatto osservare che le varie specie di vetro anche ugualmente trasparente hanno spesso diversa facoltà di assorbire e trasmettere il calorico oscuro. Più recentemente Tyndall, dopo avere arroventato una lamina di platino per mezzo di un fascetto di raggi oscuri fortemente concentrato da una lente, vide che una lastra di vetro da finestre interposta fra la sorgente di calorico ed il platino ne indeboliva di molto l'incandescenza, mentre da una lastra di altra qualità di vetro l'incandescenza del platino non era sensibilmente indebolita e da una terza lastra di vetro nero affatto opaco lo era meno che dalla lastra di vetro da finestre. L'effetto della diversa diatermasia del vetro sulle indicazioni de'termometri a me pare che non dovrebbe essere trascurato anche nelle osservazioni che si fanno in metereologia coi termometri a mercurio. Supponiamo p. e. che il vetro di un termometro a mercurio assorba 60 e il vetro di un altro termometro parimenti a mercurio assorba 35 per 100 del calorico incidente, ed ammettiamo che il vetro di ambidue i termometri ne rifletta 18 ed il mercurio 77. Sopra 100 di calorico incidente il mercurio del primo termometro ne assorbirà 5,06 e quello del secondo 10,81. La maggiore quantità di calorico assorbito dal mercurio del secondo termometro non potendo in generale ricevere un adequato compenso

dalla minore quantità di calorico assorbito dal vetro e comunicato al mercurio per via di conducibilità, ne segue che i due termometri esposti nelle medesime circostanze ad una stessa sorgente di calorico raggiante non daranno la medesima indicazione.

Vengo ora alle osservazioni da me fatte col nuovo fotometro nel passato mese di maggio sulla luce solare diffusa e diretta. La mattina fino verso la levata del sole i due termometri hanno segnato a un dipresso lo stesso grado; il medesimo è avvenuto la sera cominciando da mezza ora circa dopo il tramonto del sole. Alle ore 8 della mattina in una sala del gabinetto di Fisica a finestre chiuse la differenza media dei due termometri è stata 0°, 2; la massima 0°,4 a cielo quasi perfettamente sereno e la minima 0°,1 a cielo tutto coperto da nubi. Alle ore 11 la differenza media dei due termometri è stata 0°, 3; la massima 0°,5 a cielo parzialmente annuvolato e la minima 0°,1 mentre pioveva dirottamente. All'aria aperta tali differenze, come era da aspettarsi, le ho trovate maggiori e più variabili: cioè alle ore 8 hanno variato da 0°,3 a 0°,7 ed alle 11 da 0°,5 ad 1°. Nel tempo della massima differenza il cielo era sparso di cumuli fortemente illuminati, ed in quello della minima era offuscato da nebbia molto folta. La media delle ore 8 all'aria aperta è stata 0°,5 e 0°,7 quella delle 11. Nel trasportare il fotometro all'aria aperta ho più volte osservato un fenomeno al primo aspetto assai curioso, cioè che i due liquidi termometrici caminavano in verso contrario, il mercurio scendeva e la soluzione di iodio saliva. Ciò accadeva perchè all'aria aperta la temperatura era un poco minore e l'intensità della luce molto maggiore che all'aria chiusa. Nelle ore pomeridiane quando la sala del gabinetto era illuminata dai raggi diretti del sole trasmessi per i vetri delle finestre, la differenza dei due termometri è stata sempre di poco minore che all'aperto, sebbene fosse assai diversa la temperatura all'aria chiusa ed all'aperto. Arrivati poi i raggi solari a percuotere direttamente il fotometro la differenza è giunta fino a 3°; quantunque il sole fosse allora parzialmente coperto da nuvole.

Quanto alle radiazioni dirette del sole all'aria libera, alle ore 8 la differenza media dei due termometri esposti al sole nelle giornate serene è stata di 5°,1 ed alle 11 di 7°,7. Paragonando fra loro queste differenze abbiamo il rapporto di 1: 1,5. Il medesimo rapporto prossimamente si ottiene anche dal paragone delle differenze 0,5 e 0,7 nelle medesime ore ottenute alla luce diffusa dell'aria aperta, e dalle altre 0,2 e 0,3 avute alla luce diffusa della sala. D'onde consegue che l'intensità della luce indicata dal fotometro è cresciuta

dalle ore 8 alle 11 nello stesso rapporto di 1:1,5 tanto all'aria chiusa che all'aperto e al sole. Se non m'inganno abbiamo in ciò una prova che il nuovo fotometro è veramente idoneo a indicare l'intensità della luce indipendentemente dalla temperatura assoluta delle radiazioni; poichè il rapporto fra le temperature medie delle ore 8 e delle 11 nei medesimi giorni è stato di 1 : 1,17 al sole, di 1 : 1,10 all'aria aperta e di 1 : 1,03 all'aria chiusa. In una giornata nella quale alle ore 11 il cielo era quasi perfettamente sereno, l' intensità della luce indicata dal fotometro all' aria aperta è cresciuta dalle 8 alle 11 nel rapporto di 1 : 3; e la temperatura nelle stesse ore non ha variato che in quello di 1 : 1,3.

A fine poi di dare un valore concreto alle indicazioni del fotometro e confrontarne i risultati con quelli avuti da altri con altri metodi, ho scelto per unità di misura dell'intensità luminosa la luce di una lucerna a Carcel col lucignolo di 20 mill. e che consuma 40 grammi di olio all'ora. Collocato il fotometro a 3 metri di distanza dalla lucerna (ho preso questa distanza perchè è la massima a cui con tale lucerna io posso leggere senza troppa difficoltà un libro impresso a caratteri di mediocre grandezza) la differenza media dei due termometri ottenuta da molte sperienze è stata 0°,05. Adottata questa unità e tenuto conto dei 0,23 di luce assorbita dal mercurio, la differenza di un grado nei due termometri indicherà l'intensità luminosa di 24,6 ossia di quasi 25 lucerne a Carcel collocate a distanza di 3 metri. Riportando a questa unità le differenze 6°,1 e 3°,8 avute dal fotometro esposto al sole alle ore 8 nei giorni 24 e 25 maggio, nei quali il cielo mi pareva allora ugualmente sereno, si hanno i numeri 150 e 93 dai quali si vede che il giorno 25, sebbene la declinazione del sole fosse alquanto cresciuta e la temperatura delle radiazioni dirette non avesse variato che di soli 2°,5, l' intensità della luce era diminuita di 57 unita. È questa una prova di più delle grandi variazioni a cui va soggetta la trasparenza dell'aria, anche allora che all'occhio immediatamente non apparisce. Non possiamo però lusingarci di giungere col solo fotometro a valutare con certezza la trasparenza dell'atmosfera, perchè la diversa intensità della luce solare nelle medesime circostanze di declinazione e altezza sull'orizzonte puo anche in parte dipendere dalla diversa quantità di calorico luminoso emanato dal sole.

Ho fatto anche delle sperienze sulla luce fosforica su quella delle scariche elettriche sotto forma di pennacchio e di bagliore non visibili che nell'oscurità e sulle radiazioni lunari: a tutte queste luci si è mostrato sensibile il

fotometro. Quanto alle radiazioni lunari fino dal giorno 17 della luna d'aprile all' osservatorio del Collegio Romano col rifrattore di Mertz si erano avuti nel fotometro dei segni probabili di riscaldamento. Ma essendo in quella sera l'aria molto agitata non fu possibile prendere delle misure precise, nè calcolare l'influsso che sulle indicazioni dell'apparato potevano esercitare le cause perturbatrici. Ho perciò ripetuta l' esperienza in una camera affatto chiusa ed espressamente fabbricata alcuni anni or sono per l'esperienze di ottica (1). Dietro i vetri della finestra che guarda mezzo giorno ho collocato una lente biconvessa del diametro di 247 mill. e nel foco della lente il bulbo di un termometro a soluzione di iodio colle divisioni della scala grandi a segno da poter discernere con facilità i centesimi di grado. Era il giorno 16 della luna di maggio fra le 10 e le 12 della sera e molte nubi alcune anche assai dense ingombravano il cielo. Ad ogni nube che passava innanzi alla luna il liquido termometrico si abbassava e tornava a sollevarsi quando la luna si scopriva La variazione della colonna liquida allo scoprirsi e coprirsi della luna giunse fino ad $\frac{1}{3}$ di millimetro che in quel termometro corrisponde ad $\frac{1}{78}$ di grado centigrado. Questo numero è un poco maggiore di quelli ottenuti da altri sperimentatori, ed ora siamo appunto nella stagione in cui la luna meno si solleva sull'orizzonte; ma in cosiffatte sperienze non possiamo sperare una perfetta identità di risultati. Lintensità luminosa corrispondente ad $\frac{1}{78}$ di grado nel mio fotometro equivale a circa $\frac{1}{5}$ della luce presa per unità di misura. Stando all'impressione che fa la luce sui miei occhi un tale valore non mi sembra troppo grande.

(1) Questa camera fu fatta erigere nel 1863 dal P. Alessandro Ponza a cui andiamo anche debitori della maggior parte delle macchine che possiede il Gabinetto Fisico.

DIMOSTRAZIONE RAZIONALE DELL' ISOCRONISMO DEL PENDOLO

PROPOSTA

DA FRANCESCO REGNANI

PROFESSORE DI FISICA NEL LICEO DEL PONTIFICIO SEMINARIO ROMANO
E NEL COLLEGIO URBANO DELLA PROPAGANDA

È notissimo a tutti i Matematici quanto sia prolissa e faticosa pei principianti la dimostrazione razionale, che suol recarsi nelle Istituzioni di Fisico-matematica a provare l' isocronismo del pendolo. Il perchè a liberarne gli esaminandi spesso vuolsi esigere da essi o la sola asserzione della verità della formola $T = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$, dalla quale l'isocronismo è reso manifesto; o semplicemente la prova sperimentale. E questa sola infatti è richiesta dal regio Decreto 10 Ottobre 1867, nel quale vengono prescritti i programmi per l' insegnamento nei Licei d'Italia. Ora trattandosi da una parte di tal verità, che è il fondamento di assai rilevanti applicazioni, vuoi tecniche, vuoi scientifiche; e dall' altra essendo tanto poco soddisfacente l'argomento puramente sperimentale, e meno istruttiva l' invocazione memorativa della pronunziata formola; dee certamente venire opportuna una prova che sia ad un tempo razionale, facile, e matematicamente giusta.

Per quel che io mi sappia non vi ànno che due dimostrazioni, le quali prescindano dalla ricordata formola, e perciò riescano chiare e brevi. Esse principiano dallo stabilire la proporzionalità, che in archi circolari piccolissimi deve pur ritrovarsi fra i singoli archetti elementari e la relativa forza acceleratrice della gravità. Poscia imaginano divisi nel medesimo numero di archetti uguali i due (sempre per altro piccoli) archi circolari, l'uno duplice dell'altro, percorsi da due pendoli della stessa lunghezza. E finiscono col dimostrare l'uguaglianza dei tempetti impiegati da ambidue i pendoli nel percorrere gli archetti omologhi. La principale differenza fra le due dimostrazioni sta in ciò che l'una (1) suppone uniforme, l' altra (2) uniformemente vario il moto in ciascun archetto elementare. Ma ciò che a me sembra notabile si è che l'una e l'altra si limita a valutare il solo primo tempetto; sup-

(1) Vedi Daguin, *Traité éléméntaire de physique*. Tome premier §. 112.
(2) Vedi Venturoli, *Elementi di Meccanica*, § 287.

ponendo così, senza provarlo, che nei successivi nulla debbano influire sulla legge del moto le velocità preconcepite negli antecedenti. Io, pensando che possa giovare l'abituare all'esattezza gli studenti di una scienza, che *esatta* si appella per antonomasia, introduco nel calcolo le velocità iniziali; senza rendere nè molto più lunga, nè più difficile la dimostrazione. Ma per riuscirvi non cerco più, come gli altri fanno, i valori dei tempetti elementari, ricerco invece i valori degli archetti percorsi in uguali tempetti, e propongo di condurre la prova così:

Chiameremo σ, σ' i due archetti percorsi nel primo tempetto τ dai due pendoli di ugual lunghezza, l'uno dei quali venne elevato dalla verticale dell'arco α, e l'altro dell'arco $n \,.\, \alpha$, rappresentando n un numero qualunque intero o fratto, sotto condizione per altro che nè α, nè $n \,.\, \alpha$ superi li due gradi. Posto ciò è certamente permesso di considerare come uniformemente accelerato il moto dei pendoli in ciascuna unità τ di tempo. E però gli spazii ne verranno dati dalla formola

$$\sigma = \tfrac{1}{2} \,.\, g' \tau^2$$

ove g' rappresenta la gravità relativa all'estremo dell'arco di elevazione del pendolo. Ora la forza acceleratrice g' è uguale al prodotto g . sen . α, essendo g la gravità assoluta; come si mostra con una semplice avvertenza trigonometrica (1) del tutto analoga a quella notissima usata per la discesa dei gravi nei piani inclinati. Di più, trattandosi di archi piccolissimi, nei quali i seni si confondono fisicamente coi rispettivi archi, potremo ritenere

$$g' = g \times \alpha;$$

formola, che evidentemente esprime la proporzionalità fra la forza acceleratrice g' e l'arco α da percorrersi. Sarà dunque

$$\sigma = \tfrac{1}{2} g \times \alpha \times \tau^2$$

ed anche

$$\sigma : \sigma' :: \tfrac{1}{2} g \,.\, \alpha \,.\, \tau^2 : \tfrac{1}{2} g \,.\, n\alpha \,.\, \tau^2$$

Ma siccome τ rappresenta l'unità elementare di tempo, avremo

$$\sigma : \sigma' :: \tfrac{1}{2} g \,.\, \alpha : \tfrac{1}{2} g \,.\, n\alpha :: 1 : n$$

Dunque i primi archetti σ, σ' percorsi nella prima unità di tempo τ sono come gli archi interi α, $n\alpha$, uno ennuplo dell' altro. E perciò saranno parimenti

(1) Vedi Regnani *Elementi di Fisica universale*. Tomo IV, §. 34.

uno cunuplo dell'altro i residui archetti α_1, che restano a percorrersi fino alla verticale.

Passando ora alla seconda unità τ di tempo, e volendo tener conto delle velocità iniziali v, dovremo invocare la formola

$$\sigma = v\,\tau \pm \tfrac{1}{2} g'\,\tau^2$$

Ora le velocità finali dopo il primo tempetto di moto uniformemente accelerato debbono avere fra loro la stessa ragione, che ànno gli spazii percorsi nella stessa unità di tempo; e nel caso nostro come $1 : n$. Per lo che potremo affermare

$$\sigma_1 : \sigma_1' :: v\,\tau + \tfrac{1}{2} g\,.\,\alpha_1\,\tau^2 : n\,v\,\tau + \tfrac{1}{2} g\,.\,n\,\alpha_1\,\tau^2$$

E poichè i due pendoli impiegano il medesimo tempetto τ a percorrere i loro rispettivi archetti σ_1, σ'_1; sarà

$$\sigma_1 : \sigma_1' :: (v + \tfrac{1}{2} g\,.\,\alpha_1) : (v + \tfrac{1}{2} g\,\alpha_1)\,n :: 1 : n$$

Al modo medesimo i due pendoli entrano a percorrere il terzo archetto σ_2, o σ_2' colla prima velocità preconcepita v, o nv, e più con una seconda velocità iniziale v_1 concepita durante il secondo tempuscolo; e questa pure deve trovarsi nei due pendoli nella ragione stessa $1 : n$ delle due velocità dei secondi uguali tempetti. Perciò da capo

$$\sigma_2 : \sigma_2' :: v\tau + v_1\tau + \tfrac{1}{2} g\alpha_2\tau^2 : nv\tau + nv_1\tau + \tfrac{1}{2} gn\alpha_2\tau^2 = (v + v_1 + \tfrac{1}{2} g\,.\,\alpha_2\tau)\tau : n(v + v_1 + \tfrac{1}{2} g\,.\,\alpha_2\tau)\tau$$

E finalmente

$$\sigma_2 : \sigma_2' :: 1 : n$$

Per la qual cosa la proporzione medesima vigerà per tutte le successive unità di tempo, e le oscillazioni intere debbono riuscire isocrone.

Dalla quale dimostrazione si può trarre come corollario la legge dell'isocronismo per tutti quei moti, fossero pur rettilinei, o uniformemente, o solo regolarmente varii, nei quali la forza acceleratrice continua trovasi in ogni punto proporzionevole agli spazii. Concetto, che non solo esprime la legge in tutta la sua generalità; ma ne manifesta eziandio la ragione intrinseca e filosofica.

CENNI BIOGRAFICI

DEL PROF. AB. D. SALVATORE PROJA

SCRITTI DAL PROF. V. DIORIO.

Col giorno 20 maggio p. p. l'Accademia Pontificia de'Nuovi Lincei ha perduto uno de' suoi più antichi socii Ordinarii, il chmo Prof. D. Salvatore Proja. Nato in Pescina (distretto di Avezzano, nell'Abbruzzo Ulteriore 2°) nel giorno 9 di novembre del 1800, fece in patria gli studi elementari fino al 1° anno di filosofia. Recatosi quindi in Roma nel novembre del 1819 attese nella Università Romana agli studi teologici, e nel tempo stesso a quei delle matematiche, il che si poteva fare prima della Bolla Leonina « *Quod Divina Sapientia* », che prescrisse più savio ordinamento di studi. Frequentò le scuole della Università medesima dal novembre 1819 a tutto il novembre 1825, nel qual tempo ebbe nelle dette facoltà i gradi o magisteri, e concorse ai premi o medaglie, ed ebbe quella d'oro in fisica sacra, e l'altra che allora davasi nei concorsi accademici.

Nel luglio del 1824, avendo compiuto il corso teologico, fu in questa facoltà laureato *ad honorem* a pieni voti, ed ottenne la pensione di scudi 30 annui, solita a conferirsi a quei che maggiormente eransi distinti ne'sacri studi.

Nel 1822 prese la tonsura e gli ordini minori, e tra il 1823 e 1824 fu assunto al suddiaconato e diaconato. Nel Sabato Santo (17 di Aprile) del 1824 si ordinò sacerdote nella Basilica Lateranense; quindi cominciò il corso di legge, che interruppe, perchè chiamato a Rieti da Monsig. Timoteo Ascensi, già suo maestro di morale, che nominollo Professore di filosofia nel Seminario di quella città.

Nel 1829 lasciando Rieti passò ad insegnare filosofia nel Seminario di Pescina sua patria, invitatovi dal Vescovo e pressato da amici e parenti. Continuò in tale insegnamento fino a tutto il 1833; tornato quindi nel dicembre dell'anno stesso stabilmente in Roma, fu nel 1833 nominato ripetitore di filosofia e teologia nel Collegio Pamphily. Nell' aprile dell'anno medesimo ebbe anche la nomina di cappellano dall'Eccma Casa Doria Pamphily, patrona e sostenitrice di quel Collegio in S. Agnese a Piazza Navona.

Nel 1834 fu nominato sostituto alla cattedra di fisica sacra nella Università della Sapienza, allora occupata dal Professore D. Feliciano Scarpellini, cattedra per altro che mai non ascese, essendo stata soppressa colla morte di questo Professore, avvenuta nel giorno 29 di novembre del 1840 (1).

(1) INTORNO || ALLA VITA E ALLE OPERE || DEL PROFESSORE || CAVALIERE || D. FELICIANO SCAR-

Nel gennaio del 1836 concorse ed ottenne l'impiego di registratore in S. Penitenzieria, e quindi quello di scrittore. Per malattia agli occhi sopravvenutagli fu collocato in riposo con intera giubilazione nel 1844.

Con rescritto dei 7 di settembre del 1838 il Pontefice Gregorio XVI di S. M., lo nominò professore di algebra e geometria nella Romana Università.

Dall'Emo Arcicancelliere della Sapienza fu incaricato di fare una relazione intorno alla libreria Capri-Galanti, di cui l' Università trattava l' acquisto, che poi fu fatto a consiglio di lui.

Nel 1844, essendo egli stato condotto in Sinigaglia dal Cardinale Antonio Cagiano de Azevedo, allora vescovo di quella città, a fine di riordinarne il Seminario, egli se ne occupò tanto nel materiale quanto nell'insegnamento, e compilò a tale oggetto un programma per gli studi che fu inserito nella circolare pubblicata in occasione della riapertura del Seminario stesso.

Nel giorno 26 agosto del 1852 fu nominato dalla Commissione degli Ospedali all'uficio di bibliotecario della Lancisiana, da lui tenuto fino alla sua morte.

Per le produzioni del suo ingegno salì in fama ed onoranza d'uomo sommamente erudito e sapiente, e perciò stesso venne desiderato socio dalle più distinte Accademie. Nel 1850 fu ascritto all'Accademia Pontaniana di Napoli. Fu anche corrispondente della Pontificia Tiberina, della Reale di scienze e lettere di Palermo, ecc. Finalmente pei divulgati meriti suoi, riuscì eletto nel giorno 22 luglio dell'anno 1849 fra i 30 membri ordinarii dell'Accademia nostra (1).

Colla soavità de'modi, e con la dolcezza ed integrità de' suoi costumi, si guadagnò la stima ed il rispetto di quanti il conobbero. Per la limpidezza della mente, per la profondità della dottrina e per la forbitezza dello stile, riportò lo spontaneo encomio dei giudici competenti ed imparziali, che gli addivennero per ciò stesso colleghi ed amici.

Vari suoi lavori furono dati in luce negli Atti della nostra Accademia, ed in altre raccolte scientifiche. Un catalogo di questi lavori fa seguito ai presenti Cenni (2).

L'affetto nutrito dal Proja vivente a questa nostra scientifica associazione,

---

PELLINI || DI FULIGNO || CENNI || del Cav. || DOTT. BENEDETTO TROMPÈO || EDIZIONE SECONDA CORREDATA DI NOTE || CON UN CANTO || DI || ROSA TADDEI || ROMA || DALLA TIPOGRAFIA SALVIUCCI || 1841. pag. 3ª, lin. 2—11.

(1) ATTI || DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA || DE'NUOVI LINCEI || PUBBLICATI || CONFORME ALLA DECISIONE ACCADEMICA || *del* 22 *dicembre* 1850 || E COMPILATI DAL SEGRETARIO||TOMO II.—ANNO II.|| (1849) || ROMA || 1867||TIPOGRAFIA DELLE BELLE ARTI || Piazza Poli n. 91, pag. 18, lin. 11—26: pag. 19, lin. 1—3. SESSIONE Vª DEL 22 LUGLIO 1849.

(2) Vedi più oltre, pag. 204—208. — Nella compilazione di questo catalogo ho profittato di notizie gentilmente comunicatemi da varii amici e parenti del defunto.

ed al Sommo Pontefice che suscitolla a gloriosa esistenza, venne da lui addimostrato chiaramente allorquando nella Sessione del 5 marzo 1865 propose che fosse ad ogni Accademico distribuita la medaglia in bronzo propria della Accademia (1), siccome dietro unanime approvazione del corpo Accademico deliberante venne nell'anno stesso eseguito (2). Fu mente del Proja il ricordare ad ogni Accademico, con quella medaglia coniata già fino dall'anno 1847, per la effigie venerata del Sommo Pontefice Pio IX che portava nel suo dritto, la gratitudine dovuta da tutti al munificentissimo Fondatore; e per la Lince che avea nel suo rovescio, richiamare alla mente di ciascheduno il programma della istituzione antica, della quale il Sommo Pontefice volle rinnovato lo spirito insieme col nome.

Chi mai avrebbe detto, che scorsi appena sei anni sarebbe da taluno messa in non cale quella memoria gloriosa, della quale si tennero prima tutti per sommamente onorati ?

Il principe D. Baldassarre Odescalchi nella sua ben nota opera intitolata « *Memorie istorico-critiche dell'Accademia de' Lincei, e del Principe Federico* » *Cesi* », scrive (3):

> « L'insegna dell'Accademia fu
> » una Lince (o sia Lupo cerviero, come hanno detto e il Fabri
> » nelle note al Recchi, e lo Stelluti in quelle al suo Persio) in
> » atto di lacerare coi piedi il cerbero infernale cogli occhj ri-
> » volti e colla testa al cielo, col motto *sagacius ista*: la quale
> » insegna indicava che mentre studiavansi quelli Accademici di
> » penetrare più addentro che per lor si potesse nei secreti della
> » natura, intendevano di opprimere e quasi lacerare i vizj tutti
> » ed i malvagj costumi, ma che dal cielo soltanto e da Dio ogni
> » lume ed ogni scienza attendevano, la quale insegna è quella
> » appunto che incisa si scorge nel frontespizio di queste memo-
> » rie. Così quei filosofi diversi assai da quelli de'giorni nostri,
> » la religione consideravano non solo come la prima di tutte le
> » scienze, ma di più come l'unico fondamento sicuro, il prin-
> » cipio e la vera fonte di ogni dottrina ».

A queste immutabili dottrine, a questi principii professati dagli antichi Lincei, il Proja uniformò tutta la sua vita privata e pubblica, e le opere dal medesimo date alla luce ne costituiscono una prova evidentissima. Che se vi abbisognasse

---

(1) ATTI || DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA || DE'NUOVI LINCEI. ecc. TOMO XVII. — ANNO XVII. (1864—65), ecc., pag. 276, lin. 17—18.

(2) ATTI || DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA || DE'NUOVI LINCEI || PUBBLICATI || CONFORME ALLA DECISIONE ACCADEMICA || *del* 22 *dicembre* 1850 || E COMPILATI DAL SEGRETARIO || TOMO XVII. — ANNO XVII. || (1864—65) || ROMA || 1865 || TIPOGRAFIA DELLE BELLE ARTI || Piazza Poli n. 91, pag. 276. lin. 16—17. SESSIONE IV.ª DEL 5 MARZO 1865.

(3) MEMORIE || ISTORICO CRITICHE || DELL'ACCADEMIA || DE'LINCEI || E DEL || PRINCIPE FEDERICO CESI || SECONDO DUCA D'ACQUASANTA || FONDATORE E PRINCIPE DELLA MEDESIMA || *raccolte e scritte* || DA D. BALDASSARRE ODESCALCHI || DUCA DI CESI. || ROMA MDCCCVI || Nella Stamperia di Luigi Perego Salvioni || CON FACOLTA', pag. 14, lin. 3—17.

una conferma, la troveremmo noi nell'atto di adesione prestato dall'illustre estinto all'Accademia nostra, in occasione delle ultime disgraziate vicende politiche, per le quali, all' insaputa del corpo accademico deliberante essa si trovò minacciata nella propria esistenza. Il Proja non separandosi da quella parte cospicua dell'Accademia Pontificia de'Nuovi Lincei, che volle conservato col nome impostole dall'immortale suo Fondatore lo spirito ancora della istituzione antica, intervenne volenteroso alle nostre sedute.

Se non che la tornata del 16 aprile dovea essere l'ultima di quelle in che lo avemmo collega e testimonio della non smentita fede.

La lenta tabe che lo andava già da qualche tempo sordamente consumando, effetto forse della innervazione logorata pe' prolungati studii, gli aprì quasi senza avvertita sofferenza il sepolcro, ove pure scendendo coi conforti della religione, si ricordò dell'Accademia Pontificia de'Nuovi Lincei alla quale si pregiava di appartenere, legando alla medesima per testamento due pregevoli opere della privata sua libreria. L'una di queste, in francese, è *La Geòlogia e la Mineralogia nelle loro relazioni colla Teologia Naturale, di Guglielmo Buckland* (Due volumi ben legati, in 8°, adorni di molte tavole) (1): l'altra, in inglese, ha per titolo: *Esempi de'metodi di calcolo differenziale ed integrale di D. F. Gregory* (Un volume, in 8°, ben legato) (2). Il dono lasciato all'Accademia dal defonto collega conferma sempre più quanto intorno alla predilezione de'suoi studii ed alla perseverante rettitudine delle intenzioni sue venne da noi accennato. Nutriamo fiducia che il suo nome sarà ricordato sempre con lode dai cultori delle severe discipline e della letteratura. A noi intanto non resta che innalzare per lui una fervida preghiera al Padre Supremo delle misericordie, onde accoltolo nel porto della perpetua luce gli faccia godere in eterno quella pace che inutilmente sospirò di veder regnare sulla terra, mentre diciamo all'amico e collega l'ultimo *vale*.

---

(1) LA || GÉOLOGIE ET LA MINÉRALOGIE || DANS LEURS RAPPORTS || AVEC LA THÉOLOGIE NATURELLE, || PAR || LE RÉVÉREND DOCTEUR WILLIAM BUCKLAND, || CHANOINE DE L' EGLISE DU CHRIST, ET PROFESSEUR DE GÉOLOGIE ET DE MINÉRALOGIE || A L' UNIVERSITÉ D'OXFORD || traduit de l'anglais || PAR M. L. DOYÈRE, || LICENCIÉ ES-SCIENCES, PROFESSEUR SUPPLÉANT D'HISTOIRE NATURELLE || AU COLLÈGE ROYAL DE HENRI-QUATRE. || PARIS, || CROCHARD ET CIE, LIBRAIRES, || PLACE DE L'ÉCOLE-DE-MÉDECINE, 13 || 1838. Due tomi, in-8°.

(2) EXAMPLES || OF THE PROCESSES || OF THE DIFFERENTIAL AND INTEGRAL || CALCULUS || COLLECTED BY || D. F. GREGORY, M. A.; || FELLOW OF TRINITY COLLEGE. || CAMBRIDGE || PRINTED AT THE UNIVERSITY PRESS; || PUBLISHED BY J. & J. J. DEIGHTON; || AND || JOHN W. PARKER, LONDON. || M. DCCC. XLI. In 8°.

CATALOGO DEGLI SCRITTI DELL'AB. SALVATORE PROJA

I.

SCRITTI STAMPATI SEPARATAMENTE

1. TRATTATO || STORICO—TEORICO—PRATICO || *di* || CALENDARIO CATTOLICO || SCRITTO APPOSITAMENTE || DA SALVATORE PROJA || PROFESSORE DI FILOSOFIA || Nel Ven. Seminario de'Marsi || PER USO DEI SUOI ALLIEVI || ROMA || PRESSO ANTONIO BOULZALER || 1831. In 8.° di 64 pagine, delle quali le 1ª–6ª, 62ª–64ª non sono numerate, e le 7ª–61ª sono numerate coi numeri 7–61.
2. DELLA || DIVISIONE DEL TEMPO || IN GIORNI ED ORE || E DEGLI OROLOGI || COSÌ DETTI || ITALIANO E FRANCESE || COMMENTARIO || DI SALVATORE PROIA || ROMA || *Tipografia delle Belle Arti* || 1847. In 8.° di 18 pagine delle quali le 1ª–3ª non sono numerate, e le 4ª–18ª sono numerate coi numeri 4–18.

II.

SCRITTI INSERITI NELLA RACCOLTA INTITOLATA « GIORNALE || ARCADICO || DI || » SCIENZE. LETTERE ED ARTI. ROMA 1818—1871. 211 volumi in 8.° (1)

3. *Ricerche storico fisiche sul lago Fucino.*

Questo scritto, inserito nel volume intitolato « GIORNALE || ARCADICO || DI || SCIENZE, » LETTERE ED ARTI || TOMO LXXII. || GENNAJO E FEBBRAJO || 1834 e 1835. || ROMA || NELLA » STAMPERIA DEL GIORNALE ARCADICO || PRESSO ANTONIO BOULZALER. » (pag. 274, lin. 5–27; pag. 275–296), ha nel volume stesso (pag. 274, lin. 1–4) il titolo seguente: « *Ricerche storico fisiche sul lago Fucino. Memoria || letta in Roma nell'accademia » dei lincei il dì 18 || agosto 1834, da Salvatore Proja già professore di || filosofia e » matematica nel ven. Seminario di Rieti.* »

Lo scritto medesimo fu stampato separatamente in un opuscolo intitolato: « RICERCHE STORICO—FISICHE || SUL LAGO FUCINO || MEMORIA || LETTA IN ROMA || NELL'ACCADEMIA » DEI LINCEI IL DI' 18 AGOSTO 1834 || DA || SALVATORE PROJA || GIA' PROFESSORE DI FILO- » SOFIA E MATEMATICA || NEL VEN. SEMINARIO DI RIETI. || ROMA || TIPOGRAFIA BOULZALER || » 1835. » Quest'opuscolo è composto di 26 pagine delle quali le 1ª, 2ª, 26ª non sono numerate, e le 3ª–25ª sono numerate coi numeri 3–25. Nell'ultima di tali pagine si legge: « ARTICOLO || ESTRATTO DAL GIORNALE ARCADICO || NEL TOM. LXII. »

4. *Cenni intorno la cattedra di fisica sacra nell'archiginnasio romano.*

Questo scritto, inserito nel volume intitolato: « GIORNALE || ARCADICO || DI || SCIENZE » LETTERE ED ARTI || TOMO LXXIV || GENNAIO, FEBBRAIO E MARZO || 1838. || ROMA || TIPO- » GRAFIA DELLE BELLE ARTI || 1838. » (pag. 106, lin. 13–27; pag. 107–109; pag. 110, lin. 1–18), ha nel medesimo volume (pag. 105, lin. 11–12) il titolo seguente: « *Cenni intorno la cattedra di fisica sacra || nell' archiginnasio romano* », ed è firmato nel volume stesso (pag. 110, lin. 19) « S. PROJA ».

Il medesimo scritto fu stampato separatamente in un opuscolo intitolato « CENNI || INTORNO LA CATTEDRA || DI || FISICA SACRA || NELL' ARCHIGINNASIO ROMANO || SCRITTI » DALL'ABBATE || SALVATORE PROJA || GIA' SOSTITUTO A DETTA CATTEDRA || ROMA || TIPOGRA-

(1) Veggansi i numeri 13 e 14 del presente Catalogo.

» FIA DELLE BELLE ARTI || 1838. » Quest'opuscolo è composto di 8 pagine, delle quali le 1ª, 2ª, 8ª non sono numerate, e le 3ª–7ª sono numerate coi numeri 3–7. Nella ottava di queste otto pagine, non numerata, si legge: « Estratto dal Giornale Arca- » dico Tom. 74 ».

5. *Sopra lo stato, in che al presente si trovano in Roma le matematiche.*

Questo scritto, inserito nel volume intitolato: « GIORNALE || ARCADICO || DI || SCIENZE, » LETTERE ED ARTI || TOMO XCV. || APRILE, MAGGIO E GIUGNO || 1843. || ROMA || TIPOGRAFIA » DELLE BELLE ARTI || 1843 » (pag. 161, lin. 5–26; pag. 162–186), ha nel volume stesso (pag. 161, lin. 1–4) il titolo seguente: « *Sopra lo stato, in che al* » *presente si trovano in* || *Roma le matematiche. Lettera del professore* || *don Sal-* » *vatore Proia al nobil uomo sig. Giu-*||*seppe Devincenzi da Teramo.* »

Lo scritto medesimo fu stampato separatamente in un opuscolo intitolato « SOPRA » LO STATO || IN CHE AL PRESENTE SI TROVANO IN ROMA || LE MATEMATICHE || *LETTERA* || DI » SALVATORE PROJA || al nobil uomo || SIG. GIUSEPPE DE VINCENZI || DA TERAMO || ROMA || TIPO- » GRAFIA DELLE BELLE ARTI || 1843 », e composta di 28 pagine, delle quali le 1ª–3ª non sono numerate, e le 4ª–28ª sono numerate coi numeri 4–28.

6. *Sopra la vita e le opere del P. Andrea Caraffa della C. di G.*

Questo scritto, inserito nel volume intitolato: « GIORNALE || ARCADICO || DI || SCIENZE, » LETTERE ED ARTI || TOMO CVIII || LUGLIO, AGOSTO E SETTEMBRE || 1846 || ROMA || *Tipo-* » *grafia delle Belle Arti* || 1846. » (pag. 65, lin. 3–27; pag. 66–78), ha nel volume stesso (pag. 65, lin. 1–2) il titolo seguente: « *Sopra la vita e le opere* » *del P. Andrea Caraffa* || *della C. di G. Discorso di Salvatore Proja* ».

Lo scritto medesimo fu stampato separatamente in un opuscolo intitolato « SO- » PRA LA VITA E LE OPERE || DEL || P. ANDREA CARAFFA || DELLA COMPAGNIA DI GESU' || DI- » SCORSO || DI || SALVATORE PROJA || ROMA || *TIPOGRAFIA DELLE BELLE ARTI* || 1846 ». Quest'opuscolo è composto di 16 pagine, delle quali le 1ª–3ª non sono numerate, e le 4ª–16ª sono numerate coi numeri 4–16. Nelle linee 22–23 dell'ultima di tali pagine, numerata 16, si legge: « *Estratto dal Giornale Arcadico* || *Tom. CVIII*, 1846. »

7. *Urbano VIII e gli accademici Lincei.*

Questo scritto, inserito nel volume intitolato: « GIORNALE || ARCADICO || DI || » SCIENZE, LETTERE ED ARTI || TOMO CLIII || DELLA NUOVA SERIE || VII || GENNAIO E FEBBRAIO || » 1858 || ROMA || TIPOGRAFIA DI TITO AJANI || 1858 » (pag. 103, lin. 6–26; pag. 104–144), ha nel volume stesso (pag. 103, lin. 1–5) il titolo seguente: « *Urbano VIII e gli accademici Lincei.* || LETTERA || *al ch. cav. Gaetano Moroni, per* » *Salvatore Proja* || *socio ordinario della pontificia accademia de'* || *nuovi Lincei ec.* »

Lo scritto medesimo fu stampato separatamente in un opuscolo intitolato « UR- » BANO VIII || E GLI ACCADEMICI LINCEI || LETTERA || AL CH. CAV. GAETANO MORONI || PER || » SALVATORE AB. PROJA || *Socio ordinario della pontificia Accademia de'nuovi Lin-* » *cei,* || *professore nominato di Elementi di Matematica nella* || *Università Romana,* » *ripetitore di Scienze nel Collegio* || *Pamphilj, socio corrispondente della pontificia Ac-* » *cademia* || *Tiberina, dell'Accademia Pontaniana di Napoli, della* || *reale Accade-* » *mia di scienze e lettere di Palermo ec. ec.* || ROMA || TIPOGRAFIA DI TITO AJANI || 1858 ». Quest'opuscolo è composto di 46 pagine, delle quali le 1ª–3ª, 45ª, 46ª non sono numerate, e le 4ª–44ª sono numerate coi numeri 4–44. Nella 45ª di queste 46 pagine si legge: « *Estratto dal t. VII della nuova serie* || *del Giornale arcadico.* »

III.

SCRITTI INSERITI NELLA RACCOLTA INTITOLATA « L'ALBUM || GIORNALE LETTE- » RARIO || E DI BELLE ARTI » ROMA 1833—1861. 28 volumi in 4.°

8. *Biografia del prof. Domenico Quartaroni.*

Questo scritto, inserito nel volume intitolato: « L'ALBUM || GIORNALE LETTERARIO || » E DI BELLE ARTI || 7MO ANNO || ROMA. || Direzione dell'Album, corso 173 || TIPOG. » DELLE BELLE ARTI » (pag. 58, col. 1, lin. 34–61, col. 2; pag. 59; pag. 60, col. 1, lin. 1–5; col. 2, lin. 1–5), ha nel medesimo volume (pag. 58, col. 1, lin. 32–33), il titolo seguente: « BIOGRAFIA || DEL PROF. DOMENICO QUARTARONO », ed è firmato nel volume stesso (pag. 60, col. 2, lin. 5) « *Salvatore ab. Proja.* »

Di questo scritto fu eseguita una tiratura a parte intitolata: « NOTIZIE BIOGRAFICHE || » DEL PROFESSORE || DOMENICO QUARTARONI || BIBLIOTECARIO DELLA PAMPHILIANA || ROMA || » (Estratte dall'*Album* distrib. 8 anno VII). || MDCCCXL. », e composta di 8 pagine, in 8.°, delle quali le 1ª–3ª non sono numerate, e le 4ª–8ª sono numerate coi numeri 4–8.

9. *Necrologia del prof. Don Feliciano Scarpellini.*

Questo scritto, inserito nel detto volume intitolato: « L'ALBUM || GIORNALE, ecc. » 7MO ANNO » ecc. (pag. 337–339; pag. 340, col. 1, lin. 1–16), ha nel medesimo volume (pag. 337, lin. 1) il titolo seguente: « DON FELICIANO SCARPELLINI », ed è firmato nel volume stesso (pag. 340, col. 1, lin. 17) « *Salvatore Proja linceo.* »

Lo scritto medesimo fu stampato separatamente in un opuscolo intitolato « NE- » CROLOGIA || DEL PROFESSORE || D. FELICIANO SCARPELLINI || DI || SALVATORE PROJA || LIN- » CEO || *ESTRATTA DALL'ALBUM* || ROMA || TIPOGRAFIA DELLE BELLE ARTI || 1840 ». Quest'opuscolo e composto di 14 pagine, delle quali le 1ª–3ª, 12ª, 14ª, non sono numerate, e le 4ª–11ª, 13ª sono numerate coi numeri 4–11, 13.

10. *Storia dei nuovi pianeti dal* 1801 *al* 1815.

Questo scritto inserito nel volume intitolato « L'ALBUM || GIORNALE LETTERARIO || » E DI BELLE ARTI || XIX° ANNO || ROMA. || Direzione dell'Album, corso 433 || TIPOG. » DELLE BELLE ARTI » (pag. 5, col. 1, lin. 27–56, col. 2, pag. 6–8; pag. 13, col. 2, lin. 3–57; pag. 14, col. 1, col. 2, lin. 1–48, 50–54), ha nel medesimo volume (pag. 5, col. 1, lin. 26; pag. 13, col. 2, lin. 1) il titolo seguente: « STORIA DEI NUOVI PIANETI » DAL 1801 AL 1851 », ed è firmato nel volume stesso (pag. 8, col. 2, lin. 8; pag. 14, col. 2, lin. 49) « *Salvatore Proja.* »

Lo scritto medesimo fu stampato separatamente in un opuscolo intitolato: « STO- » RIA || DEI || NUOVI PIANETI || DAL || 1801 AL 1851 || PER || SALVATORE PROJA || Estratto » dall' Album di Roma, anno XIX. || ROMA || TIPOGRAFIA DELLE BELLE ARTI || 1852 ». Quest'opuscolo è composto di 16 pagine, delle quali le 1ª–3ª non sono numerate, e le 4ª–16ª sono numerate coi numeri 4–16.

IV.

Scritti inseriti nella raccolta intitolata ATTI || DELL' ACCADEMIA PONTIFICIA || DE' NUOVI LINCEI, ecc. ROMA 1850—1870. 19 volumi in 4.°

11. *Elogio funebre del Prof. D. Feliciano Scarpellini.*

Questo scritto è inserito nel volume intitolato: « ATTI || DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA || » DE'NUOVI LINCEI || PUBBLICATI || CONFORME ALLA DECISIONE ACCADEMICA || *del* 22 *dicembre* » 1850 || E COMPILATI DAL SEGRETARIO || TOMO V.—ANNO V. || (1851–52) || ROMA || 1852 || » TIPOGRAFIA DELLE BELLE ARTI || PIAZZA POLI N. 91 » (pag. 284, lin. 5–35; pag. 285–306; pag. 307, lin. 1–10. SESSIONE IIIª DEL 13 APRILE 1852). In questo volume (pag. 284, lin. 1–4) lo scritto stesso ha il titolo seguente: « *Elogio funebre del prof.* D. FE- » LICIANO SCARPELLINI *restauratore dell'accademia dei* || *Lincei, detto nella chiesa di* » *S. Maria in Ara-Coeli, il giorno* 24 *marzo* || 1852, *nelle solenni esequie dei Lincei* » *defonti, dal sacerdote* SALVATORE PROJA, || *uno dei* XXX *socj ordinari.* »

Il medesimo scritto fu stampato separatamente in un opuscolo intitolato « *Al-* » *l'onorata memoria* || DEL PROFESSORE || D. FELICIANO SCARPELLINI || *Restauratore del-* » *l'Accademia de' Lincei* || ELOGIO FUNEBRE || DETTO NELLA CHIESA DI S. MARIA IN ARA- » CAELI || NELLE SOLENNI ESEQUIE DE' LINCEI DEFUNTI || IL GIORNO 24 MARZO 1852 || DAL » SACERDOTE SALVATORE PROJA || Uno dei XXX lincei ordinarj || E socio di altre » accademie scientifiche e letterarie di Roma e di fuori || ROMA || TIPOGRAFIA DELLE » BELLE ARTI || 1853 || PIAZZA POLI N.° 91. » Quest'opuscolo è composto di 28 pagine, delle quali le 1ª–3ª, 27ª–28ª non sono numerate, e le 4ª–26ª sono numerate coi numeri 4–26. Nella 27ª di queste 28 pagine si legge « Dagli Atti » della Accademia Pontificia de' Nuovi Lincei || Anno V. Sessione III del 13 » aprile 1852. »

12. *Sopra alcune delle più rare opere degli antichi Lincei, le quali si trovano nella Biblioteca Lancisiana di S. Spirito.*

Questo scritto è inserito nel volume intitolato: « ATTI || DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA || » DE' NUOVI LINCEI || PUBBLICATI || CONFORME ALLA DECISIONE ACCADEMICA || *del 22 dicembre* » 1850 || E COMPILATI DAL SEGRETARIO || TOMO XII.–ANNO XII. || (1858–59) || ROMA || 1859 || » TIPOGRAFIA DELLE BELLE ARTI || Piazza Poli n. 91 », (pag. 100, lin. 24–35; pag. 101–103; pag. 104, lin. 1–12. SESSIONE IIª DEL 2 GENNARO 1859). In questo volume (pag. 100, lin. 22–23) lo scritto stesso ha il titolo seguente: « *Sopra alcune* » *delle più rare opere degli antichi Lincei, le quali si trovano nella* || *Biblioteca Lan-* » *cisiana di S. Spirito. Communicazione del prof.* D. SALVA-||TORE PROJA. »

Il medesimo scritto fu stampato separatamente in un opuscolo intitolato « ATTI » DELL' ACCADEMIA PONTIFICIA DEI NUOVI LINCEI || Estratta dagli *Atti dell' Accademia* » *Pontificia dei Nuovi Lincei* || Sessione II, del 2 gennaro 1859. || *Sopra alcu-* » *na delle più rare opere degli antichi Lincei, le quali* || *si trovano nella Biblio-* » *teca Lancisiana di S. Spirito.* || COMUNICAZIONE DEL PROF. D. SALVATORE PROJA. || » BIBLIOTECARIO LANCISIANO. » Quest'opuscolo è composto di 8 pagine, la prima delle quali non è numerata, e le 2ª–4ª sono numerate coi numeri 2–4.

13. *Ricerche critico-bibliografiche intorno alla* Storia naturale del Messico *di Fr. Fernandez esposta in dieci libri da N. A. Recchi, ed illustrata dagli accademici Lincei.*

Questo scritto è inserito nel volume intitolato: « ATTI || DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA || » DE' NUOVI LINCEI || PUBBLICATI || CONFORME ALLA DECISIONE ACCADEMICA || *del 22 dicembre* » 1850 || E COMPILATI DAL SEGRETARIO || TOMO XIII. – ANNO XIII. || (1859–60) || ROMA || » 1860 || TIPOGRAFIA DELLE BELLE ARTI || Piazza Poli n. 91 » (pag. 441, lin. 17–31; pag. 442–477. SESSIONE VIIª DEL 10 GIUGNO 1860). In questo volume (pag. 441, lin. 8–10) lo stesso scritto ha il titolo seguente: « *Ricerche critico-bibliografiche in-* » *torno alla* Storia naturale del Messico *di Fr.* || *Hernandez esposta in dieci libri* » *da N. A. Recchi ed illustrata dagli Acca-*||*demici Lincei. – Memoria del prof.* » *D. SALVATORE PROJA.* » (1)

---

(1) Questo scritto trovasi ristampato nel volume intitolato « GIORNALE || ARCADICO || DI || SCIEN- » ZE, LETTERE ED ARTI || TOMO CLXVII || DELLA NUOVA SERIE || XXI || MAGGIO E GIUGNO || 1860 » (pag. 121, lin. 11—28, pag. 122—180), nel qual volume lo scritto medesimo (pag. 121, lin. 1—10) ha il titolo seguente « *Ricerche critico-biografiche intorno alla storia naturale* || *del Messico di* » *Fr. Hernandez, esposta in dieci libri* || *da Nardo Antonio Recchi, illustrata da Gio. Fabri* || » *e Fabio Colonna, e corredato delle tavole filosofiche* || *di Federico Cesi. Memoria presentata al-* » *l'accademia* || *pontificia de' nuovi Lincei nella sessione del 10* || *giugno 1860, dal socio ordina-* » *rio e membro del* || *comitato accademico Salvatore ab. Proja bibliote-*||*cario lancisiano e pro-* » *fessore titolare di algebra e* || *geometria nell'università romana.* »

Il medesimo scritto fu stampato separatamente in un opuscolo intitolato « RICERCHE CRITICO-BIBLIOGRAFICHE || INTORNO || ALLA STORIA NATURALE DEL MESSICO DI FR. » HERNANDEZ || ESPOSTA IN DIECI LIBRI DA NARDO ANTONIO RECCHI, || ILLUSTRATA DA GIO. » TERRENZIO, GIO. FABRI, E FABIO COLONNA || E CORREDATA DELLE TAVOLE FITOSOFICHE DI » FEDERICO CESI. || MEMORIA || PRESENTATA ALL'ACCADEMIA PONTIFICIA DE'NUOVI LINCEI || NELLA » SESSIONE DEL 10 GIUGNO 1860 || DAL SOCIO ORDINARIO E MEMBRO DEL COMITATO ACCA- » DEMICO || SALVATORE AB. PROJA || BIBLIOTECARIO LANCISIANO E PROFESSORE TITOLARE DI » ALGEBRA E GEOMETRIA || NELL'UNIVERSITA' ROMANA. || ROMA || TIPOGRAFIA DELLE BELLE ARTI || » 1860. » Quest'opuscolo è composto di 40 pagine, delle quali le 1ª–3ª, 34ª, 40ª non sono numerate, e le 4ª–33ª, 35ª–39ª sono numerate coi numeri 4–33, 35–39. Nella 40ª di queste 40 pagine si legge: « Estratta dagli Atti dell'Accademia pon- » tificia de'Nuovi Lincei || Anno XIII, Sessione VII del 10 giugno 1860. »

14. *Sopra la proposta dell' imperiale consigliere di stato dott. Maedler per la riforma del calendario russo.*

Questo scritto è inserito nel volume intitolato: « ATTI || DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA || » DE'NUOVI LINCEI || PUBBLICATI || CONFORME ALLA DECISIONE ACCADEMICA || *del 22 dicembre* » 1850 || E COMPILATI DAL SEGRETARIO || TOMO XX.—ANNO XX. || (1866–67) || ROMA || 1867 || » TIPOGRAFIA DELLE BELLE ARTI || Piazza Poli n. 91, » (pag. 59, lin. 10–26; pag. 60–66; pag. 67, lin. 1–11. SESSIONE IIª DEL 13 GENNAIO 1867). In questo volume (pag. 59, lin. 8–9) lo scritto medesimo ha il titolo seguente: « *Sopra la proposta* » *dell'imperiale consigliere di stato dott. Maedler per la ri-* || *forma del calendario* » *russo. Nota del prof.* SALVATORE *ab.* PROJA. » (1)

15. *Sopra una medaglia onoraria del principe Federico Cesi.*

Questo scritto è inserito nel volume intitolato: « ATTI || DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA || » DE'NUOVI LINCEI || PUBBLICATI || CONFORME ALLA DECISIONE ACCADEMICA || *del 22 dicembre* » 1850 || E COMPILATI DAL SEGRETARIO || TOMO XXII.— ANNO XXII. || (1868–1869) || ROMA » » 1869 || TIPOGRAFIA DELLE BELLE ARTI || Piazza Poli n. 91 » (pag. 17, lin. 10–26; pag. 18–23. SESSIONE IIª DEL 3 GENNARO 1869). In questo volume (pag. 17, lin. 8–9) lo scritto stesso ha il titolo seguente: « *Sopra una medaglia onoraria del prin-* » *cipe Federico Cesi. Parole del socio* || *ordinario Salvatore ab. Proja.* »

Il medesimo scritto fu stampato separatamente in un opuscolo intitolato « ATTI || DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA || DE'NUOVI LINCEI || SESSIONE II.ª DEL 3 GENNARO 1869 || » PRESIDENZA DEL SIG. CAV. BENEDETTO VIALE PRELA' || MEMORIE E COMUNICAZIONI || DEI » SOCI ORDINARI E DEI CORRISPONDENTI || *Sopra una medaglia onoraria del principe* » *Federico Cesi. — Parole del socio* || *ordinario Salvatore ab. Proja.* » Quest'opuscolo è composto di 8 pagine, delle quali le 1ª, 8ª non sono numerate, e le 2ª–7ª sono numerate coi numeri 2–7.

---

(1) Questo scritto trovasi ristampato nel volume intitolato « GIORNALE || ARCADICO || DI || SCIEN- » ZE, || LETTERE ED ARTI || TOMO CXCVI || DELLA NUOVA SERIE || LI || LUGLIO E AGOSTO || 1867 || RO- » MA || TIPOGRAFIA DELLE BELLE ARTI || 1867 » (pag. 179, lin. 6—27; pag. 180—192), nel qual volume (pag. 179, lin. 1—5) lo scritto medesimo ha il titolo seguente: « *Sopra la proposta del-* » *l'imperiale consigliere di stato* || *dott. Maedler per la riforma del calendario russo.* || *Nota letta* » *nell'accademia pontificia dei Nuovi* || *Lincei il dì 13 gennaio 1867 dal socio ordina-* || *rio Salva-* » *tore ab. Proja.* »

SCRITTI PRESENTATI

Il P. Angelo Secchi presenta una memoria del P. Carlo Braun d. C. d. G., Professore Supplente di astronomia nel Collegio Germanico-Ungarico, intitolato « *Studi sopra gli strumenti magnetici* ».

L'Accademia nomina una Commissione composta dello stesso P. Secchi, e dei Prof.i P. F. S. Provenzali e Mattia Azzarelli, incaricandola di fare un rapporto intorno a questa memoria.

COMITATO SEGRETO

Viene letta una lettera del Ch. Professore Ignazio Cugnoni socio aggiunto all'Accademia Pontificia de'Nuovi Lincei, diretta al Sig. Comm. Prof. Benedetto Viale-Prelà Presidente della medesima nella quale dichiara ch' egli « intende seguire quella parte più eletta e più saggia la quale se per prin- » cipii di gratitudine e di giustizia ha dovuto abbandonare l'antica sede del » Campidoglio, è sempre fregiata di un titolo che altamente la onora ».

CORRISPONDENZA

Col giorno 6 Giugno corrente essendo compiuto il biennio che gli Statuti assegnano alla durata della Presidenza, il Ch. Sig. Prof. Comm. Benedetto Viale-Prelà raccolta l'Accademia in Comitato segreto la pregò, lasciando il seggio presidenziale, a procedere alla elezione di quei che dovesse succedergli. L'Accademia peraltro aderendo all' articolo VIII Titolo III degli Statuti sopra accennati, per il quale viene fatta autorizzazione alla medesima di confermare in carica per quanto voglia colui che ebbe chiamato a presiedere alle sessioni del biennio spirante, elesse nuovamente per acclamazione a quell'onore il Ch. Comm. Viale-Prelà, salva sempre l' approvazione del Sommo Pontefice.

L'adunanza aperta legalmente alle ore cinque pom., fu chiusa alle sette.

SOCJ PRESENTI A QUESTA SESSIONE

Comm. B. Viale-Prelà Presidente – Monsignor F. Nardi – Can.° Conte Castracane degli Antelminelli – P. A. Secchi – Contessa E. Fiorini-Mazzanti – Monsignor B. Tortolini – Ab. O. Astolfi – Prof. M. Azzarelli – B. Boncompagni – Prof. F. S. Provenzali – Prof. T. Armellini – Mons. F. Regnani – Prof. M. S. De Rossi – Prof. F. Rudel – Prof. V. Diorio.

OPERE VENUTE IN DONO

LA || GÉOLOGIE ET LA MINÉRALOGIE || DANS LEURS RAPPORTS || AVEC LA THÉOLOGIE NATURELLE, || PAR || LE RÉVÉREND DOCTEUR WILLIAM BUCKLAND, ecc. traduit de l'anglais || PAR M. L. DOYÈRE, ecc. PARIS, || CROCHARD ET CIE, ecc. 1838. Due tomi, in 8.°

EXAMPLES || OF THE PROCESSES OF THE || DIFFERENTIAL AND INTEGRAL || CALCULUS. || COLLECTED BY || D. F. GREGORY, ecc. CAMBRIDGE || *PRINTED AT THE UNIVERSITY PRESS*, ecc. M. DCCC. XLI. In 8.°

BULLETTINO || DI || BIBLIOGRAFIA E DI STORIA || DELLE || SCIENZE MATEMATICHE E FISICHE || PUBBLICATO || DA B. BONCOMPAGNI, ecc. ROMA || TIPOGRAFIA DELLE SCIENZE MATEMATICHE E FISICHE, ecc. 1870. (TOMO III. NOVEMBRE e DICEMBRE 1870).

NOTICE BIOGRAPHIQUE || SUR || BERNARD RIEMANN || PAR M. ERNEST SCHERING, ecc. TRADUITE DE L'ALLEMAND || PAR LE DR. PAUL MANSION || ET SUIVIE D'UN CATALOGUE DES TRAVAUX || DE B. RIEMANN || EXTRAIT DU *BULLETTINO DI BIBLIOGRAFIA E DI STORIA* || *DELLE SCIENZE MATEMATICHE E FISICHE* || TOME III. — NOVEMBRE 1870 || ROME, ecc. 1870. In 4.°

ATTI
DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA DE'NUOVI LINCEI

SESSIONE Va DEL 9 LUGLIO 1871

PRESIDENZA DEL REV. P. ANGELO SECCHI

MEMORIE E COMUNICAZIONI
DEI SOCI ORDINARI E DEI CORRISPONDENTI.

SULLA DISTRIBUZIONE DELLE PROTUBERANZE NEL DISCO SOLARE
SECONDA COMUNICAZIONE

DEL P. A. SECCHI.

Nella comunicazione precedente diedi parte all'Accademia della scoperta fatta intorno alla distribuzione delle protuberanze, e coll'esempio di due rotazioni mostrai esistere un secondo massimo nella regione vicina ai poli, a distanza di 20° in 30° da essi. Mostrai ancora che questa zona combina con quella che nella corona è sì bene decisa per li pennacchi più distinti.

Il soggetto era troppo importante per non fidarsi di due sole rotazioni, e lo stabilire più fondatamente questa legge dovrà esser lavoro di qualche anno. Ho quindi deciso di continuare finchè potrò questo faticoso lavoro, e oggi stesso presento le osservazioni di una terza rotazione. In essa si verifica a puntino quanto fu trovato nelle altre, e perciò credo non esser presunzione il dire che questa è una vera legge, come si vede dal relativo quadro. Ma uno studio adequato di questo problema include molti elementi: 1° è il numero delle protuberanze;, 2° la loro altezza; 3° la loro larghezza o estensione.

Bisogna premettere che noi non potendo vedere che quelle protuberanze che sono sull'orlo, le cose ci si presentano sotto un aspetto che è tutto diverso dal vero. Primieramente la projezione di una parte sull'altra, in quelle che sono

un pò vaste, produce una indicibile confusione. Quindi il numero è incerto, perchè quelle che ci si presentano in gruppi sullo stesso piano visuale, possono essere collocate a diverse distanze che per noi riescono impossibili a riconoscere. Si contano talora in una sola protuberanza 6 a 7 centri di eruzione o getti, ma chi ci dice che sono tutti situati nel piano del meridiano che termina il disco solare? Tutt'altro dobbiamo credere. Di là quegli incrociamenti indescrivibili di correnti e di getti, su la cui costituzione gli osservatori più distinti non sono ancora d'accordo.

In 2° luogo l'altezza loro è non meno incerta per le sfumature, per lo stato del cielo, per le incrociature che subiscono. Secondo l'allargamento maggiore o minore della fessura varia l'altezza. Col cielo più o meno chiaro e con un velo talora impercettibile si trova tutto sparire: una luce chiara illumina il campo e tutto svanisce. È del sole o dell'aria nostra? credo di ambedue. E le misure per ciò diventano estremamente dubbie. In 3° luogo l'estensione è arbitraria, perchè chi conterà per una protuberanza un gruppo di più getti, chi vorrà che siano tante protuberanze quanti i getti. Chi formerà una protuberanza di ogni piccola eminenza della cromosfera e chi nò. Accadrà qui come nelle macchie, che all'ingrosso si potrà fissare un più e meno, ma in particolare vi si saranno tanti computi quanti osservatori. E mentre uno misura a fessura stretta e l'altro a fessura larga, non potranno mai convenire. Io per me, non ho notato come protuberanza se non quelle che erano alte da 25″ in 30″, salvo il caso di vivacità straordinaria. La lunghezza poi è anche incerta, perchè le masse non sono sempre ben terminate al basso ove si confondono colla cromosfera, e in alto hanno pennacchi, sfumature, e filamenti che lasciano enormi incertezze.

Ho voluto toccare queste difficoltà, perchè se ora che questo studio da più d'uno è coltivato, dopo che se ne è fatta vedere l'importanza, non si credano le divergenze numeriche o descrittive difetto di osservazione e dell'osservatore; ciò è difficoltà intrinseca del lavoro.

Credo pertanto di dovere qui riportare il riassunto de' quadri finali, per ciò che riguarda il periodo delle 3 rotazioni passate, e appresso far seguire il risultato da alcune considerazioni sulla natura delle protuberanze e vedere di toccare quei punti su cui i diversi osservatori sono discordanti per vedere se possono conciliarsi.

La tav. 1.ª dà la descrizione generale delle protuberanze, e di questa non sarà inutile dare un riassunto giornaliero numerico. Il confronto di alcuni giorni comunicati a me dal sig. Tacchini fa vedere che nella numerazione de'gruppi egli usa un frazionamento maggiore, e calcola il doppio all'incirca.

RIASSUNTO DEL NUMERO DELLE PROTUBERANZE OSSERVATE IN CIASCUN GIORNO DAL 23 APRILE AL 16 LUGLIO.

N. B. — Nei primi due o tre giorni forse qualcuna fu ommessa: nei giorni molto cattivi e di nubi sparse qualcuna pure può essere sfuggita. * significa incompleta.

Aprile	Prot.	Maggio	Prot.	Maggio	Prot.	Giugno	Prot.	Giugno	Prot.	Luglio	Prot.
23	12	7	15	22	17	5	13	20	10	4	13
—	—	—	—	23	17	6	15	21	14	5	12
25	16	9	16	24	18	—	—	22	14	6	14
26	13	10	14	25	17	8	13	23	18	7	13
27	20	11	13	26	15	9	18	24	10	8	12
28	4*	12	13	27	13	10	10	25	16	9	14
29	12	13	13*	28	14	11	12	26	12	10	16
30	17	—	—	29	14	—	—	—	—	11	16
Maggio		15	18	30	16	13	18	28	18	12	17
1	13	16	13	31	10	14	16	29	20	13	17
2	16	—	—	Giugno		15	16	30	16	14	13
3	9	18	17	1	12	16	17	Luglio		15	17
4	17	19	9*	2	17	17	15	1	17		
5	17	20	18	3	12	18	15	2	17		
6	17	21	18	4	14	19	16	3	15		

N. B. Profittando del ritardo della stampa si è protratto il quadro fino al complemento delle tre rotazioni anche alcuni giorni dopo la seduta accademica.

TAVOLA A.

RIASSUNTO DELLE ALTEZZE PER LE TRE ROTAZIONI (a)

	Em.° Nord									Em.° Sud								
	da 90°	80	70	60	50	40	30	20	10	da 0°	10	20	30	40	50	60	70	80
	a 80°	70	60	50	40	30	20	10	0	a 10	20	30	40	50	60	70	80	90
Rot. 1.ª	3	4	5	11	6	12	17	10	9	17	19	15	13	11	5	8	11	4
	7	8	6	11	7	8	14	11	8	19	17	13	10	11	2	9	9	8
Rot. 2.ª	2	18	11	4	7	13	14	14	13	13	19	12	13	14	5	16	7	1
	4	14	7	7	7	15	13	2	13	15	16	16	8	11	4	8	11	8
Rot. 3.ª	6	13	11	5	10	14	12	13	13	14	16	12	13	10	3	9	16	5
	10	10	2	3	11	12	15	11	16	10	14	14	13	9	9	6	19	7
Somme	32	67	42	41	48	74	85	71	72	88	101	85	70	66	28	56	63	33
Altez. med. in secondi	53″	54	53	60	52	43	55	53	54	56	55	63	54	50	43	51	54	44
Numero delle facole	2	7	12	34	69	110	129	109	54	105	144	135	92	47	26	24	9	4

(a) L'unità di altezza è 1^{mm} sulla figura, che equivale a 8″.

TAVOLA B.

RIASSUNTO DELLE TRE ROTAZIONI PER LE LARGHEZZE																		
	Em.° Nord									Em.° Sud								
	da 90°	80	70	60	50	40	30	20	10	da 0°	10	20	30	40	50	60	70	80
	a 80°	70	60	50	40	30	20	10	0	a 10°	20	30	40	50	60	70	80	90
Rot. 1.ª	3	4	3	13	5	15	19	10	10	19	19	14	12	12	3	9	11	4
	9	8	7	9	8	6	13	12	9	16	16	13	10	10	6	7	10	8
Rot. 2.ª	2	18	12	4	7	15	15	17	13	16	18	9	15	13	6	16	8	1
	3	15	7	8	8	17	12	12	13	15	15	17	11	9	3	10	12	7
Rot. 3.ª	8	14	11	5	11	12	14	13	14	15	16	15	16	11	4	8	17	6
	11	10	1	4	11	19	15	11	16	11	14	16	13	10	8	5	20	8
Somma	36	69	41	43	50	85	88	85	75	92	98	84	77	65	30	55	78	34
Em.° N = 572					Em.° S = 613					Totale 1185								

Sulla distinzione delle protuberanze.

Fino dal principio abbiamo distinto le protuberanze in due classi; in quelle a getto e in quelle a nebulosità. Ma procedendo in questo studio è necessario schiarire meglio questi due caratteri.

Dei getti vi sono due specie. Gli uni piccoli e bassi, ma vivacissimi di una intensità luminosa straordinaria. Sono per lo più simili a fiamme vive, ma talora trovansi terminati a filamenti duri, netti, diritti e precisi come tante punte di spada. Questi sono per lo più visibili nelle vicinanze immediate delle macchie, e contengono altre sostanze oltre l'idrogeno. La seconda specie è di que'getti composti di filamenti finissimi e talora leggermente incurvati con graziosa curvatura; talvolta isolati, e talvolta uniti a 2 e 3 e fino a 4 e 5 insieme, che formano le protuberanze usuali. Quando sono forti e violenti, si alzano normalmente all' orlo del sole lasciando in basso tra loro degli intervalli oscuri, mentre le loro chiome si intrecciano in mille guise, formano un reticolato difficile a decifrare, perchè un getto incontrandosi e projettandosi sull'altro ne nasce una confusione indescrivibile.

L'aspetto di questi getti secondo alcuni è quello di una nube, le loro forme secondo altri sono state paragonati agli alberi. Qual è la vera struttura che

sta sotto tali apparenze ? La struttura continua della penombra delle macchie, che fu poi da noi trovata risolubile, ci avea messo in sospetto che altrettanto potesse accadere di queste pretese nubi, e abbiamo avuto finalmente in questi ultimi giorni la prova dirò così della loro risolubilità. In queste masse bisogna distinguere la cima superiore dal tronco e dalle ramificazioni principali : quella è realmente nubiforme, ma questi ultimi sono tutti a struttura filamentosa. La loro uniforme struttura nubiforme è un effetto della confusione prodotta dall'aria cattiva. Osservando nel mattino di buon ora in estate e innanzi che l'aria si guastasse, in giorni calmi e sereni, non è mai mancata la risolubilità filiforme di quelle masse che spuntano come fasci di filamenti leggermente incurvate, e dove 3, 4 e più getti si mostrano uniti alla cima da archi. Questi filamenti però sono diversi da quelli che vedonsi ne'getti vivi e raggianti. Essi sono di struttura tenuissima e rassomigliano piuttosto que'massi di cirri che strascinati da venti violenti si vedono talora nella nostra atmosfera elevata. I fili per lo più sorgono stretti e compatti più o meno obliquamente fino a certa altezza, giunti alla quale le cime si piegano a quanto pare per forti correnti aeree ivi dominanti, e in questa altezza imitano talora la ramificazione arborea. I loro strascichi sono in generale rivolti tutti nello stesso senso, e a fili paralleli , o leggermente divergenti. L'obliquità di questi ammassi di fili varia assai : essa è assai piccola ai poli ove i fili restano quasi verticali all'Equatore è incerta pendendo ora da un lato, ora dall'altro. Nelle medie latitudini la maggior parte è rivolta al polo, tranne presso le macchie, ove i fasci sembrano inclinarsi verso i nuclei. Alla cima ove finisce la struttura filare, si ha spesso la struttura nebulosa incerta, e che richiama l'idea di deboli cumuli. Questa struttura filare si è veduta da noi spesso anche nelle nubi isolate, la cui parte inferiore è spesso disposta a fili pendenti senza arrivare a toccare la cromosfera, e rassomigliano allora a una pioggia discendente che non tocca il suolo. Questa struttura è pure confermata dalle osservazioni del sig. Tacchini, il quale ne trae argomento per negare la natura eruttiva di tali getti. Su di ciò aspettando nuove ricerche, mi contenterò qui di accennare che questi fatti cominciano a gettar lume sulla controversa struttura delle protuberanze.

L'influenza dell'aria, se è tanto sensibile, più lo è la qualità degli strumenti. Ho voluto farne un saggio collo studiare al nostro spettroscopio una bella massa di tali getti col metodo di Christiansen; ora ho trovato così che la forma della massa era talmente diversa che diveniva appena riconoscibile. Per alcune particolarità strumentali questo metodo non può da me usarsi permanentemente, ma spero che esse presto saranno superate, e che potrò avere

una chiave per comprendere le diversità delle figure che si trovano tra i diversi osservatori.

Abbiamo adunque tre classi di protuberanze ben distinte, 1° quelle a getti vivi, corti e grossi, isolati e bassi e per lo più divergenti. 2° quelle a struttura filamentosa e meno vivace, enormemente più alte, ma meno lucide. 3° finalmente la struttura a nubi cumuliformi.

In una prossima seduta darò conto di altri risultati, ed esporrò il progetto di una classificazione più particolareggiata divenuta ormai necessaria per intenderci.

N. B. – Seguono le tavole. Per le altre veggasi il fascicolo della Sessione precedente.

TAVOLA I. (*Continua*)

POSIZIONE, ALTEZZA, LARGHEZZA E CARATTERI DELLE PROTUBERANZE E DELLE FACOLE

POSIZIONE	ALT.	LAR.	CARATTERE E NOTE
30 Aprile			A 0h 50m fig. incompleta
18 a 45°	3	27°	piccoli getti
67	12	17	getto e nube ripiegato
90 a 114	3	24	gettarelli bassi
117	6	2	getti belli
121	5	2	getto pred.
140 a 150	3	16	gettarelli
174	2	10	idem
203	5	10	nube al polo
250	12	7	nube viva e getti presso la macchia
259	7	3	getto vivo su una facola viva della macchia
290	3	20	crom. viva
320	3	16	idem
Facole da 350 a 8			
93 a 108			
144 a 156			
220 a 232			
244 a 267			
280 a 308			
1 Maggio			A 0h 42m
55°	3	16	gettarelli
62	4	3	getti bassi
71	5	4	getti attorno alla macchia preced.
80	7	5	getti dopo la macchia, valle sulla macchia
100	3	20°	crom. viva
113	5	2	getto
176	3	8	nube bassa
195	5	12	nube bassa viva (la polare ha due cime)
221	6	4	getti e nubi
231	6	7	nube con. lar. alla base, al lim. della zona p.
255	3	3	nubi e getti
264	7	4	getto bello obliquo vivo
297	4	6	viva nube su le facole vicine
Facole da 37 a 55			
63 a 76			
94 a 119			
162 1° lim. d. zona pol.			
220 2° idem			
344 a 361			
290 a 324			
2 Maggio			Da 10h 15m a 11h 20m ant.
68	5	10	nube e getto presso la macchia
74	4	8	nubi basse in direzione della macchia
113	6	3	get. v. su una fac. da 103 a q. tutti gettarelli
117	4	3	nube bassa
126	4	5	idem
133	4	5	idem
180	8	10	n. al polo propr. bassa presso il prom. di f.
197	9	8	nube discr. da polare
213	4	5	nube ad arco
225 a 240	3	15	crom. viva
252	8	4	viva sulla facola prima della macchia
263	10	6	nube viva sulla facola della macchia
280	4	3	la m. è all'orlo sulla m., bassa oscill. import.
341	10	6	nube debole
348	10	5	idem
Facole da 67 a 82			
102 a 112			
155 limite 1° d. z. polare			
187 promontorio			
216 limite 2°			
237 a 264			
290 a 322			
12 a 25			

POSIZIONE	ALT.	LAR.	CARATTERE E NOTE
3 Maggio			Dalle 8h 40m alle 9h 55m
63	15	19°	gr. ammasso di nubi alte reticolate
106	8	15	idem
145	5	4	getti vivi
183	6	6	nube della polare al limite
222	5	8	tre nubi med. al promontorio di facole
261	8	14	nubi e getti sulle facole
312	4	5	nubi e getti bassi
329	5	3	getti e nubi
345	5	10	nubi
Facole da 55 a 79			
94 a 117			
134 a 136			
180 limite polare 1°			
218 promontorio			
235 limite polare 2°			
247 a 261			
285 a 306			
4 Maggio			Dalle 9h 35m alle 10h 40m fig. incompleta
62	10	17	grande ammasso di nubi alte su le facole
96	4	8	gettarelli sulle facole
106	4	10	nube viva sulle facole
115	5	3	nube viva sulle facole
120	5	8	nube viva
165	5	6	nube debole limite zona polare
180	5	7	nube bella al polo
224	3	3	gettarelli bassi
242	4	3	due piccole nubi al limite della zona
254	10	5	getto vivo alto, obliquo, e nube sulle facole
262	4	5	nube
290	8	6	nube alta viva
300	6	5	nubi e getti obliq. alti
313	12	5	getti alti assai; durano poco.
325	3	8	gettarelli
340 a 350	3	10	idem
Facole da 58 a 70			
92 a 122 vive			
172 1° lim. zona polare			
214 promontorio			
237 2° lim.			
243 a 277			
287 a 289			
305 a 330			
5 Maggio			Dalle 8h 35m ant. alle 9h 30m
3 a 12	3	9	gettarelli
52	10	6	nube alta
97	7	3	getti accanto a una macchia
111	15	7	nube larga alla base e getto obliquo
123	12	4	nube isolata } questo è vicino
130	8	5	g. da cui forse la n. } alle facole
158	5	3	getti vivi
180	3	8	p. getti all'orlo della zona polare
230	10	4	getto forte con nube ripiegata
263	8	8	getti e nubi
270 a 290	3	20	gettarelli vivi
296	5	5	nubi presso le facole
330	5	10	nubi
Facole da 46 a 56			
107 a 123			
149 a 158			
183 1° orlo lim. della zona			
217 promontorio			
232 lim. e facole fino a 272			
280 a 287			
296 a 315			

TAVOLA I. (*Continua*)

POSIZIONE, ALTEZZA, LARGHEZZA E CARATTERI DELLE PROTUBERANZE E DELLE FACOLE

POSIZIONE	ALT.	LAR.	CARATTERE E NOTE
6 Maggio			Da 8h 10m a 9h 45m
16	5	8	nube leggera
35	5	4	nube
43	5	3	piccola nube
51	8	3	getto forte vivo incl.°
76	10	8	getti e nubi segue crom. V. per 18
98	3	3	nube
107	13	3	getto forte obliquo
123	14	7	getto vivo con alta nube obliqua
150	4	6	crom. vivo e piccoli getti
173	5	5	nube debole
199	4	3	nube debole
241	16	1 a 5	getto piccolo alla base, largo in cima 5"
267	5	5	nube e piccoli getti
298 a 315	3	17	crom. vivo nelle facole
343	8	12	nube debole, ma lunghissima
			Facole da 100 a 130
			255 a 268
			295 a 314 attorno una macchia
7 Maggio			Da 8h 50m a 10h 20m
36	4	5	nube bassa
65	10	7	nube alta con 3 archi e 3 getti
79	10	2	getto fino, debole, obliquo
89 a 110	3	31	crom. viva a gettarelli
120	4	3	nubi e getti
134	6	3	getti vivi
168	5	4	nube fiacca al limite della zona polare
200	4	2	piccola nube al promontorio
246	12	4	getto vivo e nube obliqua
310	4	3	nube viva sfumata
326	4	4	nube debole
358	12	10	ammasso alto di nubi deboli
			Facole da 66 a 82
			100 a 121
			172 1.° lim. della zona polare
			202 promontorio
			253 2.° lim.
			248 a 261
			286 a 290
			301 a 320
8 Maggio			Da 8h 30m a 10h 20m
31	4	3	nube piccola
60	10	6	nube staccata e getti sotto
71	10	3	getti vivissimi
79	4	7	getti bassi vivissimi
94 a 105	3	11	crom. viva a gettarelli
125	5	5	nube sfumata
137	10	5	nube alta pallida
152	5	5	nube pallida
163	10	6	nube alta pallida al limite 1.°
241	4	1	piccolo getto
259	6	3	nube e getto sulle facole
265	4	5	getto e nube obliqua
272	5	5	getto e nube
300	6	4	massa lucida assai
320	7	5	nubi lucide
352	12	10	nube alta obliqua
			Facole da 62 a 73
			93 a 126
			166 lim. 1.° zona polare
			206 promontorio
			220 lim. 2°
			245 a 262
			276 a 283
			293 a 304
			315 a 334

POSIZIONE	ALT.	LAR.	CARATTERE E NOTE
9 Maggio			Da 9h 35m a 11h 0m
38	8	11	nube al limite della zona N. ben visibile
60	10	3	getti obl. in un gruppo di facole
64 a 70	8	6	molti getti sulle facole
80	6	8	getti minuti
107	4	5	getti minuti
116	5	10	crom. viva
148	3	10	crom. viva sfrangiata
167	12	4	getto v. con nube lunga al lim. d. zona aust.
195	7	9	nube viva polare
236	6	5	nube al 2° limite
253	4	5	viva ma bassa
263	4	3	idem
283	4	2	nube
342	10	12	nube con getti sotto verticali
			Facole da 55 a 80
			98 a 121
			143 a 157
			168 lim. 1° Sud
			225 lim. 2°
			246 a 262
			292 a 310
			336 lim. 2.° 2.ª zona N.
			32 lim. 1.° zona N. 32°
10 Maggio	nuvoloso		
11 Maggio			Da 8h 30m a 10h 0m
49	5	3	nube bassa
59	5	4	nube bassa vicino a una facola
117	7	1	getto vivo
162	11	8	nube alta assai al lim. 1.° Sud
194	10	5	nube e getto alto polare
209	5	6	nube
228	7	5	nube e getto
251	15	10	grossa massa di getti vicino a una macchia
263	10	8	altro amm.° dall'altra parte d. m.ª che è un
270	5	2	punto vivo cratere da 242° a 261.°
283	4	8	getti minuti vivi
293	4	7	idem
347	7	5	getti vivi
			Facole da 3 a 23
			50 a 83
			104 a 130
			157 lim. 1.° zona pol. S.
			218 lim. 2.° zona pol. S.
			241 a 266
			285 a 310
12 Maggio			Da 8h 40m a 10h 50m
37	3	10	nubi basse al limite 2° pol.
59	3	4	nubi e getti, crom. sfrang. fino alla seg.
110	10	15	nubi alte nel mezzo, crom. sfr. fino a 135°
156	5	10	nube al 1.° lim. della zona
192	10	6	getti alla base sopra nube
207	5	3	piccoli getti
227	6	4	getti e nubi basse
246	10	5	getto grosso e nube obliqua viva
254	10	4	getto id. var., sono ai fianchi di una m.ª
261	3	3	due getti vivi
294	5	6	nubi crom. viva fino al seg.
314	3	10	p. gettarelli
337	8	5	getto e nube
348	10	5	nube
Facole a 42 lim. z. pol. N. fino a 50			da 215 lim. z. pol. S.
da 58 a 74			243 a 270
108 a 128			283 a 229
138 a 147 lim. z. p. S.			316 a 326 lim. z. p. N.

TAVOLA I. (*Continua*)

POSIZIONE, ALTEZZA, LARGHEZZA E CARATTERI DELLE PROTUBERANZE E DELLE FACOLE

POSIZIONE	ALT.	LAR.	CARATTERE E NOTE
13 Maggio			(Aria cattiva assai). Da 3^h 34 a 5^h 5^m
54	8	10	nubi cumuli
81	3	15	crom. alta
96	5	5	nubi
104	5	6	idem
128	5	5	nubi e getti
161	6	3	idem
168	7	4	idem
225	3	10	gettarelli
256	4	15	nube visibile fra le nubi e perciò deve
281	5	10	idem essere molto grande e viva
296	7°	12	idem
Facole da 42 limite zona pol. N. a 65			
106 a 140			
187 lim. zona pol. S.			
227 2.° lim. zona pol. S. a 270			
278 a 292			
303 a 314			
337 lim. zona pol. N.			
15 Maggio			Da 3^h $^1/_4$ pom. a 5^h 0^m
0 al polo	10	10	nube alta seguita da getti piccoli di 20°
50	5	15	gettarelli (sta al prom.° della z. p. al lim.
65	10	1	getto vivo
88	18	10	gran massa lucida a ponte da 2 getti vivi
96	3	2	piccolo getto vivo sopra la macchia
102	3	2	idem
103	5	3	massa viva
117	12	10	massa viva di getti e nubi alte
136	10	1	getto vivo assai
158	5	3	getti
165	5	8	getti piccoli
207	8	10	nube e getti
233	3	3	getto vivo
248	10	8	massa viviss. con nube orizz. forte assai
255	3	1	getto vivo
265	3	3	getti e nubi
283	5	3	nubi, triplice protuberanza nuvolosa, segue
290	10	4	idem limite la cromosfera fino
299	5	6	nube viva a 310.
Facole promontorio N. a 0°			
limite 1°, z. pol. N 48			
da 91 a 117 dove sono le protuberanze forti			
174 limite zona polare S.			
promontorio zona pol. S. 208			
230 lim. zona pol. S.			
230 a 265			
290 a 305			
Lim. zona pol. N. 340			
16 Maggio			Da 10^h $^1/_2$ ant. a 12^h (Nubi e poco buona osservazione)
32	3	10	crom. alta
57 a 75	3	18	piccoli getti
75	8	2	getto bello
85	12	8	bella nube alta
95 a 107	3	12	crom. a getti
113	12	5	nube e getti
145	3	15	crom. sfumata
166	4	8	nube al lim. zona pol. S.
212 ±	5	10	nube mal defin. per l'aria (si salta) a 285
285	5	5	nube
309	11	10	nube e getti in basso
Facole 45 lim. zona pol. N.			a 238 altro lim. z. p. S.
da 91 a 104			290 a 315
147 a 170 lim. pol. S.			340 2° lim. z. p. N.
240 a 270			

POSIZIONE	ALT.	LAR.	CARATTERE E NOTE
18 Maggio			(17 nuvoloso) Da 5^h pom. a 6^h
33°	5	4	nubi a cumulo
59 a 81	8	22	gran massa lucida sopra una macchia
64	9	1.° v.	della prec.
77	7	2.° v.	della prec. la macchia è a 70°
95	6	4	getti e fiamme
107	10	8	tre belli getti congiunti da nube
123	12	1	getto vivo con sopra una nube di 5°
134	3	10	piccoli getti vivi
204	10	8	nube al polo
219	10	2	getto inclinato
245	11	8	massa nebulare
262	4	2	piccolo getto
271	5	3	piccoli getti e nube
307	12	12	gran massa nebulosa alta
322	10	6	altra vicina più compatta
356	8	7	nebulosità fiacca al polo
Facole da 50 a 78 (Non prese tutte per l'aria			
96 a 110 torbida)			
240 a 265			
285 a 305			
19 Maggio			(Incompleta). Da 10^h 51^m a 12^h
22	4	3	piccola nube (manca tutto il lato di le
28	4	3	idem vante per le nubi)
184	10	10	nube polare
228	10	4	getto e nube obliqua
236	4	3	nube bassa
257	6	4	nube leggera
268	10	3	getto obliquo vivo (salto per l'aria)
305	3	3	piccola nube
312	6	2	getto obliquo
317	3	3	piccola nube
324	4	3	idem
342	3	5	idem al lim. z. pol. N.
251	3	8	idem ibid.
Facole — Lim. zona Pol. N. 50			
da 58 a 74			
98 a 117			
158 a 171 lim. 1° z. p. S.			
250 2° lim. z. p. S.			
234 a 267			
279 a 306			
340 lim. z. pol. N.			
20 Maggio			Da 8^h 45^m a 10^h 30^m
30	10	7	nube al lim. zona pol. N.
45 a 72	3	27	Crom. viva sulle facole dietro la macchia
81	5	3	piccola nube
107	6	4	getto vivo basso
115	5	2	idem
119	4	2	idem
147	4	3	nube bassa al lim zona pol. S.
180	4	9	nube bassa al polo
231	10	5	due getti vicini obliqui
250	10	7	forte massa lucida, getti v.
257	10	4	altra vicina
263	10	2	getto vivo (a 9^h 45^m questi 3 getti
283	6	2	getto sulla m. erano legati da un arco
310	5	2	nube comune)
323	14	9	massa di 3 getti e nubi alte con fori
333	3	2	piccola nube
358	3	10	nube al polo bassa e debole
Facole 30° lim. zona pol. N.			229 2° lim. zona pol. S.
da 38 a 77			da 227 a 263
97 a 126			277 a 302
152 lim. zona pol. S.			322 lim. zona pol. N.

TAVOLA I. (*Continua*)

POSIZIONE, ALTEZZA, LARGHEZZA E CARATTERI DELLE PROTUBERANZE E DELLE FACOLE

POSIZIONE	ALT.	LAR.	CARATTERE E NOTE
21 Maggio			Da 3h ½ a 4h ½
6	4	2	piccola nube
26	8	5	nube a due cime
43	11	11	gran massa di 3 getti con nubi
58	4	3	getti piccoli
77	5	3	nube
86	5	3	nube viva
95	8	10	nube viva con arco che arriva alla preced.
108	7	5	altra con arco
121	3	10	crom. viva
206	6	9	nube fiacca polare
245	5	5	massa viva bassa
254	6	3	massa viva assai su una facola
262	15	6	massa viva con nube alta staccata sopra
269	5	3	massa viva
297	6	5	nube crom. viva
320	7	3	getto vivo ripiegato a nube
325	10	5	getto vivo con nube sopra e accanto
355	8	7	nube debole polare
Facole da 35 a 45			
60 a 82			
97 a 113 fatte da Tosi senza i limiti			
242 a 263			
272 a 313			
22 Maggio			Aria buona. Da 9h ant. a 10h ½
4	6	5	piccole nubi
22	5	3	nube bella
39	10	8	grande ammasso par quello di ieri
51	7	10	piccoli getti al limite, zona pol. Nord
86	12	8	altra bella massa di 3 getti con nube
103	10	10	massa vivissima sopra la macchia
112	8	5	altra che fa seguito alla precedente
133	3	10	crom. viva
165	3	10	crom. sfumata diffusa
186	8	6	solita nube polare
227	5	1	piccolo getto
242	8	10	pezzo vivo con 4 getti picc. vivi
272	3	1	piccolo getto
276	4	1	idem
281	3	1	idem
290	4	2	getto vivo presso la macchia
302	6	7	pezzo vivo con nube orizzontale
320	10	5	massa viva assai
325	13	2	getto alto vivo
328	10	2	altro getto legato col precedente con nube
334	6	2	altro getto pure legato coi 2 precedenti
355	5	2	getto vivo al polo
Facole 39 lim. zona polare Nord			
da 37 a 52			
63 a 85			
97 a 121			
166 limite 1.° zona polare S.			
227 limite zona polare Sud			
227 a 260			
280 a 320			
340 limite zona polare Nord			
23 Maggio			Da 9h 5m a 10h 5m
12	5	4	nube al polo
22	10	5	nube conn. colla precedente
48	10	6	nube con getto ripiegata sulla macchia
72	6	5	nube debole
83	6	8	idem
98	4	10	crom. viva
118	4	10	piccoli getti, crom. viva
133	5	3	getto vivo
142	4	4	idem
Segue 23 Maggio			
148	4	3	getto vivo
189	5	5	massa viva
219	11	12	getto con nube alta ripiegata verso l'equ.
253	4	5	crom. viva, alta e getto
293	10	8	massa con getto e nube incl.
312	12	12	getti con nube ripiegata
333	24	4	altissimo doppio getto inclinato
Facole limite 1° zona N. 21			
da 37 a 42			
53 a 67			
98 a 115			
121 a 124			
Limite 1.° zona S. 153			
Limite 2.° zona S. 200			
da 207 a 212			
250 a 262			
283 a 315			
Limite 2.° zona N. 317			
24 Maggio			Da 9h ½ interrotto e finito a 3h ½ Aria cattiva
10	10	7	massa nuvolosa congiunta alla seguente
24	10	12	gr. massa lucida cong. alla preced. con arco
54	12	2	getto alto obliquo
65	8	4	massa lucida
86	6	6	viva
108	12	3	nube staccata alta, viva
117	8	5	massa viva, getti
138	6	1	piccolo getto
156	6	4	massa viva seguita
160 a 170	4	10	getti p. vivi
220	5	5	2 masse vive a cumuli
238	6	2	getto obliquo piccolo
253	5	4	massa con sfrangiatura viva
262	5	6	idem
273	5	5	idem
289	10	10	massa gr. viva; per l'aria non si vede bene
330	5	6	crom. viva e getto obliquo
350	6	4	massa viva a getti
Facole limite 1.° zona N. = 38			
da 42 a 65 collo macchie			
105 a 121			
139 a 152			
Limite 1.° zona Sud 172			
Limite 2.° 230			
233 a 243			
253 a 265			
282 a 322			
342 limite 2.° zona N.			
Tutte le osservazioni sono incerte e difficili per le nubi.			
25 Maggio			Da 8h 40m a 10h
13	10	5	nube debole
20	8	6	idem
44 a 53	5	9	getti piccoli, crom. viva
72	8	5	cumulo, viva assai
106	6	6	vivissima massa crom.
131	7	4	viva, cumulo
155	12	15	nube alta viva assai al limite, zona Sud
209	4	3	nube viva
220	5	4	idem
230	10	3	getto e nube alta isolata
239	4	2	massa piccola viva
245	4	2	piccoli getti
254	6	3	getti estremamente vivi
263	4	6	crom. viva alta (presso le facole)

TAVOLA I. (*Continua*)

POSIZIONE, ALTEZZA, LARGHEZZA E CARATTERI DELLE PROTUBERANZE E DELLE FACOLE

POSIZIONE	ALT.	LAR.	CARATTERE E NOTE
Segue 25 Maggio			
282	10	8	getto e nube alta ripiegata
301	10	4	nube isolata e getto sotto debole
325	10	6	due getti uniti da un ponte
346	8	4	getti p. vivi.
Facole limite zona polare Nord 34			
da 38 a 60			
90 a 100			
105 a 122			
152 a 155			
168 limite zona polare Sud			
224 idem			
253 a 268 facola crateriforme dove poi			
304 a 322 venne una macchia			
355 limite zona polare Nord			
26 Maggio			Da $8^h 30^m$ a $9^h 45^m$
12	5	3	nube debole
22	7	5	nube inclinata
65	4	10	piccoli getti
73	8	5	vivissima: anche l'orlo del sole è vivissimo
99	10	1	getto alto dritto segue crom. viva
118	8	5	getto con nube a incudine
125	4	3	getti vivi obliqui
161	14	15	massa di 5 getti che forma una nube altiss.a
182	4	4	nube fiacca alle 3½ era enorme di 24mm
215	6	5	idem ma staccata al limite della
227	4	5	nube viva e getti p. zona polare
249	10	5	getto con nube a 3 piani
265	8	8	4 getti congiunti da una nube
307	5	7	crom. alta viva, sfilacciata
348	8	6	nube viva e getti
Facole limite zona polare Nord 35°			
da 37 a 69			
93 a 112			
117 a 126			
160 limite zona polare Sud			
213 idem			
207 a 218			
223 a 233			
242 a 265			
280 a 322			
342 limite zona polare Nord			
27 Maggio			Da $8^h 35^m$ a 10^h
20	12	8	3 getti uniti da un ponte, nube
71	6	10	massa viva alta di piccoli getti
83	10	5	nube nata ove erano getti al mattino
102	8	7	altra, nata similmente
133	4	3	massa viva
156	5	4	idem
190	6	5	piccola e debole nube
224	6	4	massa viva
246	10	6	massa vivissima
268	6	3	4 nubi isolate
297	8	1	getto a incudine con largo cappello di 4° c.
330	4	2	piccola massa
340	10	5	nube debole
Facole lim. zona pol. N. 30			da 212 a 224
da 32 a 48			236 a 264
71 a 73 sotto una prot.			280 a 282
95 a 118			295 a 303
153 a 164			316 a 322
165 lim. zona pol. S.			330 a 336
213 idem			340 lim. zona pol. N.
28 Maggio			Da $8^h 16^m$ a $9^h 50^m$
28	12	9	2 getti grossi e vivi congiunti da un ponte
56 a 72	3	16	piccoli getti lucido di nube
93	15	3	nube curva, volante staccata
102	5	2	piccolo getto sfumato
132	10	6	massa viva reticolata
154	8	4	nube viva
200	7	5	nube fiacca
254	5	4	crom. alta viva sulle facole
265	6	1	getto con grande incudine ibidem
297	5	3	vari piccoli getti
323	4	8	crom. viva malgrado le nubi
348	5	1	getto debole
Facole 48 limite zona polare N.			
da 55 a 63			
68 a 79			
93 a 112			
114 a 123			
143 a 152			
160 limite zona polare S.			
210 idem			
223 a 235			
243 a 265			
289 a 325			
337 limite zona polare N.			
29 Maggio			Da $9^h 10^m$ a $10^h 30^m$
16	12	9	due getti vivi congiunti da un arco
67	3	10	crom. viva
86	10	1	getto alto isolato
95 a 118	4	23	crom. viviss. sfilacciata
135	9	8	3 getti uniti da una nube
193	10	6	2 getti uniti da un ponte vivo
226	8	4	massa a cumulo viva
245 a 260	3	15	crom. viva assai sfilacciata
272	10	4	nube alta leggera curvata
285	6	7	getto vivo con viva nube obliqua
310	7	3	getto a incudine
Facole lim. zona pol. N. = 42			222 idem
da 46 a 67			248 a 259
113 a 120			285 a 307
128 a 136			355 limite zona polare N.
168 lim. zona pol. S.			
30 Maggio			Da $8^h 45^m$ a $9^h 45^m$
14	15	6	3 getti con ponte e nube cornuta viva sopra
44 a 54	3	10	crom. viva
64	4	5	piccoli getti
68	4	4	idem
94	6	4	nube e getti (nebbioso e si vede male)
102	8	5	nube
126	5	3	nube sfrangiata
189	7	3	nube a cumulo
218	6	4	nube e piccoli getti vivi
252	5	4	getto con nube a strascico
261	6	4	idem
271	6	5	massa di getti e nube
280	5	4	piccoli getti e nubi
295	5	4	idem
317	5	3	idem (segue e precede molta crom. viva)
320	5	2	idem (si vede male per la nebbia)
Facole 21 lim. zona pol. N.			173 promontorio
da 48 a 72			193 lim. z. pol. S.
93 a 120			da 244 a 255
131 a 140			270 a 303
151 lim. z. pol. S.			343 lim. z. pol. N.

TAVOLA I. (*Continua*)

POSIZIONE, ALTEZZA, LARGHEZZA E CARATTERI DELLE PROTUBERANZE E DELLE FACOLE

POSIZIONE	ALT.	LAR.	CARATTERE E NOTE
31 Maggio			Da 8h 30m a 9h 45m
25	15	6	gr. massa a corno lucida a getto mista a nube
52	7	3	vivo cumulo sfilacciato
71	6	4	nube viva
98	10	6	getto con nube inclinata
140	4	10	crom. alta e viva
201	12	6	nube sparsa, debole
226	5	10	piccoli getti globulari
246	4	8	gettarelli
270 a 290	5	20	crom. alta viva
302	5	8	gettarelli e crom. alta
Facole 38 limite zona polare Nord			246 a 260
da 52 a 70			270 a 296
93 a 122			308 a 320
160 limite zona polare S.			335 lim zona polare N.
214 idem			
1 Giugno			Da 8h 50m a 10h 45m (Aria cattiva si fa con pena)
20°	12	3	getto grande obliquo y. l'equatore
45	5	10	getti piccoli e crom. alta
54	8	2	piccolo getto dilatato assai in alto
109	10	9	massa di nubi e getti vivi
124	8	8	cumulo basso vivo
182	6	3	getto e nube leggera
189	6	4	idem
238	6	3	cumulo lucido
246	5	2	getto vivo
259	3	10	crom. viva
300	10	8	getti e nube viva, segue crom. viva
332	4	5	piccoli getti al lim. z. p. N.
Facole limite zona polare N. 38			
da 34 a 42			
81 a 90			
107 a 125			
153 a 159			
160 = limite zona polare S.			
215 = limite zona polare S.			
210 a 218			
244 a 261			
271 a 280			
290 a 313			
316 a 336			
336 limite zona polare N.			
2 Giugno			Da 10h 40m a 11h 35m
22	11	5	gran getto vivo a corno incl. all'equatore
54	12	3	bel getto inclinato a l'equatore vivo
63	10	3	altro simile più debole
95 a 112	13	17°	massa enorme di n. e g. sulla fac. che segue
125	18	4	g. vastiss.a dopp. cima spacc. una m.a
157	6	2	piccolo getto con nube
190	8	8	2 g. uniti con ponte deb. (sono quelli di ieri
224	6	4	getto e nube avvicinati)
231	8	5	getti e nubi congiunti col precedente
244	6	3	piccolo cumulo
256	10	8	gr. g. e n. l. v., è sulla m. all'or. che sparisce
276	9	4	getto vivo questi due sono uniti da uno
285	9	3	idem strascico assai lungo
302	10	12	gran massa di nubi e getti
343	8	2	piccolo getto
Facole Promontorio alla zona polare N. 28			
61 limite incerto zona polare N.			
da 94 a 109 attorno a una macchia			
110 a 119			
170 limite zona polare S.			
220 limite zona polare S.			
241 a 261			
292 a 323			
343 limite zona polare N.			

POSIZIONE	ALT.	LAR.	CARATTERE E NOTE
3 Giugno			Da 10h 10m a 11h 20m
17	18	8	2 enormi getti con sopra altissima nube
37	20	2	g. v. con nube altiss. che si stende per 10°
64	4	10	piccoli getti
99	15	7	nube cellulare a zigzag
109	9	4	cumulo vivo
123	15	4	piccolo cumulo e nube lunghissima
155	6	3	cumulo
196	8	10	cumuli e nubi sparse
239	8	10	piccoli getti vivi
279	5	9	piccoli getti vivi
307	3	10	crom. sfrangiata sulla macchia
344	8	4	2 getti deboli
Facole Limite zona polare N. 43°			
da 45 a 48			
57 a 75			
87 a 96			
101 a 140			
152 a 163			172 = lim. z. p. S.
211 a 224			217 = lim. z. p. S.
237 a 267			
282 a 325			
340 a 347			
350 lim. z. p. N.			
4 Giugno			Da 11h 4m a 11h 56m
12°	12	8	due soliti getti con gran fumo
65	8	3	getto grande obliquo
76	6	6	cumulo di nubi
97	12	3	getto e sopra nubi isolate
127	13	4	getto grande con nubi sopra
132	7	6	getto minore con piccoli appresso
153	7	4	cumulo
194	10	8	2 getti e nube sopra alta debole
247	7	10	cumulo di crom. viva assai alta
265	5	10	piccoli getti
303	5	4	vivissimo cumuletto
312	4	3	idem
320	10	6	massa lucida viva
Facole 36 limite zona polare N.			204 lim. z. pol. S.
da 61 a 76			239 a 267
98 a 106			294 a 315
110 a 120			lim. z. pol. N. a 337
157 lim. zona polare S.			
5 Giugno			Da 8h 25m a 9h 45m
11°	18	8	due coni con nube alta sopra
52	10	6	due cumuli vicini
78	4	10	crom. viva assai
107	5	3	cumulo con getti
152	6	5	gran cumulo vivo
183	5	6	due cumuli deboli
246	10	4	getto vivo con nube oriz. cong. al seg.
254	12	6	idem congiunto al precedente
263	15	3	getto con nube
267	10	3	idem masse vive assai
272	8	3	idem
282	6	5	due getti con nube
322	10	2	getto con alta nube obliqua
340	7	5	due getti vivi incl. all'equatore
Facole 38 lim. z. pol. N.			204 lim. z. pol. S.
da 58 a 73			da 247 a 268
80 a 85			281 a 284
95 a 98			295 a 307
105 a 130			340 lim. z. pol. N.
158 lim. z. pol. S.			

TAVOLA I. (*Continua*)

POSIZIONE, ALTEZZA, LARGHEZZA E CARATTERI DELLE PROTUBERANZE E DELLE FACOLE

POSIZIONE	ALT.	LAR.	CARATTERE E NOTE
6 Giugno			Da $11^h\ 20^m$ a $12^h\ 15^m$ (Aria cattiva e prese a volo)
12	8	5	due getti uniti da una nube
50	10	4	getto forte con corno verso l'equatore
62	4	10	crom. alta sfrangiata
78	8	8	crom. alta assai, sfrangiata
90	6	3	nube debole
104	8	10	fila di getti con sopra nube isolata
132	5	2	cumuletto sotto la nube seguente
139	12	3	getto con nube assai lunga verso l'equat.
157	6	7	cumuli vivi
194	7	5	cumuli staccati e nubi al polo
258	6	7	cumuli e getti
276	8	6	massa viva con getti
286	6	3	piccoli getti
297	12	8	getti obl. e n. lunghe e vaghe prima d. m.ª
312	13	12	grand'arco di grossi g. e n., massa imponente
Facole 18 limite zona polare N.			
da 53 a 61			
66 a 73			
79 a 87			
102 a 125			
139 a 154			
166 limite zona polare S.			
212 limite zona polare S.			
238 a 246			
252 a 267			
292 a 304			
308 a 312			
332 limite zona polare N.			
8 Giugno			Da $9^h\ 5^m$ a $10^h\ 45^m$
13	7	6	nubi staccate
57	10	8	massa vivissima
92	6	2	getto prec.
98	5	2	nube bassa
124	6	3	getti vivi
159	8	10	tre forti getti uniti da nube
182	6	5	due getti vicini e nube
206	6	7	getti e nube
244	7	5	idem
268	8	9	massa viva di getti e nubi
292	5	3	nube debole
319	5	4	nube
340	7	4	massa viva
Facole 26° limite zona polare N.			
da 70 a 79			Giornata nuvolosa, e si è faticato
92 a 110			assai a fare la figura
119 a 131			
159 lim. z. p. S.			
210 lim. z. p. S.			
222 a 228			
231 a 270			
287 a 310			
336 lim. z. p. N.			
9 Giugno			Da $8^h\ 50^m$ a $10^h\ 45^m$ (Finito a stento tra le nubi)
2	5	1	piccola nube
11	8	5	massa viva
55	6	3	nube
63	7	6	massa di nubi
71	10	4	cumulo alto
83	4	5	crom. viva
91	5	5	nube debole
110	10	6	massa vivissima sfrangiata su una facola
136	5	3	nube viva
155	7	4	nube
161	6	3	idem
Segue 9 Giugno			
193	7	5	due getti deboli uniti da nube
240	5	3	nube sulle facole
252	10	10	massa vivissima
288	10	2	getto vivissimo stretto isolato
294	10	3	nube isolata su un cumuletto
297	6	7	massa lucida unita
339	6	7	massa lucida
Facole 5° promontorio z. p. N.			
limite z. p. N. 32			
da 42 a 52			
65 a 77			
103 a 112			
122 a 137			
157 lim. z. p. S.			
207 lim. z. p. S.			
232 a 262			
293 a 305			
313 a 335			
332 lim. z. p. N.			
10 Giugno			Da $1^h\ 28^m$ pom. a $2^h\ 30^m$ Finito colle nubi sempre fastidiose
12	7	5	cumulo ben deciso, ma non vivo
38	4	10	crom. sfilacciata
70	2	5	vivissimo getto stretto alla base largo e
98	10	8	ammasso di nubi venato in cima, l'aria
137	8	5	cumulo vivo impedisce l'esattezza
168	8	6	cumulo mediocre
202	7	8	cumulo a due cime
237	4	10	crom. viva alta
282	10	10	cumulo vivo diffuso
342	8	7	cumulo e getto obliquo in cima
Facole lim. z. p. N. 25°			Osservazioni incomplete
da 65 a 76			per l'instabilità del cielo;
94 a 105°			passano nubi ad ogni mo-
170 lim. z. p. S.			mento
220 lim. z. p. S.			
236 a 262			
300 a 318			
11 Giugno			Da $8^h\ 35^m$ a 10^h
16	5	4	cumulo basso
25	4	3	piccolo cumulo e getti
51	8	6	massa vivissima di getti sopra una macchia
56	5	3	idem più piccola
66	5	8	fiamme
89	10	10	nubi alte
110	6	20	nubi e fiammelle per tutto
156	6	5	massa viva
198	7	10	cumuli e masse vive
222	6	8	nubi
239	5	10	sfrangiata la crom. sulle facole
256	6	2	getto e nube
348	5	3	cumulo
Limite zona polare N. 23			
Limite zona polare S. 158			
Limite zona polare S. 208			
Limite zona polare N. = 337			
Facole da 42 a 55			
65 a 82			
98 a 118			
119 a 143			
226 a 253			
258 a 265			
270 a 279			
313 a 335			

TAVOLA I. (*Continua*)

POSIZIONE, ALTEZZA, LARGHEZZA E CARATTERI DELLE PROTUBERANZE E DELLE FACOLE

POSIZIONE	ALT.	LAR.	CARATTERE E NOTE
			(La figura delle macchie fu fatta a 9h, ma le protuberanze essendo il cielo velato con alone si potè fare solo da 1h ½ a 2h ½, presa fra i cumuli con pena).
13 Giugno			
14	7	8	tre pilieri congiunti da nube in cima
45	5	3	piccolo cumulo
88	6	10	nubi e getti pallidi per l'aria fosca
105	8	2	getto con nube
122	5	3	cumulo pallido
168	6	5	cumulo
185	5	3	piccolo cumulo
206	5	5	cumulo
220	5	3	idem
230	10	6	nubi e getti confusi per l'aria
243	8	10	idem
250	10	7	idem
261	5	4	idem
275	6	4	cumulo piramidale
296	8	6	massa viviissima
302	7	4	idem viva
317	4	8	nube debole
337	5	10	nubi basse deboli

Limite zona polare N. 25°
Zona polare S. 165
Zona polare S. 210
Zona polare N. 337
Facole da 41 a 48
55 a 65
95 a 122
223 a 235
239 a 256
291 a 304

14 Giugno			Da 8h 20m a 9h 30m
12	5	3	piccolo cumulo
45	4	10	crom. elevata
73	5	10	crom. alta sfilacciata
76	6	5	nube viva
87	6	3	idem
105	5	8	nubi sfumate
128	5	5	nube viva
170	8	4	cumuli alti vivi
203	7	3	nubi
232	8	5	getto vivo con nube inclinata
247	7	5	cumulo vivo
255	6	5	piccoli cumuli vivi
265	10	5	getto vivo su una facola all'orlo
270	5	2	getto brillante
291	7	5	massa viva connessa colla seguente
298	9	6	f. massa di g. e n. cellul. complicatissime
307	12	10	continua la cuor. massa luc. da 289 a 312
328	5	10	crom. alta
344	7	6	getti e nubi deboli al polo

Limite zona polare N. = 29
Zona polare S. = 170
Zona polare S. = 210
Zona polare N. = 333
Facole da 37 a 46
55 a 63
68 a 75
104 a 121
165 a 171
224 a 232
235 a 263
285 a 302

15 Giugno			Da 8h 30m a 9h 50m
17	6	5	nube debole
36	8	2	getto alto isolato
63	7	5	nubi vive
70	7	6	massa viva cellulare
77	8	5	idem
84	7	4	idem viva assai
109	5	5	nube bassa
116	5	4	nube viva
123	6	5	nube viva assai
136	6	5	nube leggera
166	12	8	nubi alte curvate verso il polo
206	8	5	massa conica viva
244	10	15	massa viva di getti obliqui intrecc. con nubi
270	10	15	massa di tre getti cong. ad archi alti intrecc.
295	6	10	nubi deboli
307	8	6	idem intracciate
341	5	6	due cumuli vivi

Limite zona polare N. = 28
Limite zona polare S. = 155
Zona polare S. = 203
Zona polare N. = 328
Facole da 47 a 57
63 a 73
104 a 121
234 a 263
275 a 298

16 Giugno			Da 8h 10m a 10h
18°	8	5	due getti con nubi
56	7	5	fiamme: tra queste crom. viva
74	5	8	crom. sfrangiata alta
84	6	3	getti vivi
98	8	5	getti e nubi presso la macchia (tra queste
113	12	4	nube alta a zigzag due molto pic.
120	5	3	nube
132	8	5	idem
144	4	5	idem
163	6	5	cumulo vivo
195	8	7	cumuli vivi
234	10	10	massa ad archi e getti vivi
243	6	7	altra simile minore
252	6	5	fiamme
257	8	5	nubi inclinate
268	10	9	getti ed archi brillantissimi e var. assai
309	9	8	nubi e cumuli
349	9	7	nubi deboli

Limite zona polare N. = 17
Limite zona polare S. = 153
Zona polare S. = 204
Zona polare N. = 303
Facole da 61 a 70
85 a 87
103 a 120
137 a 150
234 a 254
271 a 313

17 Giugno			Da 9h 5m a 10h 4m
61	5	15	piccolissimi getti e crom. alta
84	7	4	cumulo sfrangiato
90	9	6	nube inclinata
121	6	5	piccola nube
133	8	6	nubi e getti alla base
141	5	5	cumuli lucidi
157	14	6	getto curvo al lim. z. p. S.
201	9	7	nubi e cumuli al lim. z. p. S.

TAVOLA I. (*Continua*)

POSIZIONE, ALTEZZA, LARGHEZZA E CARATTERI DELLE PROTUBERANZE E DELLE FACOLE

POSIZIONE	ALT.	LAR.	CARATTERE E NOTE
Segue 17 Giugno			
224	8	8	nubi staccate, archi e getti
250	6	5	cumulo vivo assai connesso colla seg.
262	15	17	grande ammasso di archi, getti e nubi
284	7	5	getto a due piani
291	8	5	getto vivo curvo
306	7	10	archi vivi e getti
347	10	8	nubi e getti
			Limite zona polare N. = 21
			Zona polare S. = 152
			Zona polare S. = 200
			Zona polare N. = 336
			Facole da 51 a 61
			86 a 94
			102 a 117
			124 a 132
			145 a 152
			238 a 250
			271 a 279
			284 a 302
			330 a 335
18 Giugno			Da 8h 15m a 9h 15m
41	5	10	crom. alta sfrangiata
65	10	11	massa viva di nubi
86	5	2	piccoli getti
107	6	3	idem
117	8	5	nubi e getti
122	5	3	idem
157	7	6	nubi deboli
197	10	10	due getti con nubi
247	5	2	piccoli getti in crom. sfrangiata
273	10	10	due getti uniti con arco
279	4	2	piccolo cumulo
284	6	3	cumulo sfrangiato
295	4	3	idem
302	5	4	idem
348	9	8	nubi deboli staccate fra loro
359	4	10	crom. debole, ma estesa e sfumata
			Limite zona polare N. = 24
			Zona polare S. = 150
			Zona polare S. = 200
			Zona polare N. = 332
			Facole da 24 a 28
			52 a 58
			70 a 77
			99 a 122
			150 a 156
			201 a 206
			221 a 245
			280 a 298
19 Giugno			Da 8h 30m a 9h 30m
42	8	5	nubi
46	6	3	idem
59	10	9	getti e nubi alte e vive
69	5	2	piccoli getti
82	8	7	getto con nubi deboli
100	8	10	getti e nubi diffuse
113	10	10	nubi vive e getti
164	12	8	due getti congiunti da arco di nubi
190	7	6	nubi (Queste due sono la stessa mutata
198	8	8	getti in breve tempo di posto ?)
230	10	10	nubi belle congiunte colla seg.
243	12	14	magnifico gruppo di getti a ventaglio con-
253	8	5	tinuati da nube che conteneva i getti

POSIZIONE	ALT.	LAR.	CARATTERE E NOTE
Segue 19 Giugno			
281	5	2	piccoli getti
307	8	6	doppio getto inclinato
351	8	10	nube polare sparpagliata
			Limite zona polare N. = 22
			Zona polare S. = 157
			Zona polare S. = 207
			Zona polare N. = 335
			Facole da 54 a 76
			100 a 118
			155 a 158
			222 a 258
			280 a 290
20 Giugno			Da 9h 5m a 10h 5m
47	10	6	cumulo o ammasso bello di nubi
61	7	4	massa conica viva, sfrangiata
81	5	2	piccolo cono
107	5	3	cumulo vivo
156	7	7	nubi leggere che seguitano fino al seg.
193	6	8	idem
241	14	10	gran massa viva di tre getti obl. legati
288	8	3	nube isolata deb. da alte nubi
310	12	11	massa di tre grossi getti con nube in cima
350	8	9	catena di nubi deboli al polo
			Limite zona polare N. = 22
			Zona polare S. = 156
			Zona polare S. = 197
			Zona polare N. = 339
			Facole da 51 a 73
			93 a 98
			107 a 117
			235 a 240
			257 a 264
			283 a 296
21 Giugno			Alle 3 p. con aria cattiva poco sicura Osservazione incompleta
40	6	2	massa viva
45	6	2	altra simile
65	10	12	gruppo di archi languidi
76	4	3	nube bassa
91	5	1	nube diffusa
115	5	4	nube
125	5	4	idem
168	8	7	due nubi legate in alto
194	8	3	nube leggera
218	5	5	nube
265	10	5	getto obliquo
289	5	4	doppio getto
310	16	16	gr. massa di g. e n., 3 sono i principali a
332	5	5	nube 301, a 309 e a 315°
358	8	12	nube diffusa e frastagliata, legg. al polo
			Limite zona polare N. = 27
			Zona polare S. = 156
			Zona polare S. = 207
			Zona polare N. = 334
			Facole da 50 a 72
			98 a 117
			248 a 267
			284 a 294
			304 a 312
22 Giugno			Da 10h ant. a 11h
0	7	16	nubi diffuse e rare
24	8	3	getto obliquo verso l'equatore
50	6	5	due getti vicini

TAVOLA I. (*Continua*)

POSIZIONE, ALTEZZA, LARGHEZZA E CARATTERI DELLE PROTUBERANZE E DELLE FACOLE

POSIZIONE	ALT.	LAR.	CARATTERE E NOTE
Segue 22 Giugno			
67	13	14	getti e nubi altissime
96	5	3	getto
103	10	8	getto con nube ad arco che arriva al preced.
115	4	8	crom. alta sfrangiata
163	6	8	due getti a nube
177	5	3	cumulo piccolo
195	5	4	idem
236	8	10	ammasso di nubi
248	10	8	gr. n. ad archi, arrivano al prec., variabiliss.
311	15	15	grande ammasso di nubi alto e cellulari
328	6	2	piccolo getto
			Limiti 23 N.
			157 S.
			207 S.
			335 N.
			Facole da 48 a 83
			92 a 112
			127 a 133
			243 a 264
			294 a 323
23 Giugno			Da 9h a 10h 5m
3	7	10	nubi leggere al solito
30	8	8	getto vivo verso l'equatore
52	6	7	getto obliquo verso l'equatore
76	9	9	getto e massa obliqua verso l'equatore
86	6	3	getto vivo
108	6	8	getto obliquo verso l'equatore
137	4	10	crom. viva alta
155	4	6	crom. viva alta sfrangiata
198	8	8	nube e cumuli
234	6	6	Nubi sfilacciate deboli tutte legate insieme
240	8	5	
244	7	3	
250	6	5	
265	10	5	getti vivi assai sparpagliati
272	8	4	altri getti
296	5	3	piccolo sbruffo
302	8	3	getto e nube
315	12	10	nube debolissima
328	7	3	piccola nube
			Limiti zone polari
			Sperone 19
			Limite 31 N.
			163 S.
			208 S.
			345 N.
			Facole da 50 a 62
			65 a 73
			75 a 85
			96 a 116
			137 a 150
			238 a 254
			276 a 283
			294 a 324 sparse rare
24 Giugno			Da 8h 35m a 9h 40m
1	5	6	nube polare
23	6	8	due piccoli getti vicini
78	10	12	massa di nubi alte con archi
182	4	4	piccola pron. di cromosfera
193	6	5	nube debole discontinua
220	6	5	nube
255	4	6	crom. alta sfrangiata
295	8	3	getto alto a fungo

POSIZIONE	ALT.	LAR.	CARATTERE E NOTE
Segue 24 Giugno			
305	7	2	getto alto a fungo
314	8	10	tre getti separati uniti da nube leggera
354	5	4	piccola nube polare
			Limiti zone polari 15° inc.
			148 S.
			197 S.
			330 N.
			Facole da 45 a 69
			96 a 118
			201 a 208
			234 a 258
			276 a 286
			293 a 300
			310 a 318
25 Giugno			Da 2h 58m p. a 4h (Aria cattiva e osservazione difficile.)
14	6	5	cumulo vivo inclinato all'equatore
52	4	10	crom. irreg. viva
109	5	3	cumulo vivo
114	8	3	getto vivo congiunto con arco al seg.
122	9	10	getto e arco col precedente
146	4	20	crom. irregolare alta
170	4	8	idem
200	7	6	nube alta irregolare
216	6	5	getto e cumulo
224	5	3	cumulo basso
249	10	6	getto a doppia testa divergente
260	6	8	nube bassa
276	6	6	getto vivo con nube
298	7	10	getti e crom. alta
308	10	10	getti alti e fini
358	7	8	nube a cumuli. Polare
			Zone limiti N. 19
			S. 163
			S. 203
			N. 335
			Facole da 54 a 80
			96 a 101
			107 a 118
			240 a 257
			280 a 295
26 Giugno			(Aria pessima). Da 3h 40m a 5h. Osservazioni difficili e incerte per le forme
1	5	6	nube polare parte della finale
14	6	4	cumulo forte
66	9	12	cumuli e ammasso di nubi
91	5	4	piccoli getti
118	12	10	getto a fungo sulla macchia
139	5	8	crom. alta
161	8	10	nube debole
208	7	8	nubi leggere interrote
239	10	8	due getti congiunti ad arco
275	7	3	cumulo vivo
309	6	8	cumulo e nubi
316	6	4	getto vivo
356	7	8	nube polare
			Limiti 26 N.
			165 S.
			203 S.
			Facole da 52 a 67
			100 a 119
			236 a 257
			286 a 297

(CONTINUA)

TAV. II. — ALTEZZA DELLE PROTUBERANZE — Rotazione III.ª

Data	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200	210	220	230	240	250	260	270	280	290	300	310	320	330	340	350
Giu.																																				
19	—	—	—	—	8	6	10	5	8	—	8	10	—	—	—	—	12	—	—	7	8	—	—	10	12	8	—	—	5	—	8	—	—	—	—	8
20	—	—	—	—	10	—	7	—	5	—	5	—	—	—	—	7	—	—	—	6	—	—	—	—	14	—	—	—	8	—	—	12	—	—	—	8
21	—	—	—	—	6	—	10	4	—	5	—	5	5	—	—	—	8	—	—	8	—	5	—	—	—	—	10	—	5	—	—	16	—	5	—	8
22	7	—	8	—	—	6	13	—	—	5	10	4	—	—	—	—	6	5	—	5	—	—	—	8	10	—	—	—	—	—	—	15	6	—	—	—
23	7	—	—	8	—	6	—	9	6	—	6	—	—	4	—	4	—	—	—	8	—	—	—	6	8	6	10	8	—	5	8	12	7	—	—	—
24	5	—	6	—	—	—	—	10	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	4	6	—	—	6	—	—	4	—	—	—	8	8	—	8	—	—	5
25	—	6	—	—	—	4	—	—	—	—	5	8	9	—	4	—	—	4	—	—	7	6	5	—	10	—	6	6	—	7	10	—	—	—	—	7
26	5	6	—	—	—	—	9	—	—	5	—	12	—	5	—	—	8	—	—	—	7	—	—	10	—	—	—	7	—	—	—	6	—	—	—	7
—																																				
28	—	8	6	—	—	12	—	—	—	10	5	—	5	16	—	—	—	—	6	4	8	—	9	7	6	—	5	—	4	8	—	12	—	—	—	7
29	—	5	8	—	—	—	5	10	12	10	10	13	10	—	—	—	7	—	5	6	—	5	—	—	6	—	11	8	6	7	—	8	—	—	8	—
30	—	8	4	—	—	10	—	—	6	7	10	—	10	5	—	6	6	5	—	—	8	—	—	4	—	—	—	4	—	—	5	—	—	—	—	—
Lug.																																				
1	6	—	5	—	8	—	5	5	—	8	8	—	11	6	—	—	8	—	—	6	—	6	—	—	—	—	7	—	—	4	5	—	—	—	8	—
2	—	8	—	—	6	8	6	5	8	5	7	6	—	8	—	7	—	—	4	8	—	10	—	—	—	—	—	8	—	5	8	—	—	—	—	—
3	—	8	—	12	5	5	—	6	10	8	8	—	4	—	—	6	—	—	—	6	—	—	—	—	5	8	—	6	—	—	—	7	—	—	—	—
4	—	5	5	—	4	—	—	10	10	—	7	—	6	—	—	—	9	—	—	10	—	—	—	—	8	4	—	8	—	—	—	—	—	—	7	—
5	7	—	6	—	—	8	—	8	—	—	7	—	5	—	—	7	—	—	—	10	—	—	—	5	—	4	—	—	7	—	—	—	—	—	—	7
6	—	6	—	8	—	6	—	4	—	—	10	—	8	—	4	—	6	—	—	8	—	4	5	—	—	6	—	—	—	10	—	—	—	—	5	—
7	—	7	—	10	—	—	6	5	—	4	—	—	8	—	—	10	10	10	—	12	—	—	—	—	—	4	—	—	—	8	—	—	—	—	10	—
8	—	8	—	—	7	—	—	—	4	—	—	—	—	4	—	—	—	10	—	6	—	—	—	—	11	6	6	6	—	8	—	—	—	—	8	—
9	—	—	6	—	4	—	—	—	5	—	—	12	—	6	—	—	8	—	—	—	—	—	6	10	12	5	—	12	6	10	—	—	—	7	—	—
10	—	—	—	—	4	4	6	—	5	6	6	8	—	—	—	—	8	—	4	—	—	—	—	—	16	—	6	7	10	14	8	—	—	—	—	8
11	—	10	—	—	—	—	8	—	—	—	5	6	7	—	7	—	8	—	—	6	—	4	—	12	—	5	—	5	10	12	10	—	—	—	8	—
12	—	—	6	—	—	7	8	5	—	6	—	7	—	—	—	6	—	—	4	6	—	—	10	8	5	6	—	8	—	8	—	10	—	—	7	—
13	—	—	6	—	—	4	—	—	—	7	—	6	—	6	—	—	6	—	—	—	5	14	18	16	12	8	6	8	—	—	8	8	—	—	8	—
14	—	5	—	—	—	—	—	—	4	—	—	—	5	—	—	5	7	—	—	4	—	—	13	8	—	—	7	8	8	—	10	—	—	—	8	—
15	—	—	—	4	—	6	—	—	6	7	—	—	—	3	—	—	7	—	6	—	—	5	4	16	—	8	—	4	5	4	12	8	—	—	—	9
Num.	6	13	11	5	10	14	12	13	13	14	16	12	13	10	3	9	16	5	7	19	6	9	9	13	14	14	10	16	11	15	12	11	3	2	10	10
Med.	6,1	6,3	6,0	8,4	6,2	6,6	7,7	6,6	6,9	7,2	7,3	8,1	7,3	6,3	5,0	6,4	7,1	6,8	4,7	6,4	7,1	6,6	8,4	9,2	9,4	5,9	7,4	7,1	6,7	7,9	8,3	10,0	7,0	6,0	7,7	7,4

TAV. III. — LARGHEZZE DELLE PROTUBERANZE ALLE VARIE LATITUDINI SOLARI — ROTAZIONE I.ª

Data	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200	210	220	230	240	250	260	270	280	290	300	310	320	330	340	350
Apr.																																				
23	—	—	—	—	—	—	10	—	—	2	2	10	—	10	—	—	2	—	—	8	—	—	—	8	—	8	—	5	—	10	—	—	—	—	—	—
—																																				
25	—	—	—	5	—	—	8	—	—	1	—	8	10	10	—	—	5	—	9	—	10	6	6	—	—	5	4	4	6	—	—	—	—	2	—	—
26	—	—	—	—	—	5	10	7	—	1	2	3	2	—	—	3	—	6	6	—	—	10	—	—	8	8	—	1	1	—	—	—	—	—	—	—
27	5	—	—	10	—	10	10	—	—	2	11	2	10	—	—	10	1	—	—	8	—	—	6	2	10	—	10	—	3	2	—	—	5	—	—	—
28	=	=	=	=	=	=	=	=	=	3	7	—	—	—	—	—	—	—	—	8	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	—
29	—	10	—	—	—	2	10	—	—	6	4	—	—	10	—	—	—	—	—	9	—	—	4	—	10	8	—	10	—	8	—	—	10	2	—	—
30	—	2	10	10	7	7	10	—	—	10	10	4	—	2	10	6	—	10	—	—	10	—	—	—	—	7	—	3	10	10	—	—	6	10	—	—
Mag.																																				
1	—	—	—	—	—	10	9	4	5	10	10	2	—	—	—	—	—	8	—	12	—	—	4	7	—	3	4	—	—	6	—	—	—	—	—	—
2	—	—	—	—	—	—	10	8	—	—	—	6	5	5	—	—	—	—	10	8	—	5	5	10	—	4	6	—	3	—	—	—	—	—	6	5
3	—	—	—	—	—	9	10	—	—	5	6	—	—	—	4	—	—	—	6	—	—	—	8	—	—	4	10	—	—	—	—	2	—	—	3	10
4	—	—	—	—	—	7	10	—	—	8	10	3	8	—	—	—	6	—	7	—	—	—	3	—	3	5	5	—	—	6	5	5	8	—	10	—
5	—	9	—	—	—	6	—	—	—	7	—	—	4	5	—	3	—	—	8	—	—	—	—	4	—	—	8	5	10	5	—	—	—	10	—	—
6	—	8	—	4	3	3	—	8	—	3	3	—	7	—	—	6	—	5	—	3	—	—	—	—	5	—	5	—	—	7	10	—	—	2	10	—
7	—	—	—	5	—	—	7	—	8	10	10	—	3	3	—	—	4	—	—	—	2	—	—	—	4	—	—	—	—	—	—	3	4	—	—	10
8	—	—	—	3	—	—	6	3	7	6	3	—	5	5	—	5	6	—	—	—	—	—	—	—	1	—	8	5	—	—	4	—	5	—	—	10
9	—	—	—	11	—	—	3	6	8	—	5	10	—	—	—	10	4	—	—	9	—	—	—	5	—	—	3	—	2	—	—	—	—	—	10	2
—																																				
11	—	—	—	—	—	3	4	—	—	—	—	1	—	—	—	—	8	—	—	5	—	6	—	5	—	10	8	2	8	7	—	—	—	—	7	—
12	—	—	—	10	—	—	4	—	—	—	—	5	—	—	—	10	—	—	—	6	3	—	4	—	5	4	3	—	—	4	—	10	—	5	5	—
13	—	—	—	—	—	10	—	7	8	5	6	—	—	5	—	—	3	—	—	—	—	—	4	—	8	8	—	—	10	12	—	—	—	—	—	—
—																																				
15	10	—	—	—	5	10	1	—	10	2	5	10	—	1	—	3	8	—	—	—	10	—	—	3	8	1	3	—	3	4	6	—	—	—	—	—
16	—	—	—	10	—	5	10	5	8	10	10	5	—	5	10	—	8	—	—	—	—	10	—	—	—	—	—	—	5	—	—	10	—	—	—	—
—																																				
18	—	—	—	4	—	—	5	10	7	4	8	—	1	10	—	—	—	—	—	—	10	2	—	—	8	—	2	3	—	—	10	2	—	—	—	7
19	—	—	3	3	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	10	—	—	—	4	3	4	3	—	—	—	—	3	5	3	—	5	8
20	—	—	—	7	7	10	10	—	3	—	4	2	2	—	—	—	—	—	9	—	—	—	—	5	—	7	2	—	2	—	—	2	9	2	—	10
21	2	—	5	1	10	4	—	3	3	10	5	—	10	—	—	—	—	—	—	—	7	—	—	—	5	3	6	—	—	5	—	—	8	—	—	7
Num.	3	4	3	13	5	15	19	10	10	19	19	14	12	12	3	9	11	4	8	10	7	6	10	10	13	16	16	9	12	13	6	8	9	7	8	9

TAV. III. — LARGHEZZE DELLE PROTUBERANZE ALLE VARIE LATITUDINI SOLARI — ROTAZIONE II.ª

Data	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200	210	220	230	240	250	260	270	280	290	300	310	320	330	340	350
Mag.																																				
22	5	—	3	8	—	10	—	2	10	—	10	5	10	—	—	—	10	—	6	—	—	—	—	—	10	—	—	2	1	2	7	—	4	2	—	2
23	—	4	5	—	6	—	—	5	8	4	6	1	10	3	4	3	—	—	—	5	2	10	—	—	—	5	—	—	—	8	2	10	—	4	—	—
24	—	7	10	2	—	2	4	—	6	—	3	5	—	1	—	4	10	—	—	—	—	—	5	2	—	4	6	5	—	10	—	—	—	6	—	4
25	—	5	6	—	9	—	—	6	—	—	6	—	—	4	5	10	—	—	—	—	3	—	4	3	4	3	6	—	3	—	4	—	6	—	4	—
26	—	3	5	—	—	—	10	5	—	1	—	5	3	—	—	5	10	—	4	—	—	5	5	—	5	—	8	—	—	—	7	—	—	—	6	—
27	—	—	8	—	—	—	—	10	5	—	7	—	—	3	—	4	—	—	—	5	—	—	4	—	6	—	3	—	—	1	—	—	—	2	5	—
28	—	—	9	—	—	4	10	2	—	3	2	—	—	6	—	4	—	—	—	—	5	—	—	—	—	4	1	—	—	3	—	—	4	—	5	—
29	—	9	—	—	—	—	10	—	1	5	10	7	—	8	—	—	—	—	—	6	—	—	4	—	5	10	—	4	7	—	—	3	—	—	—	—
30	—	6	—	—	6	4	5	4	—	4	5	—	3	—	—	—	—	—	3	—	—	4	—	—	—	4	4	5	4	—	4	3	2	—	—	—
31	—	—	6	—	—	3	—	4	—	6	—	—	—	—	10	—	—	—	—	—	10	—	—	—	8	—	—	10	10	—	8	—	—	—	—	—
Giug.																																				
1	—	—	3	—	10	2	—	—	—	—	9	—	8	—	—	—	—	—	3	4	—	—	—	3	2	—	10	—	—	—	8	—	—	5	—	—
2	—	—	5	—	—	3	3	—	—	5	10	2	4	—	—	2	—	—	—	18	—	—	4	5	3	8	—	4	3	—	10	2	—	—	2	—
3	—	8	2	—	—	—	10	—	—	7	4	—	4	—	—	3	—	—	—	10	—	—	—	10	—	—	—	9	—	—	10	—	—	—	4	—
4	—	8	—	—	—	—	3	6	—	3	—	—	4	6	—	4	—	—	—	8	—	—	—	—	10	—	10	—	—	—	4	3	6	—	—	—
5	—	8	—	—	—	6	—	10	—	—	3	—	—	—	—	5	—	—	5	—	—	—	—	—	4	6	6	3	5	—	—	—	2	—	5	—
6	—	5	—	—	—	4	10	8	—	3	10	—	—	3	3	7	—	—	—	5	—	—	—	—	—	7	—	6	3	8	—	6	6	—	—	—
—																																				
8	—	6	—	—	—	8	—	—	—	4	—	—	3	—	—	10	—	—	5	—	7	—	—	—	5	—	9	—	—	3	—	4	—	—	4	—
9	1	5	—	—	—	3	6	4	5	5	—	6	—	3	—	4	3	—	—	5	—	—	—	—	3	10	—	—	2	3	7	—	—	7	—	—
10	—	5	—	10	—	—	—	5	—	8	—	—	—	5	—	—	6	—	—	—	8	—	—	10	—	—	—	—	10	—	—	—	—	—	7	—
11	—	4	3	—	—	9	8	—	10	10	10	—	—	—	—	5	—	—	—	10	—	—	8	10	—	2	—	—	—	—	—	—	—	—	3	—
—																																				
13	—	8	—	—	3	—	—	—	10	—	2	—	3	—	—	—	5	—	3	—	5	—	3	6	10	7	4	4	—	6	4	8	—	10	—	—
14	—	3	—	—	10	10	5	10	3	—	8	—	5	—	—	—	—	4	—	—	3	—	—	5	5	5	5	2	—	7	10	—	10	—	6	—
15	—	5	—	2	—	—	5	10	5	—	5	4	5	5	—	—	8	—	—	—	5	—	—	8	6	—	5	10	—	10	6	—	—	—	6	—
16	—	5	—	—	—	5	—	8	3	5	—	4	3	5	5	—	5	—	—	7	—	—	—	10	7	10	9	—	—	—	8	—	—	—	7	—
17	—	—	—	—	—	5	10	—	4	6	—	—	5	6	5	6	—	—	—	—	7	—	8	—	—	10	10	—	5	5	10	—	—	—	8	—
18	—	—	—	—	10	—	10	1	2	—	3	5	3	—	—	6	—	—	—	10	—	—	—	—	2	—	—	10	5	—	4	—	—	—	8	10
Num.	2	18	12	4	7	15	15	17	13	16	18	10	15	13	6	16	8	1	7	12	10	3	9	11	17	15	15	13	12	12	17	8	8	7	15	3

TAV. IV. — FACOLE — Rotazione I.ª

Data	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200	210	220	230	240	250	260	270	280	290	300	310	320	330	340	350
Apr.																																				
24	—	—	—	—	—	—	—	—	—	5	10	3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	10	10	7	—	6	10	5	—	—	—	—	—	—
25	—	—	—	—	3	10	4	—	—	3	10	5	—	—	—	—	—	—	—	—	9	10	10	2	—	2	10	10	10	6	—	—	—	—	—	—
26	—	—	—	1	10	10	10	—	—	3	6	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	5	10	3	—	5	6	—	—	—	6	—	—	—	—	—
27	—	—	—	10	10	5	—	—	—	—	—	10	10	—	—	—	5	—	—	—	—	8	2	—	—	3	4	—	—	7	—	—	7	—	—	—
28	—	—	—	—	4	6	—	—	—	7	9	—	—	—	—	—	—	—	7	—	—	3	—	—	—	6	8	—	—	10	8	—	—	—	—	—
29	—	—	—	—	7	10	1	2	—	10	7	—	—	6	7	—	3	3	—	3	3	7	—	1	10	10	6	—	5	10	10	1	—	—	—	—
30	8	—	—	—	—	—	—	—	—	7	8	—	—	—	6	6	—	—	—	—	—	—	10	2	6	10	7	—	10	10	8	—	—	—	—	10
Mag.																																				
1	—	—	3	10	5	7	6	—	—	6	10	9	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	10	10	10	4	—	6	10
2	—	—	—	—	—	3	10	2	—	—	8	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3	10	10	4	—	—	10	10	10	10	2	—	—
3	8	5	—	—	5	10	9	—	—	6	10	7	—	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3	10	1	—	—	5	10	6	—	—	—	—
4	—	—	—	—	2	10	10	—	—	8	10	10	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	7	10	10	7	2	—	5	10	10	—	—	—
5	—	—	—	4	6	—	—	—	—	—	3	10	3	—	—	1	8	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	7	4	10	5	—	—	—	—
6	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	10	10	10	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	5	8	—	—	5	10	4	—	—	—	—
7	—	—	—	—	—	4	10	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	10	1	—	4	10	9	10	—	—	—	—
8	—	—	—	—	—	8	3	—	—	7	10	10	6	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	5	10	3	3	5	7	4	5	10	4	—	—
9	—	—	—	—	5	10	10	—	—	8	10	10	1	—	7	7	—	—	—	—	—	—	—	—	4	10	2	—	—	8	10	—	—	—	—	—
—																																				
11	10	3	—	—	10	10	10	3	—	—	6	10	10	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	9	10	6	—	5	10	10	—	—	—	—	—
12	—	—	—	8	2	10	4	—	—	—	2	10	8	2	7	—	—	—	—	—	—	—	—	—	7	10	10	—	7	10	—	4	6	—	—	—
13	—	—	—	8	10	5	—	—	—	—	4	10	10	10	—	—	—	—	—	—	—	—	3	10	10	10	10	8	10	2	7	4	—	—	—	—
—																																				
15	—	—	—	—	—	—	—	—	—	9	10	7	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	10	10	10	5	—	—	10	5	—	—	—	—	—
16	—	—	—	—	—	—	—	—	—	9	4	—	—	—	3	10	10	—	—	—	—	—	—	10	10	10	—	—	—	10	10	5	—	—	—	—
—																																				
18	—	—	—	—	10	10	8	—	—	4	10	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	10	10	5	—	5	10	5	—	—	—	—	—
19	—	—	—	—	2	10	4	—	—	2	10	7	—	—	—	2	10	1	—	—	—	—	—	6	10	10	7	1	10	10	6	—	—	—	—	—
20	—	—	2	10	10	10	7	—	—	3	10	10	6	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3	10	10	10	3	3	10	10	2	—	—	—	—	—
21	—	—	5	5	—	10	10	2	—	3	10	3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	7	10	3	2	10	10	10	3	—	—	—	—
Num.	3	2	3	8	16	19	16	5	0	17	23	18	10	4	5	5	5	2	1	1	2	5	6	11	18	23	21	8	15	23	21	13	6	2	1	2

TAV. IV. — FACOLE — Rotazione II.ª

Data	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200	210	220	230	240	250	260	270	280	290	300	310	320	330	340	350
Mag.																																				
22	—	—	3	10	2	7	10	5	3	10	10	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3	10	10	10	—	—	10	10	10	10	—	—	—	—	—
23	—	—	—	3	2	7	7	—	—	2	10	5	3	—	—	—	—	—	—	—	3	10	2	—	—	10	2	—	7	10	10	5	—	—	—	—
24	—	—	—	—	8	10	5	—	—	—	5	10	1	1	10	2	—	—	—	—	—	—	—	7	10	10	5	8	10	10	10	10	2	—	—	—
25	—	—	—	2	10	10	—	—	—	10	5	10	2	—	—	3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	7	8	—	—	—	6	10	2	—	—	—
26	—	—	—	3	10	10	9	—	—	7	10	5	6	—	—	—	—	—	—	—	3	8	7	7	8	10	5	—	10	10	10	10	2	—	—	—
27	—	—	—	8	8	—	—	2	—	5	10	8	—	—	—	7	4	—	—	—	—	8	4	4	10	10	4	—	2	5	3	4	2	6	—	—
28	—	—	—	—	—	5	5	9	—	7	10	8	3	—	7	2	—	—	—	—	—	—	7	5	7	10	5	1	10	10	10	10	5	—	—	—
29	—	—	—	—	4	10	7	—	—	—	—	7	2	6	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	9	—	—	5	10	7	—	—	—	—	—
30	—	—	—	—	2	10	10	2	—	7	10	10	—	9	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	6	5	—	10	10	10	3	—	—	—	—	—
31	—	—	—	—	—	8	10	—	—	7	10	10	3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	4	10	—	10	10	6	2	10	10	—	—	—
Giug.																																				
1	—	—	—	6	2	—	—	—	9	—	3	10	5	—	—	6	—	—	—	—	—	—	—	—	6	10	1	9	—	10	10	7	10	6	—	—
2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	6	9	9	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	9	10	1	—	—	8	10	10	3	—	—	—
3	—	—	—	—	3	3	10	5	9	6	9	10	10	10	—	8	3	—	—	—	—	9	10	10	10	10	7	—	8	10	10	10	5	—	7	—
4	—	—	—	—	—	—	9	6	—	2	6	10	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	10	10	7	—	—	6	10	5	—	—	—	—
5	—	—	—	—	—	2	10	3	5	3	5	10	10	10	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3	10	8	—	3	5	7	—	—	—	—	—
6	—	—	—	—	—	7	7	9	7	—	8	10	5	1	10	4	—	—	—	—	—	—	—	2	6	8	7	—	—	8	8	2	—	—	—	—
—																																				
8	—	—	—	—	—	—	—	9	—	8	10	1	10	1	—	—	—	—	—	—	—	—	6	1	10	10	10	—	3	10	10	—	—	—	—	—
9	—	—	—	—	8	2	5	7	—	—	7	2	8	7	—	—	—	—	—	—	—	—	—	8	10	10	2	—	—	7	5	7	10	5	—	—
10	—	—	—	—	—	—	5	6	—	6	5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	4	10	10	2	—	—	—	10	8	—	—	—	—
11	—	—	—	—	8	5	5	10	2	2	10	8	10	10	3	—	—	—	—	—	—	—	4	10	10	3	7	9	—	—	—	7	10	5	—	—
—																																				
13	—	—	—	—	7	5	5	—	—	5	10	10	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	7	5	10	9	—	—	—	9	4	—	—	—	—	—
14	—	—	—	3	6	5	5	5	—	—	6	10	1	—	—	—	5	1	—	—	—	—	6	7	10	10	3	—	5	10	2	—	—	—	—	—
15	—	—	—	—	3	7	7	3	—	—	6	10	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	6	10	10	3	5	10	8	—	—	—	—	—	—
16	—	—	—	—	—	9	—	2	—	—	7	10	10	3	10	—	—	—	—	—	—	—	—	6	10	4	—	9	10	10	10	3	—	—	—	—
17	—	—	—	—	—	9	1	—	4	4	8	7	6	2	5	2	—	—	—	—	—	—	—	2	10	—	—	8	6	10	2	—	—	5	—	—
18	—	—	4	—	—	6	—	7	—	1	10	10	2	—	—	6	—	—	—	—	5	—	9	10	5	—	—	—	10	8	—	—	—	—	—	—
Num.	0	0	2	7	15	20	19	16	7	18	25	25	20	11	6	9	3	1	0	0	3	5	11	18	24	23	18	10	17	23	23	16	11	5	1	0

RAPPORTO DELLA COMMISSIONE PER LA MISURA DEL MERIDIANO CENTRALE EUROPEO NEGLI STATI PONTIFICI PRESENTATO A SUA EM.ZA REV. IL SIG. CARDINAL GIUSEPPE BERARDI. RELAZIONE FATTA ALL'ACCADEMIA DAL P. A. SECCHI, PRESIDENTE DELLA MEDESIMA COMMISSIONE (*).

§. 1. *Origine della Commissione.*

Nel anno 1861 costituivasi in Germania per opera del Sig. Gen. Baeyer una associazione geodesica fra i varii stati della Confederazione germanica nello scopo di fare una accurata misura dell'arco di meridiano che attraversa l'Europa centrale.

Le ragioni che determinarono a tale impresa furono le seguenti:

Primieramente mentre all'occidente d'Europa, la Francia, la Spagna, l'Inghilterra hanno fatto estese misure di meridiani, e all'Oriente la Russia, niuna se ne avea di conveniente estensione nel centro. 2.° le diverse misure degli archi di meridiano parziali che sono state eseguite in questa parte centrale del continente non trovansi punto d'accordo fra di loro. 3.° L'origine di queste discrepanze resta incerta: possono esse attribuirsi, o alle inesattezze degli antichi lavori, o alle perturbazioni reali che si hanno sulla superficie terrestre in questa parte d'Europa solcata da vasti bacini da una parte, e irta di altissime montagne dall'altra.

Si convenne pertanto nel suddetto anno di instituire una associazione di tutti quegli stati che fossero disposti sotto il meridiano Berlinese, i quali si obbligavano a prender parte ad una triangolazione di precisione con norme sicure e regole da fissarsi di commune consenso degli scienziati deputati da tutti gli stati. Altri stati oltre i germanici vennero ancora invitati a prender parte all'operazione, onde essa venisse estesa tanto dal lato del Nord che del Sud quanto era possibile.

Poco dopo il Sig. Gen. Baeyer dava parte di questa istituzione al Governo pontificio, invitandolo ad unirvisi. Ma le circostanze di questi tempi non permisero di dare una risposta definitiva, e solo fu risposto, che per parte sua il Governo Pontificio non avrebbe posto ostacolo alcuno all'impresa, ed anzi avrebbe in que'modi che avesse potuto cercato di favorire un opera così importante pel progresso della scienza.

Così stette per noi sospesa ogni decisione intorno a questa associazione men-

(*) V. nota in fine.

tre essa si veniva dilatando ed estendendo al Nord fino al Mar Glaciale e al Sud fino all'estrema Sicilia; poichè in quest'intervallo di tempo erano entrate a parte dell'associazione la Russia, la Svezia, la Norvegia, l'Austria, la Svizzera e l' Italia. In una parola tutti gli stati che si estendono dal N. al S. sotto il detto meridiano centrale Europeo.

Nell'Agosto del prossimo passato anno 1869 perveniva al P. Secchi direttore dell'Osservatorio del Collegio Romano un cortese invito dal Sig. Direttore dell'Oss. di Padova, il Comm. Giovanni Santini, di recarsi a Firenze onde prender parte ai lavori della commissione Italiana per l'osservazione dell'ecclisse del 1870 in Sicilia, e insieme era privatamente invitato ad assistere alle conferenze che in quella capitale si sarebbero tenute dalla Commissione permanente dell'associazione internazionale per la misura del grado del meridiano Centrale Europeo.

Annuirono pertanto i superiori che il suddetto Direttore si portasse alle indicate riunioni, ma in semplice condizione di privato, non essendo pervenuto ultimamente al superiore Governo nessuno invito onde spedire colà persona d'ufficio.

Arrivato il sudd. Direttore a Firenze trovò già preparato un cortese invito dal Sig. Gen. Ricci presidente della commissione geodesica del regno Italia per intervenire a dette riunioni, insieme con una richiesta da parte della Commissione permanente della conferenza suddetta di dar conto dei lavori geodesici che si erano eseguiti nello Stato Pontificio, e che potevano contribuire allo scopo proprio della Conferenza.

In conseguenza di tale invito e come persona privata Egli diè conto de'lavori che o erano in corso, o si erano fatti a tale effetto, in una relazione inserita per intero nell'allegato A. Ivi in sostanza si espone: Come negli anni precedenti il Governo Pontificio a fine di togliere i dubbi insorti intorno al vero luogo dei termini della base misurata da Boscowich sulla via Appia della quale uno era perito, avesse ordinato che questa base venisse rimisurata. Che questa misura era stata fatta con gli apparati di ultima precisione immaginati dal Cav. Porro, cioè con tesa graduata a decimi di millimetro letta con microscopi di gran forza e che eransi costituiti i nuovi termini della medesima in modo che fossero sempre per l'avvenire reperibili (V. Nota *B* in fine).

Questa base era destinata a servire per una congiunzione con la triangolazione del Marieni, allo scopo di protrarre il meridiano Boscovichiano Romano fino a Pratica, ma gli avvenimenti politici distolsero dall' esecuzione di un tal progetto.

Nell'intervallo però non erasi perduto di vista questo scopo importante,

e profittando della disposizione degli osservatorii limitrofi che chiedevano di esser riuniti con una reciproca determinazione delle longitudini, il sudd. Dir. dell'Oss. del Coll. Romano avea preso a determinare la differenza di longitudine tra Roma e Napoli, ottenendo per tale effetto un cronografo elettrico dalla liberalità del Sommo regnante Pontefice (V. Nota *C* in fine).

Questa determinazione era stata eseguita nel mese di Gennajo 1869 e la massima parte de'calcoli era ridotta a fine e il risultato ormai definitivamente concluso.

In questo intervallo ancora eransi rivedute le antiche determinazioni delle latitudini dei due Osservatorii del Collegio, Romano, e del Campidoglio, e quella di quest'ultimo specialmente poteva considerarsi come un elemento de' meglio determinati, tanto per la qualità dello strumento impiegato, che per le cure e diligenze straordinarie usate dal direttore sig. Prof. Respighi.

La commissione permanente ricevette con soddisfazione l'esposizione di questi lavori, e insieme risolvè che sarebbe indirizzata al Governo Pontificio una lettera officiale d'invito a prender parte all' operazione internazionale, nella vista specialmente che essendo il meridiano centrale Europeo che passa per Berlino tale che traversa in quasi tutta la sua lunghezza lo Stato attuale Pontificio, non era conveniente che restasse lacuna nella gran rete di triangoli che comprendeva quasi tutta la penisola italiana. La lettera della commissione è riportata nell'allegato B.

Questa lettera al suo ritorno da Firenze, fu dal sudd. direttore presentata a S. Emza il sig. Card. Antonelli Segr. di Stato e da esso umiliata alla Santità di N. Signore, insieme con un progetto formulato dal Dir. medesimo sul modo di condurre i lavori, che per intero si riferisce nell'allegato C.

In questo progetto si dà conto de'motivi che riguardano l'importanza dell'opera, ed esponesi il mezzo più idoneo per ridurla in esecuzione senza notabile spesa dell'erario. Avendo ora tutti gli Stati adottato il sistema di eseguire questi lavori per via militare, egli proponeva che non si dovesse recedere da questa linea, specialmente per ciò che spetta i lavori di campagna. Osservava inoltre che a questa triangolazione primaria potevasene aggiungere una di second'ordine per estendere e completare la mappa dello stato, che ne ha non piccolo bisogno, specialmente a qualche distanza dalla Capitale.

La parte astronomica peraltro richiedendo nozioni che non si potevano presupporre in ingegneri militari, almeno al principio de' lavori, veniva destinata in commune ai direttori dei due osservatorii del Collegio Romano e del Campidoglio.

A sopperire poi alle spese occorrenti a tale effetto esso proponeva che ol-

tre un primo assegno per l'acquisto di alcuni strumenti indispensabili e fondamentali precisato in lire 6000, venisse annualmente fissato l'assegno di Lire dieci mila, la qual somma era in correspettivo coll'estensione del territorio, e colla quantità del lavoro che potevasi eseguire in un anno dietro il personale che vi si sarebbe potuto assegnare, supponendo una durata del lavoro di 4 in cinque anni.

La direzione del lavoro sarebbe affidata a una commissione mista di astronomi, e di ingegneri militari. Questo progetto ottenne la sovrana sanzione, e furono in particolare nominati a far parte della commissione.

Il P. Angelo Secchi Direttore dell'Oss. del Collegio Romano, presidente.

Sig. Cav. Prof. Lorenzo Respighi direttore dell'Osservatorio capitolino.

Sig. Cav. Colonello Mattia Azzarelli prof. d'idraulica nell'Università Romana.

Sig. Maggiore Francesco Oberholtzer ingegnere del Genio pontificio, ai quali per istanza fatta da lui medesimo fu aggiunto il Sig. Cav. Bettocchi membro del Consiglio d'arte e professore di geodesia nell'Università Romana.

Queste nomine furono fatte in una ordinanza ministeriale speciale (Vedi l' allegato D e suo supplemento). Nella medesima ordinanza ministeriale fu ancora provveduto che il Ministero delle armi supplirebbe da sua parte quel tanto che all'occorrenza potesse prestare tanto di materiali che di personale, onde eseguire i lavori colla debita sollecitudine ed economia.

L'esecuzione officiale di questa triangolazione dello Stato fu annunziata al publico, mediante una notificazione del 15 Febr. 1870 emanata dal Ministero del Commercio, nella quale si prescriveva ai singoli privati di non porre ostacolo all'esecuzione de'lavori nei loro dominii, ogni qual volta fosse ciò richiesto dall'operazione medesima, salve sempre le guarantigie che in simili casi presenta la legge (V. allegato E).

La commissione così legalmente istituita cominciò immediatamente i suoi lavori. Per la regolarità dell'andamento di questi si stabilì di riunirsi ogni otto giorni all'Oss. del Collegio Romano nel giorno di Giovedì ove si sarebbe di comune accordo fissato il da fare, e dato conto dell'operato.

Siccome poi a termini dell'ordinanza governativa l'esecuzione pratica era affidata ai militari; così fu porta istanza a Sua Eccellenza il Sig. Gen. Kanzler Prom. delle Armi, acciò si compiacesse di fissare un personale, col quale condurre ad effetto i lavori occorrenti, almeno in quella parte in cui l'economia o l'impossibilità di fare altrimenti non consigliasse a servirsi di borgesi.

L'Eccellenza sua secondando con sommo zelo le viste del S. Padre, e le richieste della commissione ordinò che venissero alla medesima applicate le

due guardie del Genio, Sig. Enrico Gennari ora promosso a tenente, e Oreste Coari in qualità di assistenti al Sig. Maggiore Oberholtzer membro della commissione; e poscia onde render più spediti i lavori, ordinò che venisse distaccato un corpo di communi del Genio stesso ad eseguire i lavori occorrenti (V. alleg. F e G).

Dato così un breve cenno dell'origine e dello scopo della commissione, veniamo ora ad esporre le cose eseguite da essa, dal principio del prossimo passato Marzo fino al tempo presente, cioè la fine di Luglio, intervallo che comprende poco più che 5 mesi di vita.

Si sarebbe voluto differire questo rapporto fino al compimento dell' anno di lavoro, ma in vista che la conferenza internazionale farà la sua seduta generale nel prossimo settembre, epoca nella quale tutti i membri presentano il loro contingente, si è creduto meglio riunire il fatto finora onde avere sott'occhio tutto l'operato, da cui estrarre quello che si credesse opportuno di presentare alla commune sessione (V. Nota *D* in fine).

Benchè non siasi ancora fatta nessuna misura di angoli nè livellazione, pure la quantità de'lavori considerata come si deve nella sua condizione di un impianto di vasta impresa si rileverà non essere punto indifferente. E ciò è tanto più da stimarsi in quanto che i membri che vi hanno preso parte non hanno mancato di disimpegnare le altre loro abituali occupazioni, ed hanno preso questo come un lavoro accessorio, e senza ricevere nessuna retribuzione.

§. 2. *Lavori eseguiti dalla Commissione.*

ORDINAZIONE DEGLI STRUMENTI.

La prima cosa di cui si dovea occupare la commissione era la ordinazione degli strumenti. La scelta di questi naturalmente si trovava subordinata alla natura del lavoro e alla scelta delle stazioni in campagna. Ma per questa parte il suo compito si trovava assai facilitato dai lavori anteriori del Boscovich e del Marieni, onde per ciò credè potere dispensarsi da un esame preventivo delle stazioni stesse, e attenersi nella scelta de' medesimi alle semplici norme stabilite della conferenza internazionale.

Gli strumenti destinati a misurare gli angoli geodesici, e gli archi astronomici adottati in questi lavori consistono in teodoliti forniti di circoli di altezza e di azimut, letti ambedue con microscopii. I raccomandati in pratica sono di due dimensioni, cioè quelli in cui i circoli hanno il diametro di 10, e di 13 pollici, tanto nel senso verticale che nell'orizzontale.

La scelta di questi strumenti per l'una o per l'altra dimensione dipende

dalla distanza delle stazioni a pari grado di precisione che voglia ottenersi. Volendo noi avere la maggior precisione possibile in faccia alle distanze non piccole della nostra rete principale, alcune delle quali arrivano, e talora passano 30 chilometri, fu di commune assenso della commissione stabilito che si prendesse il circolo di tredici pollici che ha un cannocchiale corrispondente di 24 linee di apertura, e 24 pollici di lunghezza focale, letto a microscopi, secondo che si è già detto e fornito di cannocchiale di sicurezza. Lo strumento è posto in nota per Lire 3975
Le casse di trasporto 150
Cannocchiale di sicurezza 300

In tutto Lire 4425

Il peso delle casse in cui si divide lo strumento fu riconosciuto non esser punto superiore a quello che potrebbe commodamente portarsi sulle nostre montagne.

La Conferenza internazionale avendo fissato che l' altimetria farebbe una parte principale dell'opervazione, e perciò avendo grandemente raccomandato le livellazioni geometriche coi livelli a cannocchiali e a bolla d'aria, per soddisfare a ciò la commissione ordinava venissero acquistati due livelli di tale costruzione quale è raccomandata nella opera della livellazione svizzera. Il prezzo di questi livelli è per ciascuno lire 622, non comprese le stadie che saranno valutate a parte.

Finalmente siccome la presente operazione deve aspirare alla più grande precisione che sia possibile, e questa talora difficilmente può ottenersi coi segnali ordinarii opachi, qualunque sia la loro costruzione, ordinò ancora che venissero provveduti due Eliotropii o segnali a riflessione solare come ora si usano generalmente, e questi in via di esperimento, i quali quando fossero rinvenuti utili o fossero necessari in maggior numero, si sarebbero acquistati in appresso, essendo la loro spesa di poco superiore alle 100 lire.

La necessità di una grande precisione negli istrumenti, e nei segnali risalta al primo aspetto in una operazione di alta precisione come è questa, ma essa diviene evidente qualora si faccia attenzione, che bisogna mettere tutte le parti del lavoro in una armonia concordante ed esattamente conforme. A che servirebbe infatti aver misurata una base col microscopio fino ai millesimi di millimetro, e conclusa la sua lunghezza entro precisione del centimetro in 12 mila metri, se con un debole cannocchiale non si potesse ottenere il decimetro nella mira. Quindi era di necessità il provvedere di forti cannoc-

chiali e di circoli grandi gli strumenti graduati. Così pure se il segnale non potesse rilevarsi che alla stima di qualche decimetro, perchè la sua forma è inesatta, o perchè la posizione è incommoda e mal si presta alla puntata per difetto di luce, che gioverebbe avere strumenti minutamente graduati e letti con microscopii fino ai secondi? Quindi è mestieri mettere altresì questa parte in armonia col resto. E perciò i segnali eliotropici o a sole riflesso da specchi, in alcuni casi saranno indispensabili per precisare la mira degli oggetti molto lontani, quando la nebbia offusca l'orizzonte, e pei vicini quando si deve conservare tale precisione che sia in proporzione con quella dello strumento graduato. Questo sarà manifesto considerando un caso particolare. Così per esempio alla distanza di 10 chilometri un secondo sottende 48 millimetri: ora la pratica insegna che è assai difficile, se non impossibile il poter puntare entro questo limite un segnale opaco a tal distanza, specialmente se è proiettato in terra, mentre è facile ottener ciò in un oggetto luminoso. Talchè in molti casi, e specialmente pel collegamento della base, gli elioscopii saranno necessarii onde conservare la precisione de'circoli che danno il secondo.

Però non può fissarsi avanti ad ogni sperimento pratico fino a che punto potremo o dovremo valerci di questa specie di segnali, i quali non è da dissimulare che sono accompagnati da qualche incommodo, ed è perciò che non si è creduto doverne commettere per ora più di due, lasciando all'avvenire il decidere se debbano aumentarsi di numero. E ciò è tanto meno necessario preoccuparsene in quanto che lo strumento è di facile costruzione e può facilmente ottenersi e presto.

Tali sono le considerazioni che hanno guidato la commissione nella scelta degli strumenti da acquistare Sarebbe stato desiderio della medesima il risparmiare questa spesa, e servirsi di alcuni che si hanno negli Osservatori Romani, ma oltre alle informazioni prese nel congresso di Firenze e dal Signor Baeyer, Direttore de'lavori di Prussia, dal Signor Ibannez direttore de'lavori geodesici di Spagna, dal Sig. Direttore di quelli di Russia, e dal Sig. De Vecchi Direttore de'varii lavori in Italia, il presidente della Commissione si prevalse della occasione, che molti di questi Signori vennero in Roma stessa dopo il Congresso Fiorentino, e avendo fatti esaminare quelli che avea furono trovati insufficienti, quindi dietro loro consiglio furono commandati alla ditta de'Signori Pistor e Martins di Berlino, come quelli che a grande precisione univano solidità e leggerezza idonea al bisogno. Di più si avea il vantaggio che la costruzione sarebbe stata sorvegliata dal Sig. Baeyer stesso.

Gli strumenti del Pistor hanno il vantaggio di esser esatti e leggeri ad

un tempo, e questo elemento di una opportuna leggerezza non è da trascurarsi nel caso nostro, ove in molti luoghi le stazioni devono farsi alla sommità de'monti di non punto commodo accesso.

Dopo gli strumenti graduati noi qui menzioneremo anche i segnali ordinarii. Questi benchè già stabiliti dall'uso pure non lasciano di dar luogo a studi non pochi secondo le circostanze.

La conferenza internazionale avendo stabilito che si facciano per quanto è possibile sempre le osservazioni ai centri delle stazioni, e con segnali indipendenti e tali che possano sempre ritrovarsi in avvenire, e perciò in muratura difinitiva, o almeno con tali contrassegni che possano facilmente ritrovarsi, noi crediamo di dovere scrupolosamente attenerci a questa regola.

I segnali definitivi dovranno essere quindi costituiti dai pilastri stessi su cui si collocheranno gli strumenti angolari, ma per lo studio preliminare delle stazioni fummo costretti dalle circostanze medesime de'luoghi ad adottare il sistema provvisorio di castelli composti di 4 travi riuniti in una forma piramidale e nella lor parte superiore coperti da tavole imbiancate. Questa forma si è trovata soddisfacentissima ed opportuna a tutti gli usi e idonea molto ad esser distinta a grandi distanze. Nelle officine del Genio a Belvedere ne furono costruiti finora quattro, due della dimensione di 4, e due di sei metri di altezza da servire al bisogno secondo i luoghi e le distanze. Vedremo l'uso che se ne è fatto finora nelle singole stazioni.

Non vogliamo però ommettere di notare che il vandalismo, e lo spirito di distruzione e di indisciplinatezza che regna nelle persone che frequentano le nostre deserte campagne, poco incoraggiscono a usare segnali di legname, e che saremo dappertutto costretti a farli in muratura con ispesa molto maggiore.

Se la nostra campagna fosse meno inospita si potrebbe fare uso anche de'segnali di fuochi artificiali, e lavorare di notte, ma i pericoli che s'incontrerebbero per la malsania del clima, e pel difetto di buoni alloggi, non permetteranno di servirsi di questi mezzi che in casi eccezionali, e solo per ricognizioni difficili.

§. 3. *Studio delle Stazioni.*

STAZIONE DI MONTE MARIO.

La scelta di molte stazioni, come si disse, era già in gran parte fissata dai lavori precedenti al nostro, le quali ove avessero corrisposto ai bisogni della geodesia moderna non erano da variare senza ragione, col privarci così di un prezioso controllo. Tuttavia si riconobbe necessario di modificarne alcune radicalmente, in altre introdurre variazioni considerevoli onde raggiungere lo scopo.

E per procedere con qualche ordine diremo che Roma rimane naturalmente il centro di un gran poligono chiuso, il cui perimetro è formato dalle rette che congiungono i punti di Pratica, Fiumicino, Monte Virginio, Monte Soratte, Monte Gennaro, Monte Cavo, Pratica.

In mezzo a questo poligono esiste misurata la base sulla Via Appia, che deve collegarsi ad uno o più lati di esso.

La prima questione che sorse fu quella se doveasi conservare la stazione centrale sulla cupola di S. Pietro; stazione usata naturalmente da tutti i nostri predecessori. Ma una ponderata discussione ce la fece senza esitanza eliminare. Infatti una delle raccomandate avvertenze è di osservare, come si dice, nel centro della stazione, e fare dallo stesso punto il giro dell'intero orizzonte, cioè collocare lo strumento nel punto preciso ove si mira da tutti i punti, e dove poscia nel calcôlo de'triangoli è costituito il vertice loro comune. Ora questa condizione non si può effettuare sulla cupola predetta, per la ragione che sul centro di mira, che è la croce, non può collocarsi lo strumento. È mestieri pertanto mettersi fuori di centro e ridurvisi con amminicoli di misure secondarie e di calcoli, cose tutte proscritte nelle operazioni di alta precisione, perchè sorgenti di moltissime inesattezze.

Di più vuolsi che nelle stazioni primarie si faccia intero il giro dell'orizzonte per avere il controllo della misura esatta della circonferenza. Ora nè anche questo può aversi in S. Pietro da un sol punto della loggia che circonda il cupolino o *giretto*. Aggiungesi a ciò l' irregolarità ben nota nelle parti minute di questa fabbrica; onde la croce non corrisponde precisamente al centro del tamburo del lanternino. Si deve pure calcolare la grande incommodità del sito, e la quasi impossibilità di recare colà uno strumento di grandi dimensioni, e tenervelo immobile con la debita esattezza.

Tutte queste ed altre considerazioni ci fecero assolutamente rigettare questa stazione.

Fortunatamente la stazione Vaticana si poteva facilmente supplire con istabilire un punto conveniente sul vicino monte Mario, la cui altezza assoluta di poco la cede alla cupola stessa. La commissione recatasi sul posto trovò adattatissimo il vertice di detto monte nella vigna, che è di proprietà del Sig. Principe Barberini Duca di Castelvecchio, e sarebbesi prestato assai bene il quivi esistente casinetto, se esso non fosse in istato di tanto deperimento, e se si fosse potuto avere la garanzia di una conservazione e permanenza futura del segnale quale si richiede in questo genere di monumenti. Considerando ciò, e riconosciuto che il restauro del casino avrebbe quasi portato

tanto quanto la costruzione di un nuovo segnale indipendente, fu deciso di attenersi a questo. Dopo lunghe e diverse trattative col Sig. Principe, fu stabilito dietro sua stessa proposta, che il nuovo segnale o torre che ivi si costruirebbe sarebbe fatta a spese della commissione, che la proprietà sarebbe devoluta al fondo del baliaggio, col solo tassativo obbligo di servitù per l'esclusivo uso della triangolazione (*).

Così stabilita la convenzione col Sig. Principe si mise mano allo scavo dei fondamenti della torre da innalzare dietro il disegno del Sig. Ingegnere Magg. Oberholtzer.

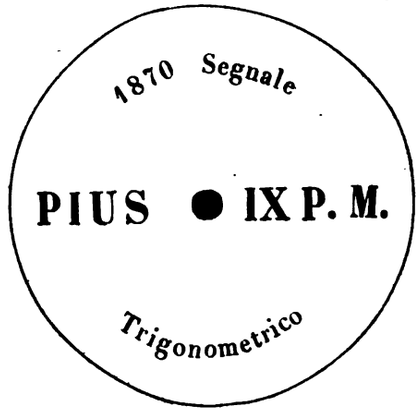
Consiste questo segnale in una torre a base quadrata di metri cinque di lato: sorge il basamento a pareti verticali per l'altezza di metri 4 sopra cui la parte rastremante a piramide troncata si alza di metri 8 fino a fare l'altezza complessiva di metri 12: una leggera cornice ne corona la sommità con ringhiera di ferro, e offre un area quadrata di $3^m\frac{1}{2}$ di lato sufficiente a ricevere l'osservatorio portatile. L'interno della torre comprende il pilastro centrale quadrato circondato da una commoda scala di peperino larga $0^m.80$, cioè sufficientemente per passarvi colle casse degli strumenti. Nella scala si è avuto avvertenza di lasciare ad uno de' 4 angoli un ripiano largo equivalente a due degli scalini in angolo per servire a praticarvi un foro, onde determinare le latitudini collo strumento de' passaggi coll' orizzonte a mercurio, secondo il metodo immaginato dal Sig. Prof. Respighi.

La prima pietra di questo edifizio fu collocata il giorno 6 maggio an. cor. alla presenza di S. Emza Rma il Sig. Card. Berardi Proministro del Commercio, e di S. E. il Sig. Gen. Kanzler proministro delle armi, del Sig. Principe Duca di Castelvecchio Barberini, e di altre scelte persone. In un breve discorso il presidente espose le ragioni della scelta, e mostrò l'importanza del lavoro, e la convenienza che essendosi fatte altre volte operazioni di cui si è svanita ogni traccia, restasse questa volta una memoria permanente dell'operazione anche per testimoniare come il governo ecclesiastico sa conservare le sue tradizioni, e proteggere ed incoraggire la scienza.

La pietra che fu ivi collocata nel centro del monumento avea $0^m.60$ di lato in quadro e $0^m.50$ di spessezza; portava un foro nel mezzo che servir dovea di punto di partenza per l'asse alla torre, e intorno ad esso era l'iscrizione commemorativa del Sommo Pontefice che avea ordinata l'operazione, e dello

(*) Parole della proposta.

scopo a cui essa era diretta coll'anno in cui fu collocata, ed è di questa forma.



Questa pietra resta 4 metri sotto del livello della soglia della porta d'ingresso della torre, posata direttamente sul terreno vergine che quì è un'argilla fortemente compatta prodotta dalla decomposizione de'tufi vulcanici.

A conservare questo centro in modo che venisse a continuare la sua direzione verticalmente fino alla sommità della torre, si piantò in esso un cilindro di legno che conservato sempre verticale con gran cura venne imprigionato mano mano nel muro stesso, e con successivi pezzi di aggiunta alzato fino alla sommità della torre medesima, riportò il centro infimo alla sommità superiore del pilastro su cui si dovrà collocare lo strumento.

Questa torre è al momento in cui scriviamo alzata già sopra terra di metri 11, e quanto prima sarà terminata.

La stazione di Montemario è tale che non solo supplisce, ma supera in vantaggio la cupola di S. Pietro, ed è non solo visibile da per tutto dove quella è cospicua, ma si presta a fissare con esattezza una stazione astronomica ove si possa determinare direttamente la latitudine e l'azimut senza l'incomodo di lontana assenza dall'osservatorio, e senza le incertezze che provengono dalle riduzioni ai centri, onde essa costituisce una vera stazione modello. La connessione poi cogli Osservatorii Capitolino e del Collegio Romano, è facilissima. Attesa la sua posizione essa sarà munita di parafulmine.

La costruzione di questa torre porta una spesa non indifferente, e il preventivo fu fatto di circa 5000 lire, ma si spera di non arrivarvi, atteso chè una grande economia si è potuta fare nell'esecuzione, essendo stati quasi tutti i materiali portati lassù per opera militare de'corpi del Genio e del Treno. Per avere una idea di tale economia diremo, che, la sola spesa necessaria per

portarvi l'acqua, sarebbe stata di circa due mila lire, dovendosi ivi condurre da oltre un miglio di distanza, e fare un ardua salita.

La costruzione muraria fu stimato meglio affidarla ai borghesi, ed essa fu assegnata dietro contratto preliminare al capomastro Francesco Simonetti, il quale ha corrisposto finora all'impegno assunto con piena soddisfazione della Commissione.

Naturalmente si dovranno inoltre pagare alcuni indennizzi al proprietario del fondo e al suo coltivatore, ma questi sono di poca entità, essendosi avuto cura che venisse danneggiato il meno possibile.

Non vogliamo lasciare senza elogio la prontezza con cui S. E. il Sig. Principe Duca di Castelvecchio, appena vide appianate alcune difficoltà legali inerenti alla natura del fidecomisso baliatico, accudì alle richieste della Commissione. Ed alla medesima sua gentilezza si deve certamente la cortesia e deferenza con cui dal coltivatore sono trattati gli operai e le altre persone, che devono con non poco suo incomodo transitare per il fondo onde accedere alla lavorazione.

La torre non ha locale abitabile interno, e solo ha un piccolo ripostiglio per oggetti minuti e per gli strumenti, ma essendo vicino il casino, potrà aversi in esso un commodo ricetto durante le osservazioni che in questa stazione non saranno sì poche nè si brevi, al quale scopo occorrerà farvi fare alcuni minuti acconcimi.

§. 4. *Stazioni terminali della base.*

Alle estremità della base erano da farsi due stazioni di primo ordine per la precisione. Però i termini effettivamente usati nella misura essendo sepolti sotto l'asse stradale non potevano servire allo scopo, almeno dal lato di Cecilia Metella, non potendosi deviare la strada, e il monumento stesso impedendo la visuale. Questo erasi già preveduto nell'atto della misura, e perciò si erano detti estremi riferiti ai monumenti vicini, cioè all'estremità occidentale al monumento stesso di Cecilia Metella, e all'estremità orientale o delle Frattocchie ad un altro rudere di monumento posto al primo vertice della salita. Veggasi su di ciò la *Misura della base.*

Se non chè il termine di Cecilia Metella ha il grave inconveniente di non ammettere l'osservazione al centro di stazione nel solo punto ove può farsi, cioè sopra al mezzo della lapide, corrispondente alla piramiduccia ivi posta da Ricchebach. Ed anche rinunziando al vantaggio del centro questa stazione sarebbe sempre costosissima e di incomodo accesso.

In considerazione de'quali motivi fu all'atto stesso della seconda misura della base preso un altro punto a terra contro il rudero di monumento che sta a circa 488^{m} da Cecilia Metella segnato colla lettera E nella misura, e ivi fu piantata una piramide impiombata in grosso parallelepipedo di marmo, che è chiave dell'antica rinvestitura di marmo che lo copriva, e la posizione di questa piramide fu determinata con precisione rapporto al punto a terra, come si notò al suo luogo nella *Misura*.

Questo rudere o torrione è alto 12 metri di forma parallelepipeda a base quadrata ben conservato, e con pochi ristauri può ridursi a monumento geodesico. Quindi esso fu adottato come una delle stazioni terminali, riservandosi a riportare al centro del pilastro con precisione l'estremo della base quando si verrà alla misura degli angoli.

Su questo torrione è ora innalzato uno dei segnali di legno a piramide di cui si è detto di sopra alto 4 metri, e lo chiameremo il termine di Capo di Bove, perchè sta in questa tenuta, onde distinguerlo dal vero monumento di Cecilia Metella.

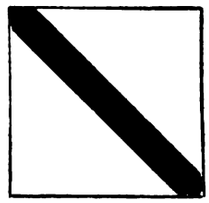
Per accedere comodamente su questo torrione fu necessario costruire un castello di leguame con iscale. Questo castello si è sperimentato in pratica molto utile perchè le circostanze hanno richiesto che a quest'ora moltissime volte vi si montasse sopra onde eseguire gli studi necessarii per la prima determinazione delle stazioni. Benchè alto come si disse 12^{m}, pure sarà mestieri superelevarlo di un altro metro circa, onde potere colla visuale superare più commodamente la linea degli acquedotti, e così poter meglio vedere la stazione del Cervaro di cui diremo appresso, e quella di Decimo.

L'altro termine della base presso le Frattocchie resta vicino ad un monumento sufficientemente alto considerato in sè, perchè è alto circa 7 metri; ma quando si è venuto all'atto pratico delle ricognizioni lontane, si è trovato che esso poco si spiccava dalla campagna circostante per l'elevatezza del terreno intorno ad esso accumulato. Furono fatti perciò molti studi, tanto dalla torre di Pratica, quanto dalle eminenze di Decimo, e sopratutto dai contorni di Torre Nuova; e finalmente avendovi alzato sopra uno de'segnali provvisorio alto 4 metri, e sopra questo alzato un altro segnale minore alto 3 metri, si concluse che per rendere bene visibile questo termine dalle circostanti stazioni era mestieri di alzare sul rudere monumentale una torretta di 5 metri di altezza con scala interna per accedere al pilastro di osservazione.

Questo lavoro è stato fatto in economia dai soldati del Genio, e il segnale adesso si vede dapertutto in modo perfettamente soddisfacente, ma è costato

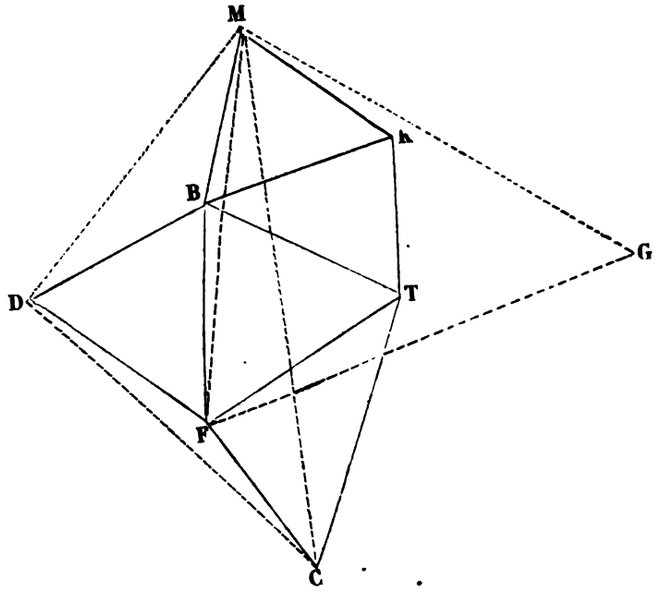
della fatica assai a poter trovare i punti corrispondenti per ottenere un buon legame della base col resto de' lati principali della stazione, a cagione del terreno vicino che maschera questa posizione.

La torre non essendosi potuta fare piramidata per non restringerne troppo la cima, e potendosi perciò confondere da lontano con qualche casa bianca, si distinguerà tracciandovi diagonalmente alle faccie una gran linea nera semplice della larghezza di circa 60 centimetri



§. 5. *Congiunzione della base alla rete principale.*

Uno degli studi più importanti che ci ha occupati in quest'intervallo è stato il trovar modo da congiungere la base dell'Appia col resto della triangolazione. La cosa non era facile. Comunemente nelle operazioni moderne la scelta della base si fa secondo i bisogni della triangolazione, ma quì la base era imposta da varie condizioni estranee, la prima delle quali era di verificare l'antica misura di Boscwich. Ma anche senza questo era impossibile trovare spazio in linea retta di sufficiente lunghezza da misurare una base in questi contorni di Roma, ove tutto il terreno è ondulatissimo, e solo si sarebbe potuto ottenere o alle paludi pontine, o alla foce del Tevere tra Ponte Galera e Fiumicino.



Determinata pertanto così la posizione della base, era mestieri di collegarla nel miglior modo possibile col resto della triangolazione. Le

costruzioni eleganti usate altrove per accessioni di triangoli equilateri a destra e a sinistra della base, qui erano impraticabili per la natura del terreno.

Infatti tale costruzione fu studiata, e vi avrebbe soddisfatto abbastanza la posizione di Decimo D e di un punto presso Torrenova T, che sulla base BF facevano due triangoli quasi equilateri. Ma sfortunatamente Decimo non è visibile da Torre Nuova nel luogo T, essendochè l'asse dell' Appia corre su di una eminenza di terreno formata da una forte corrente di lava basaltina. Quindi non si sarebbe potuta orientare bene la diagonale DT.

Tuttavia ogni speranza non è ancora perduta di riuscirvi, essendo possibile che ciò riesca quando saranno alzati alquanto i segnali in T e in D, per la quale alzata potranno riuscire visibili, ed allora si potrà compire la costruzione coi triangoli BDT, e DFT. Un modo molto diretto di collegamento si ha per il lato di Decimo. Infatti costruendo il triangolo BDF sulla base BF si avrebbe il lato FD sul quale si costruirebbe l'altro triangolo DMF, e col lato DM di questo, condotta la DC si avrebbe il lato MC, che è uno dei raggi fondamentali del poligono. Ma questo mezzo di collegamento porta l'uso di varii angoli non maggiori che 40°. Nel prossimo mese si compiranno questi studi dal lato di Decimo. Ad ogni modo se anche non si accettasse il sistema di collegamento della base per questa via esso è assicurato in vari altri modi, e finora si dà la preferenza al seguente.

La base BF poco dista dalla direzione Capo di Bove—Monte Mario, onde il lato BF viene ad essere quasi in continuazione di BM comprendendo un angolo di 174° gradi. Quindi scegliendo in K un punto convenientemente che facesse vertice di triangolo equilatero col lato BM si poteva raddoppiare la base in lunghezza commodamente con l'aiuto di un altro punto scelto in T con modo opportuno. I tre triangoli così formati MKB, KBT, BFT davano la base raddoppiata MF.

Inoltre ne nasceva così un triangolo FTC, cioè Frattocchie, Torre Nuova, Monte Cavo, il quale ove fosse riuscito soddisfacente si poteva da questi triangoli, con soli due punti succursali K e T avere il lato MC che è uno dei raggi del poligono con centro a Monte Mario.

In questa combinazione non mancano molti elementi di verifica sui quali stabilire equazioni di condizione per maggior sicurezza di alcuni elementi. Si procedette pertanto sul terreno allo studio di questi punti.

Secondo le carte esistenti, e specialmente quella del censo abbastanza precisa per questo studio, il punto K capitava al luogo detto Aguzzano, ma la depressione del terreno in questo punto e l'altissima linea degli antichi acque-

dotti che con muro continuato corrono fra le due stazioni non permettono di profittare di esso.

La sola torre del Cervaro può servire, dando un triangolo poco distante dall'equilatero, di cui ecco gli angoli approssimati.

Angolo a Capo di Bove	$66^{\circ}.\frac{3}{4}$
A Monte Mario	$53.\frac{1}{4}$
Al Cervaro	60.0

Molte ricerche fatte per altri punti, e specialmente alla Cervelletta che era torre meglio conformata, riuscirono inutili sempre per l'ostacolo degli acquedotti. Si avverta che da B il Cervaro si vede appena sfiorando la sommità di una breccia o rottura fatta negli acquedotti stessi al 12.° arco dopo Porta Furba. Di più vi sono de'pini che crescendo possono ostruire la visuale, ma ciò non accadrà per ora. Onde vi è la necessità di alzare un poco il termine B di circa un metro.

In questa ricerca fu prima messo sul Cervaro un ben chiaro segnale, a piramide, senza il quale non avremmo potuto assicurarci di nulla per l'immensa copia di torri tutte simili più o meno che sono in questa parte della campagna. La torre del Cervaro ha 20^{m} circa di altezza, e pure è già bassa, onde è inutile fare assegno sui punti vicini, e nè anche sulle vicine prominenze de'grottoni, dai quali non si vede il segnale. Questa stazione però sarà un poco costosa, perchè occorre farvi un'opera muraria, di cui parleremo fra poco. Per evitare tale spesa si studiò la torre della Cervaretta o Cervelletta, che era meglio conformata, ma disgraziatamente essa si trovò centralmente e perfettamente ecclissata rapporto al segnale di Capo di Bove da un altissimo pilone isolato dell'acquedotto della Claudia, la demolizione del quale non è certamente a presumere che venga concessa. D'altronde il triangolo è migliore al Cervaro.

Il secondo punto T presso Torre Nuova costò molti viaggi e molte fatiche per definirlo. Finalmente vi riuscimmo, come si disse, coll'alzare un segnale provvisorio assai alto sulle Frattocchie.

Ora, dopo stabilita la torre, anche più alta di quel segnale, si è potuto fissare definitivamente il luogo che cade al 7.° miglio della Labicana o Casilina a sinistra di chi parte da Roma, due miglia circa sopra Torre Nuova prima di arrivare al luogo, ove l'acquedotto dell'acqua Felice attraversa la via.

Da questo punto è visibile il segnale delle Frattocchie rasentando una groppa di terreno che non permette di accostarsi più a Monte Cavo. Il triangolo è

anche quì quasi equilatero sulla base, e resta di buona forma il triangolo KBT. L'angolo a T opposto alla base è 67°.26, e quello tra Cervaro e Capo di Bove 65°.40. L'angolo BFT è di 46°.45.

Ma il triangolo CFT riesce a dir vero poco soddisfacente (benchè sia entro i limiti assegnati agli angoli tolerabili) risultando solo di 36°.48'. È probabile che con qualche punto succursale si possa cavare una figura tale da avere una equazione di condizione per rinforzare la precisione di questi elementi, prevalendosi della stazione alla Colonna; ma non è ancora ben certo.

Tuttavia anche lasciato questo men perfetto triangolo, la sola retta FM, che ne risulta della lunghezza di circa 24 chilometri è tale che ci permette l'entrata nei lati principali senza difficoltà.

Così per esempio vedendosi Pratica tanto dalle Frattocchie che da Monte Mario, si entrerà in poligono col lato Pratica–Monte Mario.

Potrebbe anche entrarsi col lato Frattocchie–Monte Mario, perchè da Monte Gennaro l'angolo sotteso da questa retta MF è 36.° circa.

Queste combinazioni si potranno controllare col risultato dal lato occidentale verso mare, che si otterrà dalla stazione di Decimo, soprattutto se da esso si riesca a vedere qualche punto vicino alla Magliana o al Monte delle Piche, come *Casa Mattei,* o si riesca a vedere Fiumicino dal segno, alzato delle Frattocchie; ma solo potrà rispondersi a ciò dopo che si sarà in favorevoli circostanze atmosferiche definito il punto della visibilità reciproca di questi oggetti.

Ad ogni modo resta assicurata più di una via di congiunzione della base colla triangolazione, e ora veniamo all'esame delle stazioni visitate finora, segnalandone le principali particolarità.

Aggiungeremo che questi minori triangoli, ancorchè non servissero per la congiunzione, pure dovrebbero farsi per completare la triangolazione di second'ordine, che secondo il programma si deve fare insieme colla principale per la rettifica della carta topografica, e perciò vi abbiamo impiegato tanta cura a studiarli, e anche a moltiplicarli in modo che ciascun punto si trovasse al centro di un poligono quanto più fosse possibile vicino all'esagono regolare. E vedremo che i punti suaccennati vi soddisfanno quanto è desiderabile.

§. 6. *Stazione del Cervaro.*

Questa torre, come si disse, resta in un luogo assai basso, e non è possibile supplire al suo posto con altro centro più culminante. Si dovrà per-

tanto attesa l'importanza di questa stazione (che serve nientemeno che alla duplicazione della base, ed è un centro importante di triangoli secondarii) si dovrà dico erigervi un segnale primario di precisione. Non essendo questa torre coperta con volta, ma solo a tettoia circondata da merli, si è stabilito che il mezzo più sicuro e più economico sarà quello di gettare un'arco attraverso la minor dimensione della torre. che è un rettangolo di sei metri di lato per 4, e quest'arco sarà legato con catena di ferro all'imposte, onde evitare ogni pregiudizio alla fabbrica che non sembra eccessivamente robusta. Questo arco supererebbe il tetto, e sulla sua chiave si costruirebbe il pilastro di muro, che deve servire allo strumento. L'impalcatura per reggere l'osservatorio e l'osservatore si farebbe con travi e palanche provvisoriamente disposte a conveniente altezza, sicchè resta il centro del pilastro alto sopra de'merli quanto occorre per farlo ben visibile.

Questa stazione è incomoda per l'accesso di scale, come pure pel locale che non si presta all'alloggio, ma attesa la sua vicinanza a Roma potrà sempre recarvisi in breve tempo, bastando che vi rimanga qualche militare di guardia allo strumento. Forse potrà farsi dimora alla Cervelletta. Il sito di aria poco sana nell'estate obbligherà a fare i lavori nell'inverno.

Questa stazione sarà inoltre centro opportuno per un esagono di second'ordine, i cui vertici saranno formati da molte torri circostanti, e specialmente dalle torri de'casali di Marco Simone, Lunghezza, Castiglione, ecc. È già in pronto il progetto architettonico dettagliato dell'indicato lavoro fatto dal Maggior Oberholtzer, che è stato presentato ai Sigg. Canonici di S. Maria Maggiore proprietari del fondo per aver la permissione di costruirlo.

§. 7. *Stazione di Torre Nova.*

Seguitiamo a chiamare Stazione di Torre Nova questo punto, il quale per altro dista quasi due miglia verso il Finocchio dal Casale di questo nome, perchè esso capita nel terreno della tenuta medesima.

In questo luogo il segnale può stare quasi in piana terra, e solo elevato tanto che basti a proteggerlo dalle devastazioni de'pastori. Si alzerà in muratura solo il pilastro centrale, e attorno vi si farà un ammasso di pietra secca, ovvero di legname provvisorio, perchè resti il punto essenziale del pilastro alto sufficientemente da non si confondere coi bottini dell'acquedotto quivi vicini, ma più oltre di esso verso l'osteria del Finocchio.

Il punto che fu trovato più opportuno resta su di una piccola eminenza a sinistra della via, in direzione di certi piccoli ruderi collocati a destra di

cui fu fatto il disegno dal Sig. Maggior Oberholtzer, e fu contrassegnato con un piccolo mucchio di pietre. La visuale di là passando sotto e fra i pini di Torre Nova non è commoda, ma all'atto pratico di fondare il segnale, si potrà certamente evitare questo inconveniente con opportuno spostamento.

Questa stazione si presta a meraviglia per un poligono secondario, i cui vertici, oltre Monte Cavo – Colonna – Frattocchie – Metella – Cervaro, sono costituiti da Castiglione e Lunghezza. Se la Colonna può vedersi da Monte Cavo si avrà da essa un triangolo succursale, che congiunto coll'altro CFT. formerà un quadrilatero i cui elementi daranno una equazione di condizione preziosa per la perfezione del triangolo meno felice, in cui si appoggia il lato Monte Cavo, Monte Mario.

§. 8. *Stazione di Pratica.*

Questa stazione fu visitata il 17 maggio. Si trovò ivi una superba torre con piano superiore a robusta volta. Da essa è patente la vista a Fiumicino, al Capo Circeo, agli estremi della base, e forse anche a Decimo, ma ciò allora per mancanza di segnale non potè riconoscersi. Essa è sotto il meridiano dell'antico osservatorio del Collegio Romano, onde è un punto prezioso per protrarre la triangolazione sotto questo meridiano ed orientarla.

Per compiervi le osservazioni essendo essa torre cinta da un alto giro di merli o piuttosto di muro a feritoie alto 2 metri circa, occorrerà elevare nel centro un piliere vuoto per non aggravare troppo la volta che sorregga lo strumento, e con legnami messi a traverso sostenere l'impalancatura del ponte per gli osservatori indipendentemente dalla volta su cui si farà il pilastro.

Si avrà probabilmente qualche difficoltà a far passare nell'interno gli strumenti per la piccola apertura della scala, ma si potranno tirar le casse dalla parte esterna con armare una capra.

Se con permissione del Sig. Principe Borghese si potrà praticare un piccolo foro nella volta, ivi si potrà determinare la latitudine col metodo del Prof. Respighi. Nel recarsi a Pratica, e nel ritorno fu visitata la stazione di Decimo. Se questo punto non riuscirà che poco officioso come centro principale, pure esso sarà sempre assai utile come stazione secondaria per formare la carta.

Però il fabbricato o Castello di Decimo rimane troppo basso, e sarà necessario fare stazione alla sommità dell'altopiano dominante della fabbrica, colà ove era la capanna della dogana in tempi antichi. Sarà bene allontanarsi un poco dalla via onde aumentare il lato Decimo–Frattocchie, ma senza arrivare a Castel Porziano, perchè allora si stringerebbe troppo l'angolo. Questi studi

saranno un po'faticati per la selva che ivi si trova. Se con una piccola alzata del segno si potesse scoprire sopra le selve circostanti Fiumicino o Castel Porziano sarebbe cosa assai vantaggiosa.

In questa visita si ebbe il dispiacere di esser presi in sinistra parte dagli abitanti del casale, i quali ricusarono di esaminare le nostre carte, e in vece fecero chiamare i gendarmi, che al nostro ritorno erano in perlustrazione per eseguire ove fosse occorso il loro dovere.

È inutile dire che date poche spiegazioni ogni sospetto svanì, ma si rileva quanto sia ancora arretrata la popolazione che vive sempre piena di sospetti in queste squallide e deserte terre.

Il segnale da costruirsi a Decimo potrebbe essere un semplice pilastro di muro circondato da un castello di legname provvisorio da erigersi alcuni giorni prima all'atto della misura.

È incerto se da Decimo si vedrà alcun punto delle alture della Magliana o del Monte delle Piche, nel qual caso si potrebbe ivi fare una buona catena di triangoli secondarii dal lato meridionale della base per servizio della carta, o anche entrare nella triangolazione come s'è fatto dal lato settentrionale.

La stazione di Decimo merita una seconda visita per la quale si prenderà una opportuna occasione prima di cominciare la triangolazione, e si dovrà nel prossimo inverno trattare col Sig. Principe Borghese per erigere il menzionato segnale sulla torre di Pratica.

La stazione di Pratica servirà a continuare la triangolazione per connettere il Promontorio Circeo colla rete trigonometrica e condurla fino al capo di Terracina ove passa il meridiano centrale Europeo.

§. 9. *Stazione di Fiumicino.*

Questa stazione fu visitata dalla Commissione li 22 maggio. Essa è la più commoda di tutte. Essa sarà costituita sul piccolo torrino che è sopraedificato alla gran torre clementina alla foce del braccio canale del Tevere detto Fiumicino, oltre le case.

La torretta è rotonda alta circa cinque metri sulla grande terrazza della torre maggiore, la quale è alta sul mare circa 25^m ad essa si accede per una scala a piroli provisoria: essa resta all'angolo orientale della torre maggiore, ed è quella stessa che sosteneva il faro, ora divenuta inutile per essersi questo trasportato sulla torre S. Michele che è molto più forana.

Per render questa torretta una commoda stazione, occorre solo chiudere il centro della volta, edificandovi sopra il pilastro per lo strumento, e levare

la gabbia dell'antico faro. Si riterrà, finchè non imbarazza, la ringhiera di ferro che circonda l'antica lanterna. I militari del genio sono attualmente occupati di questo lavoro.

Di quì si domina Monte Mario, Pratica, Palo e Cervetri, Rocca Romana, e Monte Virginio. Le osservazioni dovranno farsi nel maggio o giugno, attesochè per l'aria cattiva il luogo resta deserto in estate.

§. 10. *Stazione di Monte Virginio.*

Questa sarebbe la stazione più commoda che potesse immaginarsi, consistendo in un piccolo romitorio alto due piani, con torretta quadrata in cima, la quale può facilmente ridursi a terrazzo e costruirvisi il segnale e il pilastro. Le camere dell'eremitaggio, detto del Calvario, darebbero grande commodità di alloggio, e sarebbero eccellenti per farvi stazione.

Ma sfortunatamente questo monte ha un dorso assai vasto e rotondato a cupola essendo di trachite. Quindi l'eremitaggio non si spicca così bene da tutti i punti lontani, da essere facilmente riconoscibile, anche malgrado che ora siano tagliati gli alberi. Da Monte Mario si stenta a distinguerlo specialmente alla sera, e si confonde cogli alberi.

Di più ha lo svantaggio che facendosi qui vertice, si ha da fare il triangolo Fiumicino, Monte Mario, Monte Virginio, che viene assai allungato con angolo quasi ottuso a Monte Virginio; quindi sarebbe meglio spezzare questo triangolo in due, e per allargare l'angolo a Monte Mario, bisogna fare che ristringa un poco il triangolo verso il Soratte, e così si dovrebbe trasportare la stazione a Rocca Romana. Questa è una cima isolata e riconoscibile a grande distanza da tutto il circondario, essendo la punta più alta de'contorni, ma questo suo isolamento constituisce una difficoltà per l'alloggio e stanza degli osservatori. Il sito più vicino da alloggiare è Trevignano o Vicarello, dal quale sono due ore di salita di circa 500 metri. Ma queste difficoltà non sono insuperabili, specialmente per militari. Con questa stazione si ha anche una più graduata dimensione de'raggi del poligono, e crescono i triangoli secondari che più si accostano al regolare andamento considerati dal punto eccentrico di Monte Mario. È vero che si riduce allora a un ottagono il poligono, ma ciò poco importa. La costruzione di un segnale normale a Rocca Romana sarà costosa, ma agevolata dai ruderi ivi esistenti dell'antica torre ora diroccata non sarà di spesa straordinaria. Più serio è l'inconveniente che l'angolo a Monte Mario si restringe tra il Soratte e Rocca Romana resta di

poco sopra 40° ma questo ha il vantaggio che può introdursi l'altra punta detta del *Sasso*, che altrimenti resterebbe esclusa.

La scelta definitiva però qui dipenderà dalla disposizione de'triangoli che si avranno a fare nella provincia di Viterbo. Ancorchè si adotti la stazione di Rocca Romana, siccome quella di Monte Virginio è già stata usata dal Marieni non si trascurerà, e vi si farà un rilievo come se fosse primaria. È da avvertire però che anche Monte Virginio ora esige una lavorazione pel segnale, poichè è stata tolta la terrazza che constituiva la cima del Calvario, e sostituito un tetto in sua vece, il che obbligherà a ristabilire la terrazza.

§. 11. *Monte Soratte.*

Questa stazione non è stata ancora visitata dalla commissione, ma essendo il presidente altra volta stato sul luogo, può riferire che tutto si ridurrà a elevare un segnale sull'antico campanile che servì di stazione al Marieni mentre era in piedi, e che fu scioccamente demolito perchè era soggetto ai fulmini. I lavori murarii colà per mancanza d'acqua sono ineseguibili nell'estate senza enorme spesa, e perciò quei che si dovranno fare saranno da eseguirsi in inverno.

Questa stazione essendo una di confine attuale, ed importantissima pei contorni, dovrà avere un segnale di prim'ordine, ma che sarà di poca spesa, e di facile costruzione, perchè il residuo del primo piano del campanile servirà di basamento.

L'allogio degli osservatori sarà commodo sia nell'ampio locale della chiesa, sia nel vicino sottoposto convento. Occorrerà mettervi un parafulmine economico.

§. 12. *Monte Gennaro.*

Questa stazione fu visitata nel 19 luglio. Il giorno precedente 18 si partì da Roma per combinare la gita, e la mattina seguente si fece l' ascensione per la parte di Palombara, che quantunque sia la più ripida pure è la più breve e la migliore di tutte le altre strade. La cima di questo monte è stazione che ha servito a tutti i geodeti, e non si può escludere per la sua importanza , ed anzi per la sua erta salita a picco dalla parte di Roma sarà di grande utilità alla scienza per determinare le deviazioni locali, della direzione della gravità. L'altezza di questo monte sul mare, e 1270^m e al piede ha delle pianure non più alte di 200 metri, onde si ha in brevissimo intervallo una massa enorme di roccia compatta che deve avere fortissime influenze. La cima del monte è formata da una piccola piazzetta irregolare ovale

di 8^m per 10^m circa di diametro sul cui punto culminante è il segnale in pietra secca fatto erigere dai geodeti francesi circa il 1810 nel presupposto luogo di quello di Boscowich, il quale di certo dovea quivi trovarsi, o almeno non ne poteva essere lontano più di 2 in 3 metri senza uscire dalla detta piazzetta.

Fu rilevata dal Maggiore Oberholtzer la pianta della cima, e furono esaminati e studiati tutti i segnali finora eretti nella campagna romana che si trovarono in ottime condizioni di visibilità. Solo a distinguerne meglio alcuni, come per esempio la torre alle Frattocchie si conobbe necessario farvi il distintivo della fascia inclinata che si disse già a suo luogo. In qualche altra torre nera si farà detta fascia di color bianco.

La costruzione di un segnale normale è quivi indispensabile, e fu deciso che sarebbe costruito di un pilastro in muratura di forma piramidale troncata, avente alla base M $1^m.50$ di lato, $4.^m20$ di altezza, e $0^m.70$ di lato alla cima. Questa piramide sarebbe circondata da un contrafforte in pietra secca, murato in calce solo alla superficie esterna, alto 3^m, e largo $4^m.0$ alla base inferiore, e $3^m.0$ alla superiore. Essa sarebbe orientata colla diagonale nella meridiana. La piramide centrale servirebbe da pilastro, e sarebbe fatta di pietre del monte lavorate. Il tronco di piramide in muratura avrebbe nel centro della base, incassata e murata nella roccia una lapide portante la stessa iscrizione di quello di Monte Mario, sarebbe fornito di parafulmine murato internamente per sicurezza.

La spesa di questa costruzione si presume di 1500 lire circa, attesa la difficoltà de'trasporti. Tale almeno è stato il preventivo che ci hanno spedito il Sig. Ingegnere Guberti e il Sig. intraprendente Scheda; questa spesa è inevitabile per metter fine in avvenire alle molte discussioni simili a quelle che ebbero luogo su questo stesso segnale al principio di questo secolo, ed è necessaria anche per soddisfare alle norme prescritte dalla commissione internazionale.

Questa stazione è poi di somma importanza topografica, vedendosi ivi a volo d'uccello tutte le montagne circostanti, e le pianure, onde può risparmiarsi una grande quantità di lavoro minuto operando da tale altura.

Venendo alle misure in questa località, si dovrà fare construire una capanna per gli osservatori per passarvi la notte acciò non abbiano a perdere un tempo prezioso ogni giorno e stancarsi nella salita. Sarà anche fatta migliorare la strada, il che si può ottenere, con poca fatica, e coll'opera di semplice manuali detti *Scoccioni* che muniti di mazze, romperanno alcuni sassi che rendono assai incomoda una salita, la quale può essere resa comparativa-

mente agevole, poichè anche adesso può andarsi a cavallo fino al segnale, cosa che non è facile generalmente nelle nostre montagne.

§. 13. *Monte Cavo.*

La stazione di Monte Cavo non è stata ancora visitata, ma il suo facile accesso farà che si possa spedire facilmente la visita in qualsiasi occasione.

Il segnale naturale ivi è il campanile de'PP. Passionisti, ma per esser fedeli alle istruzioni della conferenza o dovrà erigersi stazione più idonea, ovvero ridursi il campanile in modo provvisorio da formare un'osservatorio temporaneo, mediante un'armatura esterna fatta intorno ad esso in guisa, che il punto centrale del medesimo divenga il luogo ove si collochi lo strumento.

L'ispezione locale farà vedere ciò che meglio sarà da fare per la precisione del lavoro.

Probabilmente converrà per triangoli di second'ordine fare una stazione centrale sul Tuscolo, e di questa si potrà profittare per dare maggior peso ai triangoli di riunione della base a Monte Cavo, come si accennò a suo luogo.

§. 14. *Idrometri.*

Fra le cose di maggior importanza da eseguirsi in questa operazione vi è l'altimetria. Si è molto raccomandato dalla conferenza che le altezze fossero determinate colla livellazione geometrica, e che venissero riferite al pelo medio del mare più vicino.

A tale scopo pertanto fu stabilito d'incominciare subito una serie di osservazioni irdometriche sulle coste del mar tirreno, prevalendosi degli idrometri già esistenti a Civitavecchia, Porto d'Anzio e Terracina.

Gl'ingegneri di questi porti si sono dati premura di fare le suddette osservazioni, e vengono trasmettendole alla commissione periodicamente ogni mese.

Quando esse saranno arrivate ad un numero competente non si mancherà di farne la discussione per stabilire il livello assoluto de'capi saldi a cui vengono nei singoli idrometri riferiti.

Di livellazione finora nulla si è eseguito. Solo si è fissata la soglia del segnale di Monte Mario in modo che essa possa servire come caposaldo fondamentale nelle future livellazioni.

§. 15. *Osservazioni geologiche.*

Benchè questa classe di osservazioni, come pure le meteorologiche, e le ma-

gnetiche non siano prefisse dal programma della conferenza Geodesica, pure essa non le ha escluse. Le geologiche d'altra parte possono assai illuminare per scoprire la vera origine delle perturbazioni nella direzione della gravità, e perciò non si credette doverle trascurare. Profittando pertanto della circostanza che il governo ha esternato l'intenzione di pubblicare la carta geologica del Prof. Ponzi, e che a compimento di essa sarebbero da farsi ancora vari studi, col consenso delle autorità superiori il Sig. Paolo Mantovani è venuto accompagnando in alcune escursioni la commissione per prendere una notizia de'diversi terreni, e comunicare poi all'uopo alla commissione suddetta i relativi risultati. Le escursioni così eseguite, sono state finora due, cioè quelle di Rocca Romana, e Monte Virginio, da una una parte, e Monte Gennaro dall'altra. Si è in esse avuto cura singolarmente di tener conto degli elementi di altimetria, cosa forse troppo trascurata dai geologi, e ciò col mezzo spedito di osservazioni del barometro aneroide, confrontato con quello fondamentale del Collegio Romano.

§. 16. *Osservazioni diverse.*

Era speranza della commissione di potere nel corso della stagione presente stabilire definitivamente tutte le stazioni del circondario romano, onde nel prossimo anno cominciare subito le misure all'arrivo degli strumenti, ma questo desiderio suo non si è potuto effettuare. Il lavoro si è trovato più difficile e più vasto di quello che si credeva, per la natura de'luoghi e de'terreni, e la spesa di costruzione di tutti i segnali avrebbe superato i fondi assegnati. Non poco pure è stato il tempo perduto per aver le facoltà necessarie sia del governo sia dei privati per ottenere o creare un accesso commodo alle torri, ed altri luoghi occorrenti per l'esame delle stazioni stesse, e ciò è stato sensibile singolarmente per la scelta delle stazioni vicine di collegamento della base col poligono primario, in cui si sono più volte fatte visite riuscite inutili. Tuttavia quello che resta a fare è poco, e solo può dirsi, che resta a scegliere una stazione nelle vicinanze di Cerveteri, onde spezzare meglio in due il triangolo ivi fatto dal Marieni.

La stagione utile alla campagna non essendo ancora passata, anzi venendo la più favorevole autunnale, si profitterà del tempo che resta per esaminare ancora le stazioni non visitate, e per eseguire una parte dei lavori già progettati.

D'altra parte essendo interesse del lavoro, che non si intraprenda la misura di nessuna serie di angoli in una stazione fin che non sien ben fissati e definiti *tutti* i vertici del poligono che la circonda, è evidente che nel primo anno devono porsi molti più segnali di quelli che dovranno mettersi negl'anni seguenti.

La spesa anche de'segnali in questo primo anno è stata assai vistosa in confronto di quella che può aversi nel seguito, essendo tutti segnali fondamentali, di confine; e tra questi avendo il solo segnale di Monte Mario assorbito la metà de'fondi annuali; spesa che negli anni prossimi non avrassi certamente a fare in sì grande proporzione.

Anche il segnale di Monte Gennaro è assai costoso, ma si ha speranza che non occorerà respingerne il suo pagamento al bilancio dell'anno venturo.

Sarebbe stato desiderio della commissione accompagnare questo rapporto con un rendiconto delle spese, ma questo converrà meglio rimetterlo al fine dell'anno, essendochè molti lavori sono ancora in corso di esecuzione, e alla fine della stagione saranno certamente compiuti.

Finalmente essendosi presentata l' occasione della riunione a Parigi degli scienziati destinati a discutere le questioni insorte recentemente sul metro legale, ed essendo il presidente della Commissione stato destinato da Sua Santità a prendervi parte, esso ha creduto esser questa una favorevole occasione per recare colà il metro campione del Porro, e la tesa del Lenoir che servì al Boscowich a fine di collazionarle coi campioni di Parigi, e così dare un peso superiore alle misure già prese finora della base sulla via Appia.

La tesa del Boscowich forse parrebbe superfluo l'inviarla, ma siccome dal campionaggio del Ricchebach con un metro tipo del suo tempo risulterebbe tale che la base di quell'antico astronomo riuscirebbe eguale alla misura moderna, così si è creduto dover verificare se questa misura può avere qualche importanza almeno storica nella scienza.

Finalmente avvertiremo che di tutte le stazioni principali si è preso dal Sig. Oberholtzer un disegno o *veduta* acciò si possano riconoscere da lontano, e queste potranno anche un giorno servire di memoria storica importante pei dettagli del lavoro.

Nota A. – Il presente rapporto fu presentato al Ministero del Commercio e Lavori pubblici nel luglio 1870, ed era destinato alla pubblicazione negli atti relativi alla triangolazione dello stato Pontificio. Le vicende politiche ne hanno impedito la pubblicazione officiale, ma non si è creduto di dover privare il pubblico della notizia di ciò che è stato fatto in proposito di questa operazione, ora specialmente che questo lavoro è utilizzato dagl'ingegneri militari del regno d'Italia per la carta dei contorni di Roma.

Nota B. – La descrizione della misura della base fu pubblicata in un opera a parte nell'anno 1858. Ultimamente ho riveduto quel lavoro, e trovato che

col campionaggio della tesa di Boscowich fatto dal fu D. Feliciano Scarpellini, la misura Boscowichiana differisce dalla nostra di solo $0^{m}.340$. Il che conferma la scelta del termine da me adottato come quello che realmente poteva avere servito al Boscowich, e restano così sciolte le difficoltà poste dagli ingegneri francesi al principio del secolo.

Nota C. Le operazioni di calcolo di questa determinazione ora sono finite, e ne è risultato il valore della differenza di longitudine tra Roma e Napoli $= 7^{m}.6^{s}.26$ con errore probabile di un centesimo di secondo.

Nota D. – Il P. A. Secchi fu spedito dal Governo Pontificio a Parigi per assistere alla conferenza metrica, ed avea preparato di far servire questo viaggio al campionaggio rigoroso del metro, che avea servito di tipo per la base; ma la guerra impedì questi progetti. I campioni del Porro e del Boscowich sono ancora a Parigi depositati al *Conservatoire des Arts et metiers* nelle mani del Sig. Gen. Morin e di M. Tresca, e certamente per un qualche tempo il lavoro del metro tipo non avrà seguito.

N. B. Si stima inutile riprodurre gli allegati citati nel testo come documenti puramente officiali che non interessano la commune de'lettori.

NOTIZIE GEOGRAFICHE

MEMORIA

DI MONSIGNOR FRANCESCO NARDI

Livingstone. L'ultima lettera scritta dal celebre viaggiatore africano è del 30 Maggio 1869 da Ujiji al D. Kirk, console britannico a Zanzibar. Scrisse che volea collegare le scoperte di Speke, Grant, e Baker colle sue proprie, di 600 o 700 m. più al Sud. Avere osservato colà, intorno al 12° di lat. mer. un gran volume d'aeque, e rimanere tuttora incerto se si versino nel bacino del Congo a S., o in quello del Nilo a N. Tanganyika (il lago di questo nome) e Nzige Chowambe essere una sol'acqna, e voler vedere a quale de'due versanti appartenga. « Il popolo che mi reco a visitare, dic'egli, chiamasi Manyema; sono » cannibali. Se torno senz'essere mangiato, m'avvierò a Zanzibar, e di là in » Inghilterra. » Da notizie posteriori pare che realmente siasi diretto a Manyema sul Kazemba, 300 m. O. di Ujiji, sempre intento a sciogliere il problema, al quale ha consacrata la sua vita, quello di trovare il vero *caput Nili*, cioè le prime acque che lo formano entrando nel lago *Victoria* , che sta sotto l'equatore, donde il Nilo già esce gran fiume. Se Livingstone sia già tornato a Ujiji è incerto; colà troverà larghi sussidii e persone che lo attendono, speditegli incontro dalla generosità del governo britannico, le quali lo ricondurranno a Zanzibar. Le ultime communicazioni della Società reale di Geografia di Londra ci lasciavano la speranza di vederlo tornato in Inghilterra sulla fine di Giugno, ma la speranza non si è ancora avverata. Il Livingstone presenta un memorando esempio di che possa una ferrea volontà. Se torna sano, come speriamo, avrà sciolto un problema creduto impossibile, d' aver cioè prima traversato l'Africa da Est a Ovest, poi da Sud a Nord, nelle regioni più inospite e mal note del terribile continente.

Gulf-stream. Il Sig. *Silas Bent* espresse una singolare opinione, ed è che la foratura del canale di Panamà possa sviare le acque del *Gulf-stream* (corrente del golfo del Messico) dal loro corso attuale, ch'è verso N-E., dirigendole invece verso il Pacifico. Tale sviamento porterebbe gravissime conseguenze pei climi settentrionali d'Europa, il cui rigore è ora mitigato da quella corrente calda. Noi non crediamo che tale idea meriti una seria confutazione.

Con piena ragione nota il Sig. Romanziow dell'Accademia imp. russa di geografia che il Gulfstream neppure tocca i lidi di Panamà, dai quali corre lontanissimo molte centinaia di miglia. Ma prescindendo da questa ragione perentoria, come mai possono raffrontarsi fatti così enormemente disuguali! Un canale sia pur largo 100 metri, e profondo 15, misure che fuor di dubbio non saranno raggiunte, che cosa è mai a confronto dell'enorme volume d'acque che con sì grande ampiezza, profondità, e velocità si versa tra Cuba e Florida dal Golfo del Messico nell'Atlantico? La uguaglianza di livello tra l'Atlantico, e il Pacifico, le curve inevitabili del Canale, la sua piccola ampiezza relativa, non lascieranno probabilmente scorgere la minima traccia di movimento nelle sue acque, che appariranno immote e stagnanti, come quelle di Suez. Onde noi desiderando al canale di Panamà se andrà fatto, migliore fortuna, di quella, toccata al Canale di Suez, che ora sentiamo vendersi a dei signori inglesi per circa il $\frac{1}{4}$ di ciò che costò (6 mill. di L. Sterline essendone costato 22), siamo sicuri, che il *Gulf-stream* continuerà in ogni caso l'antica via tenuta dal principio del mondo, valendo assai poco le opere dell'uomo a mutar quelle della natura.

Viaggio in Patagonia del luogotenente Musters (1). È la Patagonia un immenso paese che va dal 39° al 53° lat. aust., dal Rio Negro allo stretto di Magellano, costeggiando lungamente le Repubbliche di Chilì e Buenos Ayres, poi l'Atlantico. Ha 970 m. ingl. di lungo, da 200 a 426 di largo, con una superficie di circa 150 000 m. ingl. |_|, che è a dire più di sei volte l'Italia. Null'ostante le scoperte di Pigafetta, del gesuita Falkner, quindi di Sarmiento, Cavendish, Davis, Van Noord, Schowten, Nardorough, del Contro-ammiraglio Byron, e di Wallis, è ancora uno dei paesi meno noti del globo. Quei viaggiatori, più che l'interno pericolosissimo per causa delle tribù guerriere, visitavano le coste, e partivano quasi sempre da Valdivia. Wiedma invero viaggiava dal porto di San Julian, il piloto Villarino ascendeva il Rio Negro, Fitz Roy, e Darwin la Santa Cruz, Cox e Parish s'addentravano alquanto più, ma solo il luogotenente Musters ebbe il coraggio e la perseveranza di traversare per 1400 miglia l'inospito paese da Sud a Nord. Sbarcò a Puenta Arenas nello stretto di Magellano il 19 Aprile 1869, e con quattro soldati e il luogotenente Galegos, s'internò. Visitò da prima il bacino del Rio Chico, poi costeggiò lungamente le falde della Cordillera, vivendo coi nativi, studiandone i costumi e le cre-

(1) A year in Patagonia.

denze, e avanzandosi verso Rio Negro. Ci è impossibile compendiare in poche linee un interessantissimo viaggio, in cui può dirsi non esservi pagina inutile. Musters rende in generale piena giustizia alle scoperte del Pigafetta, e del padre Falkner. La favolosa statura dei Patagoni è ridotta al suo vero, però resta sempre enorme, misurando essi da sei piedi a sei piedi e quattro pollici ingl. con ampio torace e larghe spalle. Sono ospitali, fedeli, ma guerreschi. Credono in un Dio buono, ma però sacrificano più spesso a Gallichu Dio del male, offrendogli nelle malattie, nei matrimonii, alla vigilia della guerra le viscere degli animali, e qualche volta parte del proprio sangue, che si fanno spicciare dalle vene. Così principalmente le Tribù dei Pampas, e dei Tehulches, tra i quali il Musters visse più lungamente, sapendo farseli amici e diventando quasi un di loro. Pochi viaggi c' interessarono maggiormente di questo, che oseremo chiamare nobile modello di un' assai comune, ma non facile genere di letteratura.

SUL MOVIMENTO DEI FLUIDI.

NOTA

DEL PROF. MATTIA AZZARELLI.

1. Le leggi del movimento di un fluido qualunque dipendono tutte dalle due note equazioni

$$\frac{dq}{dt} + \frac{d.uq}{dx} + \frac{d.vq}{dy} + \frac{d.wq}{dz} = 0$$

$$\frac{dp}{dx}dx + \frac{dp}{dy}dy + \frac{dp}{dz}dz = q\left(X - \frac{1}{dt}du\right)dx + q\left(Y - \frac{1}{dt}dv\right)dy + q\left(Z - \frac{1}{dt}dw\right)dz,$$

e quando si considerino i fluidi omogenei ed incompressibili, esse si mutano, ponendo $q = 1$, nelle

$$\frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz} = 0 \qquad (1)$$

$$\frac{dp}{dx}dx + \frac{dp}{dy}dy + \frac{dp}{dz}dz = \left(X - \frac{1}{dt}du\right)dx + \left(Y - \frac{1}{dt}\cdot dv\right)dy + \left(Z - \frac{1}{q}dw\right)dz. \qquad (2)$$

Per riconoscere in quali casi queste due equazioni si possano ridurre a maggior semplicità, per poter procedere alla integrazione della seconda specialmente, si suole partire dalla ipotesi che i due trinomj, l'uno delle forze

$$X\,dx + Y\,dy + Z\,dz = dV$$

e l'altro delle corrispondenti velocità

$$u\,dx + v\,dy + w\,dz = dk$$

sieno differenziali esatti rispetto le coordinate.

2. Ora in questa breve nota mostreremo che dato essere un differenziale esatto rispetto le coordinate il trinomio indicato delle forze, onde la (2) sia integrabile è necessario che sia differenziale esatto rispetto le coordinate anche

$$u\,dx + v\,dy + w\,dz = dk.$$

Il trinomio delle forze essendo per ipotesi differenziale esatto, devono aver luogo le seguenti

$$\frac{dY}{dx} = \frac{dX}{dy}\,; \quad \frac{dX}{dz} = \frac{dZ}{dx}\,; \quad \frac{dY}{dz} = \frac{dZ}{dy}. \qquad (3)$$

Ora il primo membro della (2) è il differenziale esatto della pressione p rispetto le sole coordinate: dunque affinchè sia pur tale il secondo è necessario che sussistano le seguenti

$$(4)\quad \begin{aligned} &\frac{d}{dy}\left(X-\frac{1}{dt}du\right)=\frac{d}{dx}\left(Y-\frac{1}{dt}dv\right); \quad \frac{d}{dz}\left(X-\frac{1}{dt}du\right)=\frac{d}{dx}\left(Z-\frac{1}{dt}dw\right)\\ &\frac{d}{dz}\left(Y-\frac{1}{dt}dv\right)=\frac{d}{dy}\left(Z-\frac{1}{dt}dw\right)\end{aligned}$$

le quali per le (3) si riducono alle

$$(5)\quad \frac{d}{dy}du=\frac{d}{dx}dv; \quad \frac{d}{dz}du=\frac{d}{dx}dw; \quad \frac{d}{dz}du=\frac{d}{dy}dw.$$

Ma abbiamo

$$(6)\quad \begin{aligned} \frac{1}{dt}du&=\frac{du}{dt}+u\frac{du}{dx}+v\frac{du}{dy}+w\frac{du}{dz}\\ \frac{1}{dt}dv&=\frac{dv}{dt}+u\frac{dv}{dx}+v\frac{dv}{dy}+w\frac{dv}{dz}\\ \frac{1}{dt}dw&=\frac{dw}{dt}+u\frac{dw}{dx}+v\frac{dw}{dy}+w\frac{dw}{dz}\end{aligned}$$

per le quali la prima delle (5) ci dà

$$\left.\begin{aligned} &\frac{d^2u}{dy\,dt}+\frac{du}{dy}\cdot\frac{du}{dx}+u\frac{d^2u}{dx\,dy}+\frac{dv}{dy}\cdot\frac{du}{dy}+v\frac{d^2u}{dy^2}+\frac{dw}{dy}\cdot\frac{du}{dz}+w\frac{d^2u}{dy\,dz}\\ &-\frac{d^2v}{dx\,dt}+\frac{du}{dx}\cdot\frac{dv}{dx}-u\frac{d^2v}{dx^2}-\frac{dv}{dx}\cdot\frac{dv}{dy}-v\frac{d^2v}{dx\,dy}-\frac{dw}{dx}\cdot\frac{dv}{dz}-w\frac{d^2v}{dx\,dz}\end{aligned}\right\}=0$$

che può mettersi sotto la seguente forma

$$\begin{aligned} &\frac{d}{dt}\left(\frac{du}{dy}-\frac{dv}{dx}\right)+\frac{du}{dx}\left(\frac{du}{dy}-\frac{dv}{dx}\right)+u\frac{d}{dx}\left(\frac{du}{dy}-\frac{dv}{dx}\right)+\frac{dv}{dy}\left(\frac{du}{dy}-\frac{dv}{dx}\right)\\ &+v\frac{d}{dy}\left(\frac{du}{dy}-\frac{dv}{dx}\right)+\frac{dw}{dy}\cdot\frac{du}{dz}-\frac{dw}{dx}\cdot\frac{dv}{dz}+w\frac{d}{dz}\left(\frac{du}{dy}-\frac{dv}{dx}\right)=0\end{aligned}$$

ovvero

$$\begin{aligned} &\frac{d}{dt}\left(\frac{du}{dy}-\frac{dv}{dx}\right)+u\frac{d}{dx}\left(\frac{du}{dy}-\frac{dv}{dx}\right)+v\frac{d}{dy}\left(\frac{du}{dy}-\frac{dv}{dx}\right)+w\frac{d}{dz}\left(\frac{du}{dy}-\frac{dv}{dx}\right)\\ &+\left(\frac{du}{dx}+\frac{dv}{dy}\right)\left(\frac{du}{dy}-\frac{dv}{dy}\right)+\frac{dw}{dy}\cdot\frac{du}{dz}-\frac{dw}{dx}\cdot\frac{dv}{dz}=0.\end{aligned}$$

Ma per la (1)

$$\frac{dw}{dz} = -\left(\frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy}\right)$$

così avremo

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{du}{dy} - \frac{dv}{dx}\right) + u\frac{d}{dx}\left(\frac{du}{dy} - \frac{dv}{dx}\right) + v\frac{d}{dy}\left(\frac{du}{dy} - \frac{dv}{dx}\right) + w\frac{d}{dz}\left(\frac{du}{dy} - \frac{dv}{dx}\right)$$

$$-\frac{dw}{dz}\left(\frac{du}{dy} - \frac{dv}{dx}\right) + \frac{dw}{dy}\cdot\frac{du}{dz} - \frac{dw}{dx}\cdot\frac{dv}{dz} = 0.$$

Si ponga per semplicità

$$A = \frac{du}{dy} - \frac{dv}{dx}$$

e si moltiplichi per dt, avvertendo essere

$$dx = u\,dt\,, \quad dy = v\,dt\,, \quad dz = w\,dt\,,$$

si troverà

$$\frac{d.A}{dt}dt + \frac{d.A}{dx}dx + \frac{d.A}{dy}dy + \frac{d.A}{dz}dz - \left(A\frac{dw}{dz} + \frac{dw}{dx}\cdot\frac{dv}{dz} - \frac{dw}{dy}\cdot\frac{dw}{dy}\cdot\frac{du}{dz}\right)dt = 0$$

che integrata, per essere i primi quattro termini un differenziale completo, ci dà

$$A - \int\left(A\frac{dw}{dz} + \frac{dw}{dx}\cdot\frac{dv}{dz} - \frac{dw}{dy}\cdot\frac{du}{dz}\right)dt = 0$$

la quale non può verificarsi che coll'essere

$$A = 0, \quad \int\left(A\frac{dw}{dz} + \frac{dw}{dx}\cdot\frac{dv}{dz} - \frac{dw}{dy}\cdot\frac{du}{dz}\right)dt = 0$$

ovvero

$$A = 0\,, \quad \frac{dw}{dz}\cdot\frac{dv}{dz} - \frac{dw}{dy}\cdot\frac{du}{dz} = 0 \qquad (7)$$

Se ora prendiamo a considerare la seconda equazione delle (5) e facciamo

$$B = \frac{du}{dz} - \frac{dw}{dx}$$

con analogo ragionamento troveremo

$$B = 0, \quad \frac{dv}{dz}\cdot\frac{du}{dy} - \frac{dv}{dx}\cdot\frac{dw}{dz} = 0$$

e per la terza delle (5) si ottiene, ponendo

$$C = \frac{dv}{dz} - \frac{dw}{dy}, \quad C = 0, \quad \frac{du}{dz} \cdot \frac{dv}{dy} - \frac{du}{dy} \cdot \frac{dw}{dx} = 0 \qquad (9)$$

Lorchè sono verificate le condizioni

$$A = 9, \quad B = 0, \quad C = 0 \qquad (10)$$

per le (7), (8), (9) è facile riconoscere che sono egualmente verificate le altre condizioni rappresentate sotto i medesimi numeri.

Dunque perchè l'equazione delle forze sollecitanti sia un differenziale esatto è necessario e sufficiente che siano adempiute le condizioni (10), cioè

$$\frac{du}{dy} = \frac{dv}{dx}, \quad \frac{du}{dz} = \frac{dw}{dx}, \quad \frac{dv}{dz} = \frac{dw}{dy}$$

ma queste sono evidentemente le condizioni affinchè il trinomio

$$u\,dx + v\,dy + w\,dz$$

sia differenziale esatto rispetto le coordinate.

3. Lorchè si trattasse del moto di un fluido per veli paralleli alla direzione del moto, si avrebbero le due equazioni

$$\frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} = 0$$

per la continuità, e

$$\frac{dp}{dx}\,dx + \frac{dp}{dy}\,dy = \left(X - \frac{1}{dt}\,du\right)dx + \left(Y - \frac{1}{dt}\,dv\right)dy$$

per le forze sollecitanti, quando si prenda nello stesso velo il piano delle x, y.

Queste due equazioni possono considerarsi come un caso particolare di quelle che rappresentano le leggi del moto di un fluido qualunque riferito a tre assi coordinati, e possono stabilirsi anche direttamente.

4. Considerando difatti che il moto avvenga in un piano, in esso immagineremo pure due assi ortogonali, e prenderemo una massa elementare di forma parallelepipeda nella quale due spigoli si conservino sempre nello stesso piano, e sieno paralleli agli assi, ed il terzo perpendicolare al piano del moto sia infinitesimo, ma costante.

Dicendo x, y le coordinate del punto della massa elementare il più vicino all'origine delle coordinate, avremo per la massa

$$q.dx\,dy\,dz$$

ove q è la densità.

La risultante di tutte le forze applicate le intenderemo decomposte in due X, Y parallele agli assi, e perciò le forze motrici saranno

$$q\,X\,dx\,dy\,dz\,; \qquad q\,Y\,dx\,dy\,dz.$$

A queste forze fanno contrasto le pressioni le quali agiscono simultaneamente sulle facce del parallelepipedo perpendicolari agli assi, e che sono date da

$$-\frac{dp}{dx}\,dx\,dy\,dz\,; \qquad -\frac{dp}{dy}\,dx\,dy\,dz$$

e perciò le forze motrici parallele agli assi sono

$$q\,X\,dx\,dy\,dz - \frac{dp}{dx}\,dx\,dy\,dz\,, \qquad q\,Y\,dx\,dy\,dz - \frac{dp}{dy}\,dx\,dy\,dz\,,$$

e quindi le forze acceleratrici sono date da

$$X - \frac{1}{q}\cdot\frac{dp}{dx}\,; \quad Y - \frac{1}{q}\cdot\frac{dp}{dy}$$

le quali peraltro sono rappresentate, come è noto, da

$$\frac{1}{dt}\,du\,; \quad \frac{1}{dt}\,dv$$

e così le due equazioni

$$X - \frac{1}{q}\cdot\frac{dp}{dx} = \frac{1}{dt}\,du\,; \qquad Y - \frac{1}{q}\cdot\frac{dp}{dy} = \frac{1}{dt}\,dv$$

dalle quali l'unica

$$\frac{1}{q}\left(\frac{dp}{dx}\,dx + \frac{dp}{dy}\,dy\right) = \left(X - \frac{1}{dt}\,du\right)dx + \left(Y - \frac{1}{dt}\,dv\right)dy.$$

5. Per la determinazione della equazione della continuità della massa, osserveremo che se la designeremo per dm essa dovrà essere costante per tutta la durata del moto, onde il suo differenziale dovrà essere nullo.

Essendo

$$dm = q\,dx\,dy\,dz$$

noteremo che la densità dovrà essere una funzione delle coordinate e del tempo, e che dx, dy devono mutare col tempo, mentre dz è una costante. Se ne prenda ora il logaritmo Neperiano, avremo

$$\log.dm = \log.q + \log.dx + \log.dy + \log.dz$$

che differenziata ci dà

$$\frac{d.dm}{dm} = \frac{dq}{q} + \frac{1}{dx}\,\frac{d.dx}{dt}\,dt + \frac{1}{dy}\,\frac{d.dy}{dt}\,dt$$

ma $d.dm = 0$, dunque essendo dt costante, come differenziale della variabile principale, avremo

$$\frac{dq}{q} + \frac{1}{dx}\cdot d.\frac{dx}{dt}\,dt + \frac{1}{dy}d.\,\frac{dy}{dt}\,dt = 0\,.$$

Essendo poi

$$dq = \frac{dq}{dt}\,dt + \frac{dq}{dx}\cdot\frac{dx}{dt}\,dt + \frac{dq}{dy}\cdot\frac{dy}{dt}\,dt$$

sostituito ci dà

$$\frac{dq}{dt}\,dt + u\,\frac{dq}{dx}\,dt + v\,\frac{dq}{dy}\,dt + q\,\frac{du}{dx}\,dt + q\,\frac{dv}{dy}\,dt = 0$$

e da questa ne scende

$$\frac{dq}{dt} + \frac{d.uq}{dx} + \frac{d.vq}{dy} = 0. \qquad (12)$$

E quando la densità è costante ed uguale all'unità risulteranno le due equazioni

$$\frac{dp}{dx}\,dx + \frac{dp}{dy}\,dy = \left(Y - \frac{1}{dt}du\right)dx + \left(Y - \frac{1}{dt}\,dy\right)dy\,, \quad \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} = 0 \qquad (13)$$

La prima sarà integrabile insieme al binomio delle forze

$$X\,dx + Y\,dy = 0$$

quando sia verificata la condizione (§. 2)

$$\frac{du}{dy} = \frac{dv}{dx}\,.$$

ossia quando è differenziale esatto rispetto le coordinate il binomio

$$u\,dx + v\,dy = dk \qquad (14)$$

6. Per applicare ad un caso particolare le formole dedotte supporremo che il moto per veli fluidi avvenga nella ipotesi che esso fluido sia contenuto tra due sponde piane convergenti.

Queste pareti vengono intersecate dal velo fluido lungo due rette le quali hanno un punto comune. Una di queste rette la prenderemo per asse delle ascisse, essendo l'origine al punto d'incontro, e di più ammetteremo che tutte le stille liquide si muovano lungo linee rette le quali passino per l'origine delle coordinate di modo che essendo per una qualunque di esse

$$dx = u\,dt\,, \quad dy = v\,dt \quad \text{e} \quad dx : dy = x : y$$

ne vengano

$$\frac{u}{x} = \frac{v}{y} = M$$

dalle quali

$$u = Mx\,, \qquad v = My$$

ove M è una funzione da determinarsi.

Se questi valori di u, v si sostituiscono nella (14) otteniamo

$$dk = M(x\,dy + y\,dy)$$

dalle quali ne segue che la M deve essere una tale funzione delle coordinate che il differenziale della variabile che lo compone è

$$x\,dx + y\,dy\,,$$

dunque sarà

$$M = f'(x^2 + y^2)$$

e perciò

$$dk = f'(x^2 + y^2)(x\,dx + y\,dy)$$

dalle quale

$$k = f(x^2 + y^2)$$

ove la costante della integrazione s'intende compresa nella forma indeterminata della funzione.

Per ottenere ora questa forma obbligheremo una tale funzione a soddisfare alla equazione della continuità, e perciò derivando prima due volte troveremo

$$\frac{dk}{dx} = 2xf'(x^2 + y^2)\ ; \quad \frac{d^2k}{dx^2} = 2f'(x^2 + y^2) + 4x^2f''(x^2 + y^2)$$

$$\frac{dk}{dy} = 2yf'(x^2 + y^2)\ ; \quad \frac{d^2k}{dy^2} = 2f'(x^2 + y^2) + 4y^2f''(x^2 + y^2)$$

onde sostituendo nella seconda delle (13) otterremo

$$f'(x^2 + y^2) + (x^2 + y^2)f''(x^2 + y^2) = 0$$

dalla quale

$$\frac{f''(x^2 + y^2)}{f'(x^2 + y^2)} = -\frac{1}{x^2 + y^2}$$

e quindi

$$\frac{d(x^2 + y^2)\,f''(x^2 + y^2)}{f'(x^2 + y^2)} = -\frac{d(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2}$$

che integrata ci dà

$$\log.f'(x^2+y^2) = \log.c - \log.(x^2+y^2)$$

ove c è la costante della integrazione e funzione del tempo.

Da questa equazione deducesi

$$f'(x^2+y^2) = \frac{c}{x^2+y^2}$$

ed ancora

$$d(x^2+y^2)\,f'(x^2+y^2) = c\,\frac{d(x^2+y^2)}{x^2+y^2}$$

e colla integrazione abbiamo

$$f(x^2+y^2) = A + c\,\log.(x^2+y^2)$$

ove A è una costante assoluta.

Dopo ciò avremo

$$k = A + c\,\log.(x^2+y^2)$$

nella quale non solo è determinata per tal modo la forma della funzione, ma si conosce ancora qual parte dipende dalle coordinate, e quale è funzione indeterminata del tempo. Da quanto abbiamo ottenuto risulta

$$u = \frac{dk}{dx} = \frac{2cx}{x^2+y^2}\ , \qquad v = \frac{dk}{dy} = \frac{2cy}{x^2+y^2}\ ;$$

e così note le velocità componenti alla fine di un tempo qualunque t, per la velocità risultante abbiamo

$$U^2 = \frac{4c^2}{x^2+y^2}$$

onde alla fine di qualunque tempo la velocità è in ragione inversa della distanza della stilla liquida dalla origine delle coordinate. Ora essendo per $q=1$

$$\frac{dp}{dx}dx + \frac{dp}{dy}dy = X\,dx + Y\,dy - \frac{1}{dt}\,du.dx - \frac{1}{dt}\,dv.dy$$

ed

$$\frac{1}{dt}\,du = \frac{du}{dt} + u\frac{du}{dx} + v\frac{dv}{dy}\ , \qquad \frac{1}{dt}\,dv = \frac{dv}{dt} + u\frac{dv}{dx} + v\frac{dv}{dy}$$

avremo, posto $X\,dx + Y dy = dV$

$$\frac{dp}{dx}dx + \frac{dp}{dy}dy = dV - \left(\frac{du}{dt}dx + \frac{dv}{dt}dy\right) - u\left(\frac{du}{dx}dx + \frac{dv}{dx}dy\right) - v\left(\frac{du}{dy}dx + \frac{dv}{dy}dy\right)$$

ma per la (14) abbiamo

$$\frac{du}{dt}=\frac{d^2k}{dx\,dt};\ \frac{dv}{dt}=\frac{d^2k}{dy\,dt};\ \frac{du}{dx}=\frac{d^2k}{dx^2};\ \frac{du}{dy}=\frac{d^2k}{dx\,dy};\ \frac{dv}{dx}=\frac{d^2k}{dx\,dy};\ \frac{dv}{dy}=\frac{d^2k}{dy^2}$$

e così sostituendo e riducendo si ottiene

$$dp = dV - d.\frac{dk}{dt} - \frac{1}{2}d.\left[\left(\frac{dk}{dx}\right)^2+\left(\frac{dk}{dy}\right)^2\right]$$

e perchè ogni termine di questa è differenziale esatto rispetto le coordinate, integrando avremo

$$p = C + V - \frac{dk}{dt} - \frac{1}{2}\left[\left(\frac{dk}{dx}\right)^2+\left(\frac{dk}{dy}\right)^2\right]$$

essendo C una funzione arbitraria del tempo. Se in questa equazione sostituiamo i valori trovati nella condizione del moto per veli, otterremo l'espressione della pressione, che nel moto risente una stilla qualunque del fluido dato da

$$p = C + V - \frac{dc}{dt}\log.(x^2+y^2) - \frac{2c^2}{x^2+y^2}$$

nella quale esistono le due funzioni del tempo C, c le quali non possono essere determinate se non coll'introdurre particolari condizioni.

SULLE MACCHINE ELETTRICHE AD INFLUENZA

NOTA

DEL P. F. S. PROVENZALI

Nel Maggio dell'anno passato pubblicai (1) un cenno intorno ad alcune modificazioni da me introdotte nelle macchine elettriche ad influenza. Il motivo che m'induce a tornare sullo stesso argomento è che quelle modificazioni, e le analoghe proposte ed eseguite da altri, mi sembrano mostrare che la teoria antica di tali macchine è sufficiente a dare ragione del perfezionamento che al presente hanno ricevuto, senza bisogno di ricorrere, come si è fatto da alcuni, a nuovi principî non ancora verificati dai fatti. Ho detto la *teoria antica* perchè le macchine ad influenza non sono una scoperta recente, come credono molti, ma risalgono fino quasi ai primi elettricisti. Il *Duplicatore* inventato da Bennet (2) e perfezionato da Cavendish, Nicholson, Read e più tardi dal Belli, e soprattutto la *macchina ad attuazione* dello stesso Belli (3) non differiscono che nella forma e disposizione delle parti dalle recenti macchine ad influenza di Holtz, Bertsch, Töpler, ecc. La macchina di Holtz, alla quale teoricamente si riducono le altre, si compone, come tutti sanno, di due sottili dischi di vetro isolati, concentrici e vicinissimi l'uno all'altro, senza però che si possano toccare. Uno di questi dischi, quello che deve elettrizzarsi per influsso, può girare rapidamente attorno all' asse comune; l'altro che fa da induttore rimane sempre fermo, e questo ha due aperture o fenestre tagliate simmetricamente presso le estremità di un medesimo diametro. Alla parte superiore di una di queste aperture e all' inferiore dell' altra sono incollate due armature di carta munite di linguette acuminate che vanno a terminare verso il mezzo delle aperture medesime. Le due specie di elettricità indotte nel disco mobile si raccolgono al modo consueto per mezzo di due sistemi di punte metalliche disposte normalmente alle armature e connesse a due conduttori parimenti metallici che si possono l'uno all'altro avvicinare o allontanare a piacimento.

Se ci facciamo ad applicare a questa macchina la teoria del *Duplicatore*, quale ci è data dal Belli (4), non troviamo altra differenza se non che la co-

(1) V. *Les Mondes*, Mai 1870, p. 53.
(2) *Bibl. Brit. Sciences et Arts*, T. II, p. 209 e T. III, p. 272.
(3) *Corso di Fisica di G. Belli*, T. III, p. 436.
(4) Op. cit. p. 396.

municazione dell'elettrico fra il corpo inducente e l'indotto che nel Duplicatore si faceva per via di contatto, nella macchina di Holtz si fa invece a distanza per l'azione delle punte di cui sono munite le armature. L'elettricità p. e. positiva, che per mettere in azione la macchina si deve comunicare ad una armatura, induce l'elettricità negativa nella faccia più vicina del disco mobile e la positiva nella più lontana; questa si scarica subito nel conduttore metallico e quella col girare del disco mobile arrivata innanzi alle linguette acuminate della seconda armatura l'elettrizza di elettricità negativa. Caricatasi così anche la seconda armatura, ma di elettricità contraria alla prima, essa agisce per influsso in modo contrario sul disco mobile, vale a dire induce nella faccia più lontana del disco l'elettricità negativa, la quale si scarica subito nell'altro conduttore metallico, e nella faccia più vicina la positiva, che pervenuta innanzi alle linguette della prima armatura, già positivamente elettrizzata, le comunica una nuova carica della stessa natura. Rinnovandosi un tale giuoco ad ogni giro del disco mobile, i due conduttori metallici saranno percorsi da un flusso di elettrico quasi continuo e ciascuna delle due armature riceverà sempre nuove cariche della medesima natura. Ammessa questa teoria era cosa facile il prevedere che tolto il disco fisso e adattate le armature sopra due lastre di vetro separate, la macchina anzi che scemare sarebbe cresciuta in energia, perchè le due armature potranno acquistare tanto maggior tensione quanto meglio sieno isolate l'una dall'altra. In ciò consiste la principale modificazione che la teoria del *Duplicatore* mi ha suggerito d'introdurre nella macchina di Holtz. Ho levato il disco fisso (unica e non piccola difficoltà che presenta la costruzione di questa macchina) ed a sostenere le armature incollate su due lastre di vetro ho adoperato due sottili e lunghi cannelli di cristallo bene verniciati. I fatti hanno completamente verificata la previsione, l'efficacia della macchina è cresciuta del pari alla facilità del suo impianto. Un disco di vetro, tagliato da una lastra ordinaria da fenestre e disposto in modo da poter girare nel suo piano attorno a un asse centrale, è quanto basta per improntare una macchina capace di somministrare un flusso perenne di elettrico dotato di forte tensione e di produrre tutti gli effetti delle buone macchine magneto-elettriche. Affine poi che la macchina possa ricominciare ad agire senza bisogno di nuova carica dopo che la sua azione è cessata o per troppo allontanamento dei due conduttori metallici o per interruzione di moto nel disco, ho trovato che giova molto coprire le armature o solamente le linguette acuminate di un sottile stratarello di vernice isolante. Con tale artifizio quando

l'aria era secca ho veduto ricominciare la corrente scintillante senza nuova carica iniziale una e due ore dopo che la macchina aveva cessato di agire.

Dirò per ultimo che, nel caso delle armature annesse a due lastre separate, cresce la tensione dell'elettrico somministrato dalla macchina se le armature vengano applicate sull'una e sull'altra faccia delle lastre che le sostengono; per tale maniera una parte del corpo inducente rimane più vicina all'indotto e le due superficie di ciascuna armatura col mutuo influsso cospirano ad aumentare la tensione del disco indotto.

DESCRIZIONE DI UN MOSTRO COMPOSTO

PER IL

COMMENDATORE FORTUNATO PROF. RUDEL

Nel trovarmi fra Voi, o Signori, mi veggo seduto in un areopago di sapienti, e vi confesso ingenuamente che non potrei difendermi da un certo senso di orgoglio, se ben subito non considerassi essere io quì non per robustezza e vivacità di ingegno, non per cospicui lavori a prò delle scienze naturali da me pubblicati, ma solo per compitezza vostra, e per quella non mai smentita bontà di cuore e magnanimità di animo che caratterizzano il mio e vostro adorato Principe e Padre, IL GRANDE PIO IX, che Iddio lungamente conservi e feliciti.

Nel porgervi pertanto, i più cordiali ringraziamenti, colleghi onorandissimi, accettate, vi prego, la mia promessa colla quale vi assicuro che non trascurerò mai occasione alcuna a mostrarmi non indegno di sedere tra voi, nè indietreggerò per ostacolo qualunque nel coltivare le scienze naturali, delle quali voi siete si esperti maestri, convinto però che, se non saprò raggiungervi mi sforzerò di imitarvi. E così, Voi, vi persuaderete, io spero, che se non mi sarà dato di fare come colui che ricevuti cinque talenti ne seppe offrire altri cinque di suo traffico industrioso, non sarò nemmeno quell'uno che si contentò conservare il capitale affidatogli rendendolo infruttifero col nasconderlo.

E per congiungere alle parole i fatti, siccome le offerte tornano tanto più accette quanto più sono omogenee alle abitudini, ai costumi ed alle tendenze di coloro cui vengono presentate, così io credo saranno per riuscire gradite a Voi, alcune osservazioni intorno ad un fenomeno organico straordinario della natura concernente un mostro umano.

Questa parola *mostro*, esprime comunemente un essere nato con una conformazione contraria all' ordine consueto della natura, che offra perciò una struttura di parti diversissima da quella che caratterizza la specie degli individui dai quali ha origine. Avvegnachè se l' essere non eccitasse, per la stranezza di sue forme, le meraviglie, ma desse a vedere semplicemente una leggera e superficiale differenza dal comune degli altri di sua specie, non avrebbe nome di mostro, ma solo anomalia, dovrebbe dirsi, la sua differenza dall'ordinaria conformazione di natura.

Sono circa sei mesi che in un castello alcune miglia dalla nostra città discosto, nasceva il mostro, che intraprendo ad esaminare, da una campagnuola, giovane di ventiquattro anni, sana d'altronde e vigorosa, madre già di due figli ben conformati e tutt'ora viventi.

Debbo alla premura di un collega amico ivi condotto il soggetto e le notizie che alla gravidanza ed al parto si riferiscono.

Appalesatasi la gravidanza percorse questa i primi cinque mesi regolarmente non ostante l'esercizio laborioso a cui da lunghi anni la giovane era assuefatta. Nel quinto mese soltanto ebbe questa a lagnarsi di soverchio peso al ventre piuttosto voluminoso, ed anche irregolarmente protuberante. I movimenti fetali erano allora così violenti che, come si riferisce, obbligavano la madre ad esercitare una pressione con le mani sul ventre, e ad accovacciarsi desistendo da qualunque lavoro. Per questi fatti due volte fù salassata.

Sul cominciare del sesto mese improvvisamente cessava il movimento fetale, e l'apparato genitale esterno era divenuto dolente e tumefatto.

Fù in una notte, dopo la metà del sesto mese, che venne presa la donna da forti dolori uterini, seguiti ben presto dalla rottura della borsa amniotica, che diede scarso flusso di acqua.

Dopo un travaglio di circa quattro ore mise naturalmente a luce il mostro, morto da poco tempo, poichè non presentava traccie di alterazione cadaverica. Al parto tenne dietro l'espulsione regolare di una placenta con le rispettive dipendenze che per incuria degli assistenti non vennero conservate. Regolarmente procedette il puerperio, e ben presto la donna ristabilitasi tornò alle sue ordinarie occupazioni.

Il mostro risulta, come dalla prima tavola che vi presento, dalla associazione di due individui maschi pervenuti, all'esterno, quasi al medesimo grado di sviluppo organico.

Le due teste disgiunte, alquanto obliquamente inclinate, per un unico collo, quasi a niente ridotto, continuano col corpo poggiando isolate sulle spalle. Esse si riguardano con le loro faccie, e la testa sinistra è in modo disposta che con la bocca sembra baciare la guancia destra del fratellino. Tiene seguito la fusione completa di due tronchi, dallo sterno all'ombelico, in modo da rappresentare all' occhio curioso un solo petto ed una sola regione addominale sopraombelicale con due superficie ugualmente conformate una però anteriore l'altra posteriore. Si osservano infatti due mammelle sulla superficie anteriore toracica del mostro e due posteriori, una destra, sinistra

l'altra in ognuna delle due superficie. Così, di conformazione e sviluppo pressochè identico vi si trovano quattro estremità toraciche, due anteriori e due posteriori relativamente al comune tronco.

Dall'ombelico comune esce un solo funicolo ombelicale, sotto al quale tornano le due individualità a disgiungersi per avere ognuna la propria pelvi distinta e regolarmente conformata con due estremità normalmente unite ad essa per l'articolazione coxo-femorale.

La lunghezza totale del mostro dal vertice al tallone è di 33 c.

Dal vertice all'ombelico si misurano 23 c.

La circonferenza della testa destra è di 28 c. quella della sinistra 27 c.

La circonferenza del piccolo collo comune è di 24 c.

La circonferenza toraco-addominale è di 32 c.

La lunghezza degli arti toracici è di 15 c. quella degli arti pelvici è di 18 c. È da notarsi però che gli arti posteriormente situati sono qualche centimetro meno lunghi degli anteriori.

Dai caratteri estrinseci esposti, secondo le savie norme prescritte da M. Isidoro Geoffroy Saint-Hilaire, il mostro fa parte della classificazione teratologica moderna come appresso:

Classe dei mostri composti, cioè, di quelli nei quali si trovano riuniti gli elementi o completi o incompleti di due individui:

Ordine degli autositarii, che comprende la riunione di due individui notabilmente giunti al medesimo grado di organico sviluppo.

Tribù dei monosomatici, cui spettano quei mostri che offrono la fusione di due in un solo corpo.

Genere degli sternopagi, caratterizzato dalla unione di due individui messi di faccia fra loro, e congiunti dall'ombelico fino alla parte superiore del petto.

Chiunque con uno sguardo superficiale si faceia a considerare l'accennato mostro, crede senz'altro di avere sotto occhio due individui congiunti fra loro lungo la faccia anteriore dello sterno e della regione addominale sopraombelicale. Confesso che questo modo di concepire la sternopagia è assai semplice; ma un simile concetto poteva tenersi per adequato in quell'epoca nella quale i naturalisti contentandosi di descrivere la esterna configurazione di questi informi corpi, ambivano di possederli intatti più a lusso e vana ostentazione delle collezioni scientifiche, che a trarne con attenti studi delle vantaggiose conclusioni per la misteriosa funzione embriologica. Il coltello anatomico procede oggimai allo esame severo della formazione di simili mostri,

e con questa prova analitica non solo ha sensibilmente modificato l' antico concetto sulla conformazione degli sternopagi, ma lo ha interamente cangiato. La sola osservazione, per la via della dissezione, poteva togliere il velo a quella oscurità, ogni altra guida era infedele, ed è con questa che ora, sottoponendo alla vostra perspicacia, accademici distintissimi, le risultanze della autossia, ne richiamo sopra il soggetto proposto la severa vostra attenzione.

La sezione del capo e la indagine delle parti attinenti non mi hanno offerto nulla di particolare, per quanto risguarda la massa encefalica e le sue membrane, come anche regolare è la conformazione della faccia e quella degli organi oculari, acustici ed olfattivi. Normale si presentò l'apertura e cavità buccale; però mentre la lingua del destro individuo era proporzionata nel suo sviluppo, quella di pertinenza dell'individuo sinistro era raffigurata da un vero tubercolo, carnoso, informe, al di sotto della metà del volume di una lingua ordinaria. Così mentre nell'individuo destro l'arteria linguale dipendente dalla carotide esterna ed i nervi di quell'organo, erano normalmente distribuiti e conformati, nel sinistro l'arteria piccolissima, e quasi atrofizzata, era una dipendenza della dentaria inferiore ramo della mascellare interna. Non ho saputo trovarvi nè il nervo glossofaringeo, nè il grande ipoglosso, ma solamente un accenno della branca linguale del quinto pajo.

In seguito ho eseguita una incisione longitudinale sulla linea mediana della faccia anteriore del tronco dall'alto del petto fino all'ombelico.

Denudata la parete nominata dalla pelle e dagli strati muscolari toraco-addominali ho notato come la faccia anteriore del mostro lungo il petto risultasse evidentemente da due metà, appartenenti l'una all'individuo destro l'altra al sinistro. Sono dodici coste appartenenti al primo con una metà dello sterno congiunto alla metà dello sterno dell'individuo sinistro, a cui sono ammesse le rispettive coste di questo individuo. Tutto ciò lo ravvisate nella tav. 2. fig. 1.

Dalla cartilagine ensiforme fino all' inserzione del funicolo ombelicale, si vede lungo la medietà della parete addominale comune una linea alba ugualmente conformata da due metà saldate fra loro. Questa linea giunta all'ombelico si biforca per condursi con ciascuna delle due metà sulla regione sottombelicale spettante alla solitaria individualità fino alla sinfisi pelvica.

Eseguita questa medesima incisione sulla linea mediana della faccia posteriore del mostro, ho riscontrata la identica conformazione delle dodici coste colla metà di uno sterno congiunto alla metà dello sterno annesso alle do-

dici coste dell' altro individuo. E simile pure a quella riscontrata nella parete addominale discorsa, era la conformazione della parete addominale lungo la superficie posteriore del mostro.

Da questa configurazione e conformazione si comprende come le due cavità toraciche per la scambievole riunione dei due individui siensi fuse in una sola e comune, e come questa presenti all'osservatore due distinte pareti ugualmente lavorate, risultanti cioè da due metà degli elementi spettanti all'uno ed all'altro individuo del mostro composto che esaminiamo.

Questa fusione delle due cavità toraciche in una ampia e comune, ci fa conoscere e considerare come in essa si trovino quattro pareti, cioè, due per la loro dipendenza che chiameremo *costo-dorsali*, fra loro direttamente opposte, formate come nello stato normale dalla colonna vertebrale e dalle estremità posteriori delle coste di un solo e medesimo individuo. Queste giacciono lateralmente al mostro, una destra e l'altra sinistra. Le altre due pareti sono le *costo-sternali* che vengono formate dalla metà di uno sterno con le estremità anteriori di dodici coste di un individuo unite alle parti consimili dell'altro individuo. Di queste una giace sulla faccia anteriore, l'altra sulla posteriore del mostro.

Ben più notevoli solo le anomalie riscontrate nella cavità del petto. Eccole in compendio.

Tolto lo sterno che dirò anteriore perchè a questa faccia del mostro corrisponde, si presenta alla osservazione un gran sacco nella linea mediana racchiuso fra quattro polmoni. Questo sacco rappresenta il pericardio risultante dalla fusione di due sacchi pericardiaci come lo fa sospettare il rafe obliquo che, dall'alto in basso esteso, si distingue nella sua faccia interna assai più pronunciato che non esternamente.

Aperto il pericardio, nel suo interno si vedono due cuori, isolati fra loro, ma contigui ed in rapporto colle faccie omologhe. Ordinariamente nei mostri sternopagi avvi fusione dei due in un sol cuore, qui vi è l'isolamento; ma devo aggiungere che quei due cuori sono di sproporzionato volume: Infatti il cuore del destro individuo è normalmente configurato nel suo volume, laddove l'altro cuore che appartiene all'individuo sinistro è per la metà sviluppato. Non presenta il setto interauricolare ma vi è fusione dei due seni; perfetta è la costruzione dei ventricoli con le rispettive origini arteriose. Il cuore dell'individuo destro è normale sia in se, sia in rapporto alla origine dei vasi.

Da ciascuno di questi centri circolatorii sanguigni escono ed entrano le

ordinarie dipendenze vascolari isolate e regolari, poichè anche un occhio meno esercitato trova l' arteria, le vene polmonali e la grande arteria aorta per ciascuna delle due individualità. È forse questa regolarità ed indipendenza della circolazione sanguigna che ha permesso lo sviluppo e la vita dei due individui fino al sesto mese? Io propendo per l'affermativa, ed attendo da altri le prove di una contraria opinione per ricredermi.

Fra il descritto ammasso regolare di vasi ho riscontrata una anomalia arteriosa della quale non ho conoscenza siasi rinvenuta altra simile in siffatti mostri della specie umana, e perciò ho l'onore di richiamare sopra ciò l'attenzione speciale della nostra accademia come fatto unico, per quanto io conosca, o almeno rarissimo. Consiste questa nel vedere che i due archi aortici spettanti ciascuno ad un isolato cuore di individuo particolare, in luogo di essere in communicazione, mercè il condotto arterioso, colla rispettiva arteria polmonale che trovasi isolata, sono fra loro comunicanti col mezzo di un condotto trasverso, non più lungo di tre millimetri, che partendo fra la arteria brachio-cefalica destra e l'arteria carotide primitiva sinistra dell'individuo sinistro, va ad aprirsi sull'arco aortico dell'individuo destro, sul lato esterno dell' arteria succlavia sinistra. Chiamerò qnesto condotto interaortico e lo trovate, o Signori, indicato nella fig. 2 della tav. 2.

Quel pericardio che contiene due cuori isolati è cinto da quattro polmoni che nulla offrono di disposizione e struttura viziata, solo i due polmoni dell'individuo sinistro, più piccoli, sono posteriormente fra loro aderenti ma nulla avvi di fusione poichè usando pazienza ed attenzione li ho distaccati senza lederne la rispettiva fabbrica.

Nell'aprire la cavità addominale si è osservata la fusione dei due diaframmi in un solo setto comune trasverso. Vi esisteva un solo centro frenico che rispondeva nel petto al comune pericardio. In questo diaframma comune ai due individui si trovarono le aperture per due esofagi, per due vene cave inferiori, un doppio seno aortico con la rispettiva aorta come se regolarmente fossero due individui.

Sotto al diaframma nella cavità addominale i due canali esofagei si aprivano in un ampio e comune ricettacolo che rappresentava lo stomaco. Osservatene la tav. III.

La figura di questo viscere è speciale, poichè arrotondato in alto dove delinea il gran cul di sacco, riceve, sui lati, l'inserzione dei canali esofagei. In addietro sul cul di sacco si apre l'esofago dell'individuo destro in avanti

quello dell' individuo sinistro. Restringendosi lo stomaco in basso presenta l'estremo pilorico a cui tien seguito un semplice duodeno. La configurazione e la posizione dello stomaco descritto mi permette di rassomigliarlo ad una cisti urinaria nella quale si aprono in alto i due ureteri, e che in basso continui coll'uretra.

Aperto il ventricolo si osserva dal fondo cieco al piloro una specie di rafe che si estende tanto in avanti che in addietro regolarmente, segnando, forse, il luogo della fusione dei due in un sol ventricolo.

L'intestino duodeno e digiuno-ileo sono semplici, ma quasi del doppio più voluminosi che in un solo feto. Vi si distingue il proseguimento del rafe, traccia anche qui molto probabilmente di una fusione avvenuta. Le curve del duodeno sono nulle, l'intestino ha una direzione quasi perpendicolare ed al suo lato destro avvi un piccolo pancreas costituito da due lobi uniti, ciascuno dei quali ha un piccolissimo condotto Virsungiano che si apre nel duodeno. Sono qui nel caso che esaminiamo, io domando, due pancreas o invece ha avuto luogo la fusione imperfetta di due in un solo? Propendo più per la fusione, ed allora dirò che quel piccolo condottino debba considerarsi come l'escretore della testa del pancreas rimasto isolato, cosa che non di rado vediamo avverarsi anche negli individui normalmente conformati.

Nell'addome comune si riscontrano due fegati. Uno voluminoso, come nei casi ordinarii, che è di pertinenza dell' individuo destro, giace sulla faccia anteriore dello stomaco e ve lo presenta la fig. 4ª spostato. L' altro fegato è piccolissimo, quasi atrofizzato, posto dietro allo stomaco ed appartiene all'individuo sinistro, resta accennato nella medesima figura.

Proporzionata alla rispettiva mole, ognuno dei due fegati presenta la propria cistifellea che la destra è turgida di bile, la sinistra è vuota. Il fegato anteriore, o grande, o destro, presenta regolare il suo condotto coledoco, mentre dal fegato sinistro o posteriore partono rudimentarii il condotto epatico e cistico fra loro isolati.

Sul fondo cieco dello stomaco sono addossati due informi ammassi che raffigurano il viscere splenico, come si può dedurlo dalle dipendenze vascolari spleniche.

Noterò per ultimo che sullo stomaco comune sono distribuite doppie le dipendenze vascolo-nervose.

Sotto all'unico duodeno regolarmente s'inizia e procede l'intestino gracile con le sue normali circonvoluzioni. Ancor egli più voluminoso di quanto ad un solo individuo possa competere rappresenta la fusione avvenuta di due

intestina della medesima specie. L'ileo si apre con la sua valvola ileo-cecale nell'intestino cieco situato nella fossa iliaca destra dell'individuo sinistro per continuare nel resto del tubo intestinale crasso che grosso ed assaissimo bernoccoluto giunge fino alla regione epicolica sinistra dell'individuo destro. È qui, o Signori, che, dopo pochi centimetri, il colon lombare sinistro si biforca, senza formare ciò che gli anatomici chiamano la porzione colica sigmoidea, e continua con due intestini retti, uno per ciascuna delle due pelvi che al mostro appartengono. Normale è il termine dell'estremo podalico di ambedue i retti e nulla trovo a notare se eccettuo il retto sinistro che è di due dita trasverse più lungo dell'altro.

Poco qui sopra io già ho indicato come in questo mostro si osservi un solo, e comune funicolo ombelicale, ne ho esaminati gli elementi ed ecco le risultanze. Le vene ombelicali sone isolate, una per ciascun fegato. Così ogni individuo ha il suo uraco, e le due arterie ombelicali che nate dalle iliache interne regolarmente, si congiungono in una sola branca prima di uscire dall'addome, e perciò dall'ombelico muovono due sole arterie ombelicali una grossa che spetta all'individuo destro, l'altra sottile propria dell'individuo sinistro.

Non faccio menzione degli altri visceri addominali, cioè, nè dell'apparato urinoso nè dell' apparato generativo, poichè nulla presentavano di irregolare, stando il tutto e nel volume e nel numero ai due gemelli proporzionato. Confesso che mi ha meravigliato il non riscontrare alcun esempio di *eterotassia* di questi organi come è facile ad avvenire in consimili mostri.

Il sistema muscolare ed il nervoso erano in genere normalmente costituiti, se si eccettui lo sviluppo che sempre minore scorgevasi nelle parti dell'individuo sinistro. Il sistema osseo non offriva, oltre le anomalie menzionate, che qualche anormalità nella colonna vertebrale cervicale, consistente in una specie di contiguità fra le due, ma non vi era fra loro alcuna riunione o fusione, come sembra a chi guarda superficialmente il collo integro del mostro. Erano dunque due le colonne vertebrali cervicali e non una come all'apparenza esterna appariva.

Le straordinarie conformazioni degli esseri organici sono oggetti interessantissimi e pel cultore delle scienze naturali e pel filosofo ragionatore, poichè ben sapientemente scrisse quel sommo Forlivese Gio. Batt. Morgagni = *inest, si modo res penitus introspicere nitamur, ut in summorum ingeniorum, ita in naturæ ipsius erroribus, semper quiddam, quod discamus, quo proficiamus, quod admiremur.* =

L'antica teratologia fù un tessuto di favole e di leggende popolari. Quanto

più un avvenimento era assurdo tanto più il volgo lo magnificava, e gli scienziati, partecipando alle idee del tempo ne davano curiose e ridicole spiegazioni.

Senza occuparmi di tutto ciò che la ignoranza ed il fanatismo scrissero su questo argomento, permettetemi, Colleghi rispettabilissimi, di ricordare come Aristotile sentenziasse che, i mostri fossero tanti errori di natura, = ἁμαρτήματα τῆς φύσεως, = e come Plinio li dicesse capricci di natura = *ludibria sibi, nobis miracula*. Ha dell'impossibile per verità come uomini di quella levatura potessero asserire simili cose, ed io non so trovarne altra scusa che nelle scarse cognizioni anatomiche di quell' epoca, nelle goffe teorie che vigevano sulla embriogenesi e nella mancanza di indagini sulla conformazione e struttura dei diversi tessuti organici ed apparecchi. Voi, o Signori, dotti come siete, non ignorate come, passo passo che i lavori intorno a questi argomenti progredivano, mano mano che la scienza si faceva ricca di scoperte, si diradarono quelle tenebre, e l'anatomia, la embriogenesi e la istologia, somministrando giornalmente ricca luce in quell'oscuro campo, divennero la base della teratologia e furono esse il sicuro filo di Arianna per uscire da quell' intricato labirinto.

Nè all'argomento concreto che io mi sono solamente proposto di trattare. nè al sapientissimo consesso a cui queste considerazioni sono rivolte, tornerebbe opportuno un minuto ragguaglio di tutte quelle scoperte; avrò invece l'onore di indicare solo alcune conseguenze generalmente ricevute, che emanando da quei lavori, mi fanno scala alla spiegazione sulla probabile combinazione degli elementi dei due gemelli, che hanno atteggiata la conformazione mostruosa che abbiamo anatomicamente descritta.

Che l' uomo e la scimmia procedessero da parenti stessi, o meglio dirò, che il medesimo ceppo tipico producesse la scimmia e l'uomo, anzi che l'uomo sia una scimmia perfezionata è tale enormità scientifica, che solo oggi potevano in Roma insegnarla i nuovi insediati in quella cattedra nella quale per il lasso di circa 25 anni legalmente assisi sostenemmo contraria opinione.

Questi novatori ne ebbero però il meritato guiderdone dalla sensata gioventù studiosa romana, che informata alla logica conseguenza dei fatti e del raziocinio, accolse quelle teorie col riso e collo sprezzo. Misera umanità come ti degrada l'irreligione! ma basta su ciò noi non siamo soliti insudiciare le nostre mani con simile fango.

L'osservazione ed il raziocinio pertanto ci addimostrano, come per ogni essere organizzato esista un tipo primitivo, un modello della specie, disegnato

e stabilito fino dalla prima creazione dell' essere dal Supremo Fattore della natura. È a questo modello speciale, a questo tipo primitivo, che si debbono ricondurre tutti gli esseri che da quel primo modello o tipo derivano, ancorchè si manifestino sotto anormali sembianze.

Da questi principii fissi e determinati conseguita che i mostri, invece di essere capricciose alterazioni o errori delle naturali leggi, sono esseri di quel medesimo primitivo tipo o speciale modello, ma rimasti inceppati nel loro sviluppo; esseri in una parola che nel loro periodo di evoluzione furono da cause perturbatrici o ritardati o impediti o viziati. La formazione adunque dei mostri è subordinata a quelle identiche leggi ordinarie e determinate che reggono e governano la serie animale nello stato di normalità. Anzi le conformazioni mostruose valgono a stabilire la immutabilità di quelle leggi embriologiche.

Un rapido sguardo sul mostro che abbiamo descritto varrà a comprovare maggiormente una tal verità.

Non vi è chi osi negare che l'embrione nei suoi primordii sia di una consistenza mollissima e dotato di tanta forza vegetativa che simile non si riscontra in qualunque altra epoca della vita. Così nessuno al presente mette in dubbio come questo embrione sia configurato a modo di una doccia, o semicanale, i cui margini tendono pel *nisus formativus* a riunirsi, a combaciarsi, per compiere quel fenomeno che gli embriologisti chiamarono *la limitazione*. Compiendosi questo fenomeno si circoscrivono, pel mutuo unirsi di quei margini, alcune cavità dell'essere, ed allora quella semidoccia o quel semicanale si costituisce come un canale o un tubulo completo.

Questo lavorio non è solo proprio della lamina blastodermica esterna, o sierosa, ma anche della intermedia o angioplastica e della muccosa o interna. Per la qual cosa, come i fatti a mille e mille addimostrano, i visceri membranosi e cavi nell' embrione sono ancor essi in origine conformati a modo di un semicanale, con legge fissa e determinata a divenir canale o tubulo, per limitarsi.

Nel caso nostro noi abbiamo pertanto due embrioni racchiusi nel medesimo sacco, situati vicinissimi fra loro dirò anzi a mutuo contatto e con gli assi dei loro corpi paralleli. Esplicandosi le rispettive lamine toraciche e ventrali, partite dalla nota primitiva, si diriggono verso la linea mediana del proprio asse per costituire la individuale limitazione. Ora avviene invece, perchè vicinissimi i due embrioni che si svolgono e paralleli fra loro, che la lamina blastodermica destra di un individuo s'incontra col margine opposto della lamina blastodermica sinistra dell'altro individuo, e nello stesso modo

la lamina blastodermica sinistra del primo colla destra del secondo. Sovrapposte queste lamine si uniscono fra loro, s'innestano combaciandosi e da ciò nasce una limitazione anormale per la tendenza unitiva iniziale costituita cioè da due lamine non però al medesimo individuo appartenenti, ma invece di due lamine spettanti ad individui diversi. Questa limitazione impasta e fonde, permettemi usare la frase diplomatica moderna, due individui in un solo ma non per bizzarria di legge embriologica, sibbene per eventuali contiguità delle parti le quali si rassodano e si uniscono in virtù della legge embriologica unitiva, disegnata e fissata dal Creatore per lo svolgimento organico del tipo proprio.

Questo medesimo processo formativo è anche quello che spiega lo svolgimento e la fusione di alcuni organi cavi come p. e. del pericardio, dello stomaco e di porzione dell' intestino. E non sono forse tutte queste fusioni abbastanza evidentemente indicate dal rafe che abbiamo osservato lungo l'asse di quei rispettivi organi? Se fa alquanto meraviglia il vedere in questo mostro due cuori racchiusi nel pericardio comune, io credo trovar di ciò spiegazione nel poco sviluppo di alcuni vasi arteriosi, i quali, qui come nel fegato, nella seconda milza ecc. non conducendo uguale quantità di materiale accrescitivo e nutriente in ambedue gli organi consimili questi doveano restare sproporzionati nel loro sviluppo e presentare come un difetto di svolgimento.

La formazione di due teste isolate fra loro mostra chiaro che nel rispettivo svolgimento degli archi viscerali abbia avuto luogo liberamente e normalmente nella linea mediana l' incontro simultaneo degli estremi spettanti ad uno e medesimo individuo e così siensi formate isolatamente le due teste.

Le ossa del bacino, le parti molli che lo contornano ed i visceri contenuti ecc., si sono normalmente costituiti, come anche tutte le parti della regione inferiore del mostro per le medesime ragioni ma con ordine ed andamento regolare.

Concludo pertanto che le medesime leggi embriologiche le quali governano il normale processo esplicativo degli esseri, presiedono alla aberrazione di conformazione dei mostri costituendo una ulteriore prova della loro immutabilità. E dopo l'esame istituito potremo anche dire che la storia di questo mostro doppio può senza sforzo ridursi in gran parte a quella degli unitarii, giacchè ciascuno di essi rappresenta l'unione più o meno intima di un individuo autosita con un altro del medesimo ordine, ed ambedue contribuendo alla vita comune, il mostro è veramente doppio sotto il rapporto vuoi anatomico vuoi fisiologico *ita aut,* al dire dell'Hebenstreit, *duo animalia sub uno eodemque involucro constituere videatur.*

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

Tav. I.

RAPPRESENTA IL MOSTRO VEDUTO ANTERIORMENTE

a. Testa dell'individuo destro.
b. Testa dell'individuo sinistro.
c. Collo comune.
dd. Estremità toraciche anteriori (destra e sinistra).
ee. Item . . . . posteriori.
f. Fusione delle regioni toraciche ed addominali.
g. Mammelle anteriori.
h. Funicolo ombelicale comune.
kk. Estremità pelviche anteriori (destra e sinistra).
l. Item . . . . posteriori.

Tav. II. — Fig. I.

RAPPRESENTA LA UNIONE TORACICA DELLO SCHELETRO

aa. Colonna vertebrale dell'individuo destro.
bb. Item . . . . dell'individuo sinistro.
c. Riunione costo-sternale anteriore.
xx. Regione vertebro-costale.
d. Riunione costo-sternale posteriore.
ee. Estremità toraciche anteriori.
yy. Item . . . . posteriori.
ff. Le due pelvi isolate con il terzo superiore delle corrispondenti estremità.

Fig. II.

RAPPRESENTA INGRANDITI I DUE CUORI SPOSTATI FRA LORO

a. Faccia posteriore del cuore dell'individuo destro.
b. Orecchietta sinistra del medesimo.
c. Vena polmonale.
d. Orecchietta destra.
e. Vena cava superiore.
f. Faccia posteriore ventricolare.
g. Arco dell'aorta.
h. Arteria brachio-cefalica.
i. Arteria carotide primitiva sinistra.
k. Arteria succlavia sinistra.
p. Proseguimento dell'aorta, o aorta discendente.
l. Faccia anteriore del cuore spettante all'individuo sinistro.
m. Orecchietta destra del medesimo.
n. Arteria polmonale che nasce dal ventricolo destro.
o. Porzione della orecchietta sinistra veduta anteriormente.
q. Aorta ascendente col suo arco.
r. Arteria brachio-cefalica.
s. Arteria carotide primitiva sinistra.
t. Arteria succlavia sinistra.
u. Canale inter-aortico.
v. Proseguimento dell'aorta.

TAV. III.

RAPPRESENTA I VISCERI ADDOMINALI DEL MOSTRO SPOSTATI PER POTERLI INDICARE.

a. b. I due canali esofagei che s'inseriscono isolatamente in un ventricolo comune.
c. Corpo dello stomaco.
d. Disposizione del gran cul di sacco.
e. Estremità pilorica.
f. Fegato dell'individuo destro situato in modo da presentare la sua faccia posteriore o concava.
g. Fegato posto dietro allo stomaco spettante all'individuo sinistro.
h. Vena ombelicale.
i. Cistifellea del fegato destro col suo condotto e coll'epatico convergenti nel duodeno.
k. I due lobi formanti un pancreas.
u. Milza anteriore.
v. Milza posteriore.
m. Intestino gracile.
n. Termine dell'intestino gracile e continuazione coll'intestino cieco e colon.
o. Colon lombare sinistro.
p. Biforcazione del suddetto.
q. Intestino retto per la pelvi sinistra.
r. Item . . . . per la pelvi destra.
s. t. Corrispondente estremo podalico.

RICERCHE ACUSTICO-MUSICALI SUL SONOMETRO EQUABILE

DEL PROF. OTTAVIANO ASTOLFI.

Non v'ha cosa che abbia tanto richiamato l'attenzione dei dotti dell'antichità, e formato l'oggetto delle più sottili ricerche presso i grandi filosofi, quanto lo stabilire le leggi, la natura, e la disposizione dei suoni musicali. Gli antichi Greci infatti, che grande riputazione avevano in ogni sorta di arti, e di scienze avevano tale stima della musica da formarne assolutamente una scienza ed enumerarne nelle loro opere vantaggi così grandi, fino a concludere che non a torto molti sapienti asserivano essere armonica l'anima stessa, o contenere armonia, così *Aristotele nel lib.* 8.° *de Republica*. Similmente se si leggano le molte opere di Platone, facilmente si vede che in tutti quei luoghi, che sono assai frequenti, dove egli parla della musica, ne ragiona con una compiacenza tale da dichiararla consimile ed equivalente all'Astronomia, e convenire volentieri coi Pitagorici nel considerare l'Astronomia e la Musica come due scienze sorelle. Pitagora che molto si occupò dei suoni musicali, credè costantemente non poter esservi al mondo cosa bene ordinata se non se sotto rapporti musicali, per cui i Pittagorici dall'osservare la meravigliosa armonia del sistema planetario, sostenevano che anch'esso fosse regolato a seconda delle leggi dei suoni, e fissavano perciò che

dalla Terra alla Luna v'era l'intervallo di un tono :
dalla Luna a Mercurio un semitono :
da Mercurio a Venere un semitono :
da Venere al Sole un tono con un semitono :

In somma erano così persuasi i Pitagorici essere stato fabbricato il mondo con regole di musica, che sembrava loro sentire l'armonia dei cieli : stravaganze che mostrano anche troppo quanta cura avessero gli antichi Greci dell'arte musica, e quante bizzarre speculazioni sopra ad essa formassero.

È di quì la varietà di opinioni che fra essi regnava circa la misura delle cordè dei famosi loro tetracordi, le quali ognuno voleva si misurassero secondo quelle ragioni che egli stimava atte a produrre la più perfetta melodia. Nei tempi posteriori niun filosofo ebbe il coraggio di dubitare delle opinioni dei Greci, e molto meno di riformare i loro canti; così Boezio e tanti altri filosofi dopo di lui seguendo scrupolosamente le sue pedate non ha fatto che commentare in questa parte gli scritti dei Greci, ed avviluppare le loro teoriche in un inestricabile labirinto di numeri.

La venuta però dei barbari in Europa avendo cagionata la rovina di tutte le arti, pose termine anche alle fantastiche opinioni della musica, ed alle maniere di cantare cotanto intricate dei Greci. Fu dopo quell'epoca che la musica ebbe il suo risorgimento, ed i suoni che si ottennero dagl'istromenti, ed i canti che si eseguivano erano classificati in tutt'altra maniera. Da principio venne sistemato il canto per esacordi composti di sei suoni che comprendevano cinque intervalli, cioè quattro toni ed un semitono, coi quali si formò un sistema di venti suoni, chiamato dal nome del suo inventore *Sistema di Guido* : di questi venti suoni i primi sette furono denominati *suoni gravi*, i seguenti sette si dissero *suoni acuti*, gli ultimi sei *sopracuti*. Secondo questo sistema i suoni erano così disposti, che partendo da uno qualunque di essi non si giungeva all'ottavo se non dopo percorsi sette intervalli, cioè cinque tuoni e due semitoni, e siccome il canto così eseguito assomigliava perfettamente al canto diatonico dei Greci, così fu detto *sistema diatonico*, e dipendentemente dal vario posto che occupavano i due semitoni entro i limiti degli otto suoni ne nacquero diversi *Sistemi di Ottave* detti anche *Modi* ad imitazione degli antichi Modi dei Greci, ed anche Toni, distinti col nome di tono 1°, 2°, 3° ecc. a seconda del diverso suono che si prendeva per base della ottava.

Fino dai primi tempi di questo nuovo sistema di musica fu costruito un sonometro, il quale rappresentasse tutti i suoni del sistema. Consiste questo istromento in una corda metallica convenientemente tesa su di un piano armonico, la quale resa sonora o tutta intera, o raccorciata per mezzo di un ostacolo chiamato ponticello mobile, che impedisca la comunicazione della parte di corda che deve suonare con quella che non si vuole che suoni, può rappresentare tutti i suoni che si vogliono. Ma quì tornarono di bel nuovo in campo le discussioni per la determinazione dei suoni. Avendo osservato i filosofi di quei tempi che due suoni all'ottava acuta dell'altro sono talmente simili che facilmente si confondono, e possono quasi passare per unisoni, ne cercarono la ragione nel sonometro, ove avendo osservato che per ottenere la ottava acuta era necessario raccorciare la corda di una metà, ne dedussero che un suono qualunque sta alla sua ottava acuta come 2 : 1, il che avendo costantemente osservato in qualunque lunghezza di corda stabilirono che se due corde a parità di circostanze avessero le lunghezze nella ragione di 2 : 1 il suono ottenuto dalla più corta era di una ottava più acuto di quello che si otteneva dall'altra corda più lunga.

Fin qui la cosa era regolare, ma non si arrestarono le ricerche: vollero essi progredire, e rintracciare col sonometro tutte le ragioni dei suoni del sistema di Guido, ma si allontanarono dalla verità, poichè avendo osservato che dividendo la corda nella ragione di 3 : 2, ossia facendo suonare due terzi della corda si otteneva da questa il quinto suono del sistema di Guido, fu stabilito subito per canone che come per ottenere un suono all' ottava del primo bisognava dividere la corda nella ragione di 2 : 1, così per ottenere un suono alla *quinta* più acuta del primo conveniva dividere la corda nella ragione di 3 : 2. Quindi con aggiungere, con sottrarre, con inserire medie aritmeticamente proporzionali tra queste ragioni pervennero a dividere il loro sonometro in maniera che con esso si potessero rappresentare tutti i suoni del sistema di Guido, fissandone le distanze o intervalli con numeri esprimenti il rapporto dell'intera corda con quella porzione della medesima da farsi risuonare per rendere un qualunque suono del sistema ad intervallo determinato. Con tal metodo fissarono le ragioni per gl'intervalli musicali pel semitono, pel tono, pel ditono o terza maggiore, pel semiditono o terza minore, per la quarta, per la quinta ecc.

Ma ben presto si avvidero di gravi inconvenienti che nascevano da tal metodo, per es. essendo la ottava divisa in cinque toni e due semitoni, ossia in sei toni interi, sommando tre ditoni, o quattro semiditoni si sarebbe dovuto ottenere la espressione della ottava, cioè la ragione di 2 : 1, e la cosa riusciva invece assai diversa, poichè dalla somma di tre ditoni ne risultava la espressione $\frac{125}{64}$ a cui mancano $\frac{3}{64}$ per giungere alla ragione di 2 : 1. E dalla somma di quattro semiditoni risultava $\frac{1296}{625}$ eccedente di $\frac{46}{625}$ per eguagliarsi alla ragione della ottava: lo stesso inconveniente risultava dall'addizione di più di due quinte, di più di due quarte, cioè non si arrivava mai con tali addizioni ad alcuno degl'intervalli precedentemente fissati, ma si oltrepassavano, o non si raggiungevano perfettamente. Ma sebbene fossero riconosciuti questi inconvenienti, niuno sospettava che potesse essere erroneo il metodo adottato, ritenendo sempre che le ragioni assegnate a ciascun intervallo musicale non erano punto capricciose ma sibbene ricavate dalle leggi della natura, e ne formarono anzi un corpo di dottrine col nome di *Canonica musicale*, nella quale s'insegna il modo di sommare e sottrarre qualunque invallo musicale valutato nelle rispettive lunghezze di corda rappresentanti i suoni effettivi; il modo d'inserire una media proporzionale arimmetica, armonica, e geometrica tra due intervalli, i quali non sono soltanto ristretti al

semitono, tono, semiditono, ditono, quarta, quinta, sesta e settima maggiori e minori, ma si valutano i semitoni maggiori e minori, e tutti gli altri intervalli alterati o diminuiti con semitoni maggiori e minori; si valuta il limma maggiore e minore, il comma diatonico, il comma sintonico, lo schisma, il diaschisma, ecc. cose tutte affatto inutili alla musica.

Nè si dica che la natura stessa col farci sentire nella corda sonora oscillante oltre il suono della intera sua lunghezza anche le risuonanze delle sue parti aliquote $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, ... abbia voluto additarci la vera ed unica maniera di classificare i suoni in che si debba dividere una ottava. Infatti i suoni che sono prodotti dalle suddivisioni naturali da una corda sonora specialmente se si fa oscillare coll'urto di un'artificiale corrente di aria sono i seguenti. Quando la corda si divide in due, risuonano ambedue queste metà di corda, come se fossero due corde separate ma unisone, e si sentirà una sola ottava alta della corda intera. Quando si divide in tre risuonano tutti e tre i terzi della corda come se fossero tre corde separate, e fanno sentire la quinta sopra l'ottava. Quando si divide in quattro risuonano tutti e quattro i quarti di corda, e fanno sentire la doppia ottava.

I cinque quinti fanno sentire la terza maggiore. I sei sesti fanno sentire la tripla quinta. I sette settimi fanno sentire un suono più acuto di una sesta maggiore, e più grave di una settima minore, cosicchè questo suono esce affatto fuori degl'intervalli musicali in uso. Proseguendo innanzi, gli otto ottavi danno la quadrupla ottava, I nove noni la quadrupla seconda. I dieci decimi la quadrupla terza. Gli undici undicesimi danno una quarta la quale è maggiore della quarta giusta dei pratici e minore della quarta alterata. I dodici dodicesimi danno la quadrupla quinta. I tredici tredicesimi danno una sesta calante. I quattordici quattordicesimi danno una sesta crescente, e perciò di niun uso nè l'una nè l'altra. Le frazioni più piccole danno suoni anche più lontani dall'uso.

Ora se la Canonica Musicale pretende di fissare i semitoni, i toni, e tutti gli altri intervalli secondo la natura delle risuonanze della corda sonora, perchè non ammette il suono rappresentato da $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{11}$, $\frac{1}{13}$, $\frac{1}{14}$ di corda? eppure questi suoni sono sensibilissimi nella corda sonora. Non si ammettono questi suoni, si risponde, perchè sconcerterebbono la scala musicale. Se vi sono dunque dei suoni formati dalla natura nella corda sonora capaci a sconcertare la scala musicale, convien dire che o questa scala, ossia serie di cinque toni con due semitoni non è la vera, perchè non conforme alle leggi della

natura manifestateci nella corda sonora, ovvero che le risuonanze della corda sonora non possono servire a determinare gli intervalli musicali.

Che non possa dirsi erronea la divisione della scala in toni e semitoni si renderà manifesto dall'osservare che il canto è antico quanto l'uomo; che gli organi vocali dell' uomo sono talmente conformati da poter rendere suoni a differenze infinitesime. L'orecchio però per quanto si voglia esercitato, se tali differenze saranno minori di un semitono, potrà a mala pena distinguerle, se non se ne fa il confronto con altro suono che si faccia sentire o simultaneamente col primo, ovvero con successione alquanto rapida tra l' uno e l'altro. Dal che si vede che gl'intervalli musicali dei quali l'uomo può far uso non possano esser minori di un semitono. Se chiamiamo a rassegna il canto di tutti i popoli della terra, conosceremo non aver essi mai usato intervalli minori di un semitono, se si eccettuino i Greci, i quali adoperavano anche i quarti di tono, ma con gravi difficoltà di esecuzione, come tra gli altri leggiamo presso Aristosseno *lib.* 1. *Harmonicorum*, e presso Aristide Quintiliano *lib.* 1. *de Musica*. Usavano dunque i Greci i quarti di tono come potrebbe usarli anche in oggi qualche valente artista per dar prova di abilità ed esercizio non comune. E se alcuni popoli nella loro cantilene fanno grande uso di strisciate di voce ascendenti o discendenti, e si volessero giudicare come intervalli minimi insieme uniti, si rifletta che qui si deve parlare di suoni distinti ed apprezzabili individualmente dall'orecchio, e perciò tali strisciate non entrano punto tra gl'intervalli musicali.

Se dunque non vi è altro intervallo minimo nei suoni, il quale sia ben distinto fuorchè il semitono. questo e non altro dovrà essere il tipo di unità per dividere un'ottava, ossia che quella sarà la vera divisione dell'ottava che avrà per intervalli minimi i semitoni, e comporrà gl'intervalli maggiori con un numero maggiore o minore di semitoni medesimi. Ma dividendo la ottava secondo le risuonanze della corda sonora si verrebbero a stabilire intervalli minori del semitono, dunque dovrà dirsi erroneo un tal metodo, e per conseguenza fallace ed illusoria la *Canonica musicale* per quella parte dove pone in campo intervalli minori del semitono, o isolatamente o in composizione d'intervalli maggiori.

Ma come raggiungere la vera divisione degl'intervalli musicali? la risposta è facile, cioè col mezzo di un *sonometro equabile*. Cosa sia il sonometro si è già veduto di sopra; a renderlo poi equabile conviene praticare su di esso delle divisioni colle quali si marchi il posto, ove collocato il ponticello raccorci la parte sonora della corda in modo da far sentire una serie di dodici

semitoni simili di cui l'ultimo sia l'ottava della corda intera. Ora i suoni considerati nella corda sonora possono comodamente calcolarsi poichè se questa sia convenientemente tesa e si faccia oscillare in tutta la sua lunghezza essa farà un certo numero di vibrazioni, le quali se saranno sufficientemente rapide desteranno in noi la sensazione di un suono : se la stessa corda si farà oscillare non tutta intera ma raccorciata di una sua parte, farà un numero maggiore di vibrazioni nello stesso tempo, e ci farà sentire un altro suono che per convenzione dicesi più acuto del primo, e per contraposto il primo dicesi più grave del secondo. La differenza tra questi due suoni costituisce l'*intervallo musicale*. Queste differenze si determinano con rapporti numerici dati o in lunghezza di corda, o in numero di vibrazioni, e nella pratica si denotano coi nomi di semitono, tono, ditono . . . . , cosicchè quando si nomina una terza, una quarta, una quinta, una ottava . . . s'intende un intervallo musicale determinato da uno o da altro rapporto numerico dato in lunghezza di corda, o in numero di sue vibrazioni : per es. per l'ottava si dovrà intendere quell'intervallo che ha il rapporto numerico 1 : 2, ovvero 2 : 1, e così di tutti gli altri intervalli. Da ciò facilmente si compsende :

1.° Che un suono solo non costituisce intervallo ma ve ne bisognano due.

2.° Che gli intervalli allora si dicono simili quando saranno espressi con rapporti eguali : se per es. si divideranno due diverse corde sonore nel rapporto di 1 : 2, si avranno diversi suoni, ma ad intervalli simili, cioè ad ottave : così ancora se dividasi una medesima corda prima nel rapporto di 1 : 2, e poi in quello di 2 : 4 si avranno suoni diversi, perchè i due primi esprimeranno la prima ottava, i due secondi la seconda ottava, e ciò non ostante i due intervalli saranno simili perchè espressi da rapporti eguali.

I limiti di un semitono secondo le più accurate osservazioni sono dal $\frac{15}{16}$ sino al $\frac{24}{25}$, quindi è che se la corda sonora si dividerà in modo da farla risuonare secondo i rapporti intermedj $\frac{16}{17}$, $\frac{17}{18}$, $\frac{18}{19}$ sino a $\frac{24}{25}$, il suono risultante sarà gradatamente un poco meno acuto, poichè la corda in tali rapporti divisa darà un minor numero di vibrazioni, ma non si oltrepasseranno mai i limiti del semitono, ossia l'orecchio non potrà apprezzare giammai in tali intervalli se non che dei semitoni. Quindi s' intenderà facilmente come per costruire un sonometro equabile sia necessario dividere la corda sonora in dodici semitoni espressi da rapporti eguali, i quali per ciò si dicono semitoni *simili* o *equabili*, ed anche semitoni *medii* per essere il loro rapporto un medio tra il semitono maggiore ed il semitono minore della Canonica Musicale, la loro somma però dev'essere eguale al rapporto indicante la ottava,

cioè 1 : 2 ; ossia che le dodici divisioni debbono assorbire esattamente la metà della corda sonora.

Varii metodi sono stati adoperati sì dagli antichi che dai moderni per costruire il sonometro equabile ad onta che pensassero non esser questa la vera divisione della ottava, dando la preferenza alla divisione diretta dalla Canonica musicale. Tali metodi però non presentando quella facilità che è tanto necessaria alla pratica, e quel che è più neppure il pregio della esattezza, ho creduto dover tenere tutt'altra strada, che mi ha condotto a risultamenti assai facili ed esatti che passò ad esporre.

Sia data una corda sonora convenientemente tesa su di un piano armonico, fermata nelle due estremità in modo che renda un suono deciso quando si metta in vibrazione. Si tratta di determinare tanti punti su tale lunghezza onde praticarvi altrettante divisioni, nelle quali ponendo successivamente il ponticello si raccorci la corda medesima in modo che ad ogni cambiamento di posto del ponticello renda un suono sempre diverso colla differenza di un solo semitono equabile.

Sia dunque la lunghezza totale della corda sonora $= l$, e adottando la denominazione di *interstizio semitonale* onde esprimere la distanza tra una divisione e l'altra del sonometro, la prima divisione che ci darà il primo interstizio semitonale dovendo essere una parte x della lunghezza totale verrà espressa da

$$xl$$

quantità che sottratta da l darà

$$l(1 - x)$$

si avrà il secondo interstizio prendendo di questo residuo una simile parte x, avremo così

$$xl(1 - x)$$

che sottratto dal precedente residuo darà

$$l(1 - x)^2$$

espressione della lunghezza della corda oscillante col ponticello sul secondo interstizio semitonale. Si avrà il terzo interstizio prendendo di questo residuo una simile parte x, onde si avrà

$$xl(1 - x)^2$$

e ripetendo così le stesse operazioni si otterranno il quarto, il quinto l'n^{mo} termine come segue

$$(1) \qquad xl,\ xl(1-x),\ xl(1-x)^2,\ xl(1-x)^3,\ xl(1-x)^4,\ xl(1-x)^5 \ldots xl(1-x)^{n-1}$$

dove ciascun termine rappresenta il valore di un interstizio semitonale, il quale tolto dalla antecedente lunghezza della corda, fa sì che il suono di questa venga a rendersi sempre più acuto di mezzo tono, e siccome la somma di questi dodici interstizii deve eguagliare la metà della lunghezza della corda, così la somma dei primi dodici termini nella (1) dovrà essere $= \frac{1}{2} l$. Avremo perciò

$$l\left[1-(1-x)^{12}\right] = \frac{1}{2} l \qquad \text{ossia} \qquad l(1-x)^{12} = \frac{1}{2} l.$$

E volendo indagare l'andamento di un'altra serie egualmente di dodici interstizii semitonali compresi dalla metà della corda fino alla sua quarta parte, luogo appunto dove la corda darebbe la doppia ottava alta del suono primitivo, è chiaro che tutto si ridurrà in ultima analisi a determinare il tredicesimo termine della serie (1), il quale avrà per espressione

$$xl(1-x)^{12} \qquad \text{ma è} \qquad (1-x)^{12} = \frac{1}{2}\ ;$$

dunque il tredicesimo termine sarà

$$\frac{xl}{2}$$

cioè la metà del primo termine della (1) : così il primo interstizio che dovremo puntare nella seconda serie, cioè nella seconda ottava, sarà la metà del primo interstizio della ottava antecedente. Pel secondo interstizio semitonale si avrebbe

$$xl(1-x)^{13} = xl(1-x)(1-x)^{12} = \frac{xl(1-x)}{2},$$

cioè la metà del secondo interstizio dell'ottava precedente: e se si prosegua a questo modo alla determinazione di tutti e dodici i termini di questa serie corrispondenti ai dodici semitoni della seconda ottava, si troverà che ciascuno di questi è la metà del suo analogo nella prima ottava. Lo stesso accadrebbe se costruita questa seconda serie d'interstizii, se ne volesse determinare una terza di altri dodici interstizi esprimenti i dodici semitoni compresi in una ottava due volte più acuta della primitiva: lo stesso si dica per una quarta ottava, per una quinta, per una n.^{ma} ottava più acuta.

Quindi è che se fossero cognite soltanto le dimensioni degl'interstizii semitonali competenti alla prima ottava alta, e si volessero determinare i dodici interstizii necessarii per la ottava contiguamente più grave, è chiaro che non dovrebbesi fare altro per la ragion dei contrarii che prendere il doppio della somma di questi dodici interstizii, e quindi marcarne su questa lunghezza

altri dodici, di cui ciascuno sia il doppio del corrispondente interstizio nella ottava alta. Nello stesso modo raddoppiando la somma, e quindi raddoppiando ciascuno di questi interstizii se ne otterrebbono altri dodici competenti alla ottava contiguamente più grave, e così di seguito. Formata dunque una soltanto di queste serie d'interstizii semitonali potremo formarne tante altre o più acute o più gravi quante vorremo.

A determinare ora il valor numerico della x adoperata in tutte le precedenti formole basterà riprendere la

$$(1 - x)^{12} = \frac{1}{2}$$

che, fatta $y = 1 - x$, diviene

$$y^{12} = \frac{1}{2}$$

da cui $\log.y = \frac{1}{12} \log.\frac{1}{2}$

cioè $y = 0{,}9438740$

ma era $x = 1 - y$

dunque $x = 0{,}0561260.$

Tale sarebbe il valore di x da sostituirsi nei varii termini della (1). Ma ancorchè si volessero eseguire queste fastidiose sostituzioni, pure non si giungerebbe ad ottenere risultamenti dotati di precisione, poichè attesa la picciolezza degl' interstizii semitonali non potrebbe nella pratica ritenersi che un assai limitato numero di cifre decimali.

In vista di ciò passiamo ad esporre un altro modo di determinare gl'interstizii semitonali equabili dotato di facilità di esecuzione, ed esatto. Ripresa la serie (1) è facile il vedere che indipendentemente da qualunque numerica determinazione dei suoi diversi termini esiste una legge suddupla, a cui sono soggetti alcuni termini collocati a certe distanze. Infatti il tredicesimo termine della (1) è la metà del primo; il venticinquesimo è la metà del tredicesimo, e perciò è un quarto del primo termine: il trentasettesimo è la metà del venticinquesimo termine, un quarto del tredicesimo, e perciò un ottavo del primo, e così di seguito.

Dopo ciò se si prenda una retta, e si divida in un qualsivoglia numero di parti eguali sufficientemente distanti l'una dall'altra è chiaro che se normalmente ad essa su tutti quei punti equidistanti si conducano delle perpendicolari le cui lunghezze sieno in progressione geometrica decrescente

$$1 \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{8} \quad \ldots\ldots$$

ossia $$\left(\frac{1}{2}\right)^0 \quad \left(\frac{1}{2}\right)^1 \quad \left(\frac{1}{2}\right)^2 \quad \left(\frac{1}{2}\right)^3 \quad \ldots\ldots$$

la linea che passa per tutte le estremità di queste rette è una *Logarimmica*; quelle rette normali ne rappresentano le ordinate ortogonali, e se contando le ascisse

$$0 \; 1 \; 2 \; 3 \; 4 \; \ldots . \; x$$

su quella retta suddivisa già in parti eguali, a partire dal punto a cui corrisponde la ordinata $= 1$, queste essendo in progressione arimmetica saranno i rispettivi logarimmi di quelle, e la equazione dell'attuale logarimmica sarà

$$y = (\tfrac{1}{2})^x.$$

E riflettendo che quelle ordinate

$$1 \; \tfrac{1}{2} \; \tfrac{1}{4} \; \ldots .$$

non sono altra cosa se non che pochi termini della serie di sopra citata soggetti a quella stessa legge di formazione a cui sono egualmente subordinati tutti gli altri termini della detta serie intermedii tra 1, $\frac{1}{2}$; tra $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$; tra $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$ ecc. concluderemo che il valore di tali termini intermedii dovranno essere egualmente espressi dalle ordinate intermedie, che dovremo convenientemente condurre alla logarimmica tra le ordinate 1, $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$; ...., e siccome sono undici i termini da inserirsi tra 1, $\frac{1}{2}$; altri undici tra $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, e così di seguito, così basterà dividere la prima ascissa in dodici parti eguali, e condurre da ciascun punto altrettante ordinate alla logarimmica, che rappresenteranno il valore degli undici termini della serie tra 1, $\frac{1}{2}$, vale a dire che trasportando le rispettive lunghezze delle prime dodici ordinate successivamente una dietro l'altra sul sonometro, la cui corda sonora sia doppia in lunghezza della somma delle dodici ordinate si avranno i valori dei dodici interstizii semitonali equabili a contare dalla prima alla dodicesima ordinata. Un simile processo di operazioni farebbe determinare i dodici interstizii semitonali dalla tredicesima ordinata alla ventiquattresima, e così di seguito.

È dunque per mezzo della esposta logarimmica, che indipendentemente da qualunque valor numerico degl'interstizii semitonali si può giungere assai facilmente alla esatta loro determinazione non solo per una prima ottava ma per quante se ne vogliano immaginare o più acute o più gravi, come evidentemente risulta dalla indole stessa della curva.

Nè può presentare difficoltà la descrizione della curva medesima solo che si rifletta essere proprietà della logarimmica l'aver costante la sua suttangente; e per conseguenza se sopra una retta s'inalzino due perpendicolari sufficientemente distanti tra loro, e tali, come si disse di sopra, che le loro lunghezze sieno come i numeri 1, $\frac{1}{2}$ è evidente che calcolata la lunghezza della suttan-

gente e portata sulla retta medesima prolungata se occorre, è chiaro che a partire dal punto dove è $x = 0$ se si divida quell'intervallo tra le perpendicolari $1\frac{1}{2}$ in dodici parti eguali, e da ciascun punto di divisione si elevino altrettante perpendicolari indefinite si avranno su queste col noto metodo delle intersezioni altrettanti punti, i quali se vengano uniti con una linea, questa rappresenterà la cercata logarimmica, curva che potrebbe anche descriversi con movimento continuo facendo uso del piccolo stromento del Poleni, od anche di quello ridotto a maggior semplicità dallo Suardi. Vero è che o si adotti la costruzione per punti, o quella col moto continuo, è sempre necessario conoscere il valor numerico dalla suttangente che colla nota formola generale applicata alla logarimmica in questione si trova in valore assoluto

$$\text{Suttang.} = 1{,}4426 \ldots$$

Costruita così la logarimmica, le sue successive ordinate determineranno nel modo esposto di sopra i successivi interstizii semitonali per una sola ottava sul monocordo con tutta la precisione, e la facilità desiderabile. E siccome abbiamo già fatto osservare che le ordinate alla curva relative alla seconda, alla terza, ... ottava più acuta o più grave della ottava già calcolata, altro non sono che la metà, un quarto .... ovvero il doppio, il quadruplo .... delle corrispondenti ordinate della prima ottava medesima, così potremo estendere quanto si vuole da una parte e dall'altra la logarimmica costruita per una sola ottava, senza dover ripetere ad ogni volta le accennate costruzioni per punti, o con moto continuo. Ed è notabile che avendo già fatto costruire più di un monocordo assegnandone gl'interstizii semitonali per mezzo della logarimmica, questi sono stati già posti in opera con ottimo successo nell'accordatura di alcuni piano-forti, così la parte teorica ha già ricevuto anche il suggello della esperienza.

Ma la facilità e i vantaggi degli esposti due metodi per la determinazione degl'interstizii semitonali equabili sul sonometro verranno anche più a manifestarsi colla risoluzione dei due seguenti problemi.

Probl. 1.° Data la lunghezza l della corda di un sonometro, determinare la parziale lunghezza l' della corda medesima che posta in vibrazione faccia sentire un *dato semitono* di rango n situato in una ottava h qualunque.

Risoluz. Se cominciando dalla lunghezza intera l della corda si cerchino le lunghezze successive di questa, allorchè il ponticello mobile si ponga successivamente su tutte le divisioni semitonali del sonomotro appartenenti alla prima ottava, si avranno dalla (1) le cercate lunghezze della corda sonora

espresse dalla serie

1.ª Ottava

$$l\,,\ l(1-x)\,,\ l(1-x)^2\,,\ l(1-x)^3\,,\ l(1-x)^4\ \ldots\ l(1-x)^{12}.$$

E sapendosi per le cose precedenti, che tutte le lunghezze comprese nella seconda ottava sono la metà delle lunghezze comprese nella prima ottava; quelle della terza ottava, la metà di quelle comprese nella seconda, e così di seguito, si avrà

2.ª Ottava

$$\frac{l}{2}\,,\ \frac{l}{2}(1-x)\,,\ \frac{l}{2}(1-x)^2\,,\ \frac{l}{2}(1-x)^3\,,\ \frac{l}{2}(1-x)^4\ \ldots\ \frac{l}{2}(1-x)^{12}.$$

3.ª Ottava

$$\frac{l}{4}\,,\ \frac{l}{4}(1-x)\,,\ \frac{l}{4}(1-x)^2\,,\ \frac{l}{4}(1-x)^3\,,\ \frac{l}{4}(1-x)^4\ \ldots\ \frac{l}{4}(1-x)^{12}$$

procedendo allo stesso modo per tutte le seguenti ottave più acute. In queste sarà facile vedere che mentre le ottave procedono come i numeri

$$1\,,\ 2\,,\ 3\,,\ 4\ \ldots\ h$$

il divisore costante in tutti i termini di ciascuna serie sono come i numeri

$$2^0\,,\ 2^1\,,\ 2^2\,,\ 2^3\ \ldots\ 2^{h-1}$$

onde concluderemo che la lunghezza l' della corda che posta in vibrazione faccia sentire un dato semitono situato in una ottava h più alta, sarà espressa dal suo analogo termine

$$l(1-x)^n$$

considerato come se dovesse trovarsi nella prima ottava, e dividendolo quindi per 2^{h-1}: così la cercata lunghezza sarà

$$l' = \frac{l}{2^{h-1}}(1-x)^n.$$

È poi evidente che se questa lunghezza l'' doveva trovarsi per una ottava h più grave della primitiva si avrebbe

$$l'' = 2^{h-1}\,l(1-x)^n.$$

Veniamo ora a risolvere questo stesso problema per mezzo della logarimmica, di cui per altro le ordinate rappresentino non più gl'interstizii semitonali ma le lunghezze della corda che posta in vibrazione fa sentire i successivi semitoni. Si prenda dunque per prima ordinata la lunghezza l della

corda intera, quindi ad una distanza sensibile si collochi l'altra ordinata di lunghezza eguale alla metà di l: ad eguale distanza un'altra ordinata eguale ad un quarto di l, e così successivamente. Per le estremità di queste ordinate si conduca la logarimmica, quindi sulla porzione dell'asse delle ascisse intercetta dalle due ordinate 1 $\frac{1}{2}$ si notino undici punti a distanze eguali, ed inalzando su di essi altrattante ordinate alla logarimmica, si avranno, compresa la prima espressa da 1, e l'ultima espressa da $\frac{1}{2}$, tredici ordinate, le cui prime dodici daranno le dodici lunghezze differenti di corda, che poste in vibrazione separatamente faranno sentire i dodici semitoni della prima ottava, mentre la tredicesima darà il principio della seconda ottava. Ciò posto se il dato semitono volevasi situato nella prima ottava il problema è già risoluto poichè tra quelle ordinate già condotte esiste la lunghezza domandata. Se poi il semitono dato dovea trovarsi in una ottava o più acuta o più grave della primitiva, basterà trovarlo nella prima ottava, quindi dividere o moltiplicare la lunghezza della ordinata che la esprime per uno dei seguenti numeri 2, 4, 8, 16 . . . . secondo che si vuole nella seconda, nella terza, nella quarta, ... ottava o più acuta o più grave della primitiva.

Probl. 2.° Dato il valor numerico di un interstizio semitonale equabile di rango n, e sostituito ad una ottava qualunque h, determinare la lunghezza della corda intera.

Risoluz. Se si riporti il valore dell' interstizio dato dalla ottava h alla prima ottava, l'interstizio così ridotto occuperà una sede tra i primi dodici interstizii compresi nei limiti della prima ottava, e la sua espressione algebrica per la (1) sarà

$$xl(1-x)^{n-1}$$

ed indicando con A l'intervallo così ridotto si avrà

$$xl(1-x)^{n-1} = \mathrm{A}$$

onde

$$l = \frac{\mathrm{A}}{x(1-x)^{n-1}}$$

cioè la lunghezza intera della corda sonora.

Per risolvere poi questo stesso problema col mezzo della logarimmica, si prenda l'interstizio dato, e si stabilisca per ordinata della logarimmica che dovremo costruire, quindi ad una distanza sensibile e costante a destra e a sinistra della ordinata data si collochino tante ordinate tutte in ragion suddupla a destra e dupla verso la sinistra quante bastano per condurre sulle

loro estremità la curva logarimmica che dovrà risolvere il problema: si divida in dodici parti eguali tanto la porzione dell'asse delle ascisse compresa dalla ordinata data e l'antecedente, quanto quella compresa dalla ordinata data e la susseguente: da questi punti di divisione si conducano alla curva altrettante ordinate. Ora per esser cognito il rango n dell'interstizio dato è chiaro che tra queste ordinate vi dovrà essere o la prima, o la tredicesima, o la venticinquesima, o la trentasettesima .... numeri che rappresentano il primo interstizio di ciascuna ottava sempre più acuta; ond'è che dal paragone di questi numeri col rango dell'interstizio dato, verrà a conoscersi entro quale ottava questo si ritrovi, e qual rango occupi in questa medesima ottava; allora non considerando che le sole ordinate della logarimmica corrispondenti a tutti gl'interstizii di questa ottava, e disponendo tutte queste ordinate l'una dietro l'altra in linea retta, la loro somma presenterà una lunghezza che moltiplicata per uno dei numeri

$$2,\ 4,\ 8,\ 16\ \ldots\ .$$

secondo che la ottava in questione sarà o la seconda, o la terza, o la quarta, ecc. esprimerà la somma di tutte le ordinate della prima ottava, somma equivalente alla metà della lunghezza della corda sonora da cui finalmente si otterrà la sua lunghezza intera.

Risoluti così i due problemi propostici si potrebbe domandare se gl'intervalli semitonali equabili così determinati sieno quelli stessi che si adoperano nella moderna musica, ovvero se sieno diversi a segno tale, che per ridurli alla pratica si debbano riformare tutti gl'istromenti musicali. Per rispondere a tale domanda basta rammentare che i limiti di un semitono, secondo ciò che si è esposto di sopra, quando venga rappresentato in parti di corda sonora, sono

$$\text{da } \tfrac{15}{16} \text{ a } \tfrac{24}{25} \qquad \text{ossia} \qquad \text{da } \tfrac{1}{16} \text{ fino ad } \tfrac{1}{25}.$$

Ora il valore di x nella sopradescritta serie, corrispondente alle ordinate della logarimmica era 0,0561, che paragonato con quei due valori che possono considerarsi come limiti si trova

$$\tfrac{1}{16} = 0{,}0625\ , \qquad x = 0{,}0561\ , \qquad \tfrac{1}{25} = 0{,}0400$$

per cui potremo concludere che l'assegnato valore di x non solo non esce dai limiti del semitono ma è prossimamente un semitono medio tra

$$\tfrac{1}{16} \text{ ed } \tfrac{1}{25}\ .$$

Inoltre è noto che in tutti i tempi ad onta della pertinace adesione alla Canonica musicale si è riconosciuta la necessità di una divisione equabile della

ottava, come lo provano i molteplici tentativi e i varii metodi più o meno felici per ottenerla. Presentemente non vi è fabbricatore o accordatore d'istromenti così detti ad *accordatura fissa*, il quale colla sola guida dell'orecchio non cerchi di rendere tutti i semitoni del suo istromento eguali più che può, ed ogni suonatore di tali istromenti allora soltanto crede ch'essi sieno bene accordati quando ne trova plausibilmente equabili tutti i semitoni. Nelle grandi orchestre ove suonano insieme tanti istromenti differenti, ogni suonatore procura di adattarsi al così detto *Temperamento*, altrimenti parlando della musica moderna la esecuzione di moltissimi pezzi sarebbe insoffribile. I cantanti poi seguono sempre nella intonazione gl'istromenti che li accompagnano. Ciò posto se tutti i suonatori, tutti i cantanti, tutti gli accordatori d'istromenti cercano il Temperamento nella esecuzione musicale, cercano che la divisione semitonale della ottava sia equabile, dovremo concludere che gl'intervalli semitonali equabili da noi indicati sono precisamente quelli stessi che si usano nella pratica musicale, o almeno quelli che ogni esecutore musicale procura di far sentire col suo istromento, o colla sua voce.

Un'altra difficoltà potrebbe presentarsi all'esposto temperamento equabile, ed è questa. Negl'istromenti accordati, secondo la Canonica musicale, ogni Tono o Modo ha i suoi caratteri particolari, per esempio

Il Modo C. è grandioso o serio.
Il Modo D. è gaio.
Il Modo E. è stridulo.
Il Modo F. è maestoso.
. . . . . .

Ora tutti questi particolari caratteri di ciascun Tono svanirebbono adottando l'accordatura a semitoni equabili. A togliere questa difficoltà basterà riflettere che ogni suono produce in noi una sensazione più o meno viva secondo il maggiore o minor numero di vibrazioni in uno stesso tempo comunicate dal corpo sonoro all'aria, e da questa al nostro orecchio, dal che ne segue, che una melodia qualunque se si eseguisca in varii Modi o Toni, abbenchè i suoni che la compongono sieno esattamente conservati in quanto al numero ed alla loro reciproca relazione, pur non ostante produrrà sempre diverso effetto, secondo i diversi Modi nei quali verrà essa trasportata. Dunque anche coll'accordatura a semitoni equabili v'è diversità notabile tra i Modi musicali, perchè diversa è la sensazione che ciascuno produce nel nostro orecchio. Inoltre nei tempi antichi non si conoscevano generalmente altre armonie che quelle degli organi e dei cembali accordati in un certo modo, che quando si usciva

dai così detti *Tasti bianchi*, gli accordi ne erano insoffribili, poichè alcuni intervalli armonici erano troppo eccedenti, altri di troppo mancanti. Questa imperfezione di accordatura ripartita nei varii semitoni della ottava, faceva sì che ogni Modo quale più, quale meno ne partecipasse, e così ad ognuno si attribuivano vari caratteri, e l'uno si diceva *stridulo*, l'altro *flebile*, l'uno *maestoso*, l'altro *gaio*, l'altro *grandioso*, ecc., cose tutte per lo più suggerite dalla immaginazione dei maestri, e suscitata dalla cattiva accordatura degli istromenti per la pertinace adesione della Canonica musicale. Non dovrà dunque dirsi flebile una melodia perchè scritta in un Modo reputato *Flebile*, nè gaia perchè scritta in un Modo reputato *Brillante*; poichè il grandioso, il gaio, il brillante, il maestoso, ... dipende unicamente dall'indole della Melodia, la quale perciò se compariva di un carattere nell'antico sistema, lo conserverà sempre anche nel sistema temperato, come di fatto vediamo in molte composizioni musicali scritte dai più grandi maestri dell'arte.

RETTIFICAZIONE

ALLA COMUNICAZIONE DELLA SESSIONE I^a DEL 5 MARZO.

Sul fine della predetta comunicazione io ho attribuito al Sig. Cap. Buffa la determinazione del limite dell'ombra solare in Calabria, senza nominare il R. P. Serpieri delle Scuole Pie. Publico quindi volentieri la lettera ricevuta dal detto Sig. Capitano, che mostra la parte avuta in ciò dall'illustre Padre. Solo avverto che nelle mie Notizie ed istruzioni avea già mostrato quanto sarebbe utile una tale determinazione già proposta anche da me pel 1860 in Spagna.

« M.° Rev.° P. Secchi. — Ho letto le parole lusinghiere che V. R. volle dire a mio riguardo » nella memoria letta alla Pontificia Accademia dei Nuovi Lincei nella Sessione del 5 Marzo » 1871 relativamente alle osservazioni dell'Ecclisse del 22 Dicembre 1870, alle quali presi parte » colla Sezione dei Topografi che trovavasi ai miei ordini.

» Mentre non ho parole per ringraziare V. R. per l'onore che mi ha fatto, mi permetto però » di osservarle come il merito della operazione intesa a determinare il limite della zona della to- » talità dal lato Nord sia, piuttosto che a me devoluto al M. R. P. Serpieri D. S. P., il quale » ne ebbe l'iniziativa, e venne da Urbino a Reggio di Calabria specialmente con questo intento, » ed ebbe sino alla fine la primaria direzione di quell'impresa.

» Io mi posi a disposizione del medesimo, e dopo studiata la questione insieme con Lui, ebbi » la ventura di dirigere l'esecuzione del piano combinato. Perciò io non posso comparire che co- » me socio al P. Serpieri, *come appunto egli stesso ha sempre detto, indicando quella operazione* » *che ebbe un esito così bello e felice, come fatta da Serpieri e Buffa.*

» Tale dichiarazione mi permetto di fare a V. R. non richiesto e solo per il debito che ne in- » combe di attribuire *unique suum.*

» Le bacio reverente la mano. — Cav.^re Carlo Buffa Cap.^no »

Più importante è un errore scorso nell'ultima pagina (lin. 8) in cui la diversità di curva ottenuta dal magnetometro di Augusta si attribuisce da me alla burrasca, fondandomi sul fatto che Augusta stava dal lato *Sud dell'Etna*, e *Terranova al Nord*. Il testo originale del mio manoscritto diceva che noi (da Augusta) che *stavammo dal lato Sud dell'Etna avemo curva alquanto diversa di Terranova che ne stava* AL S. O. E DALLE STAZIONI CONTINENTALI CHE ERANO QUASI AL NORD. L'omissione di queste parole nella stampa ha dato luogo ad una censura del Sig. Saporito Ricca (*), il quale dovea ben capire che basta gettare un occhiata su di una carta per vedere l'errore, e che dovea esservi qualche sbaglio di stampa. Ma checchè ne sia egli ha ragione di fare questo appunto. Non così ha ragione nel rigettare le osservazioni fatte al magnetometro di Augusta, quasi che fosse un'istromento da mettersi tra le sferre, piccolo, inutile; e mal collocato e letto da chi era nuovo.

(*) V. la memoria intitolata *La Corona solare*, del Sig. Vincenzo Saporito Ricca. Palermo 1871.

Lo strumento è un magnetometro inglese a specchio di quelli di costruzione, e dimensioni normali portatili. La scala dà il minuto direttamente, e con molta facilità si stimano i decimi, e non ci vuole gran dottrina per legger questa scala ben nitida nel cannocchiale, e il lettore P. Cultrera era ben pratico di tali letture. Lo strumento era, è vero, dentro una *garitta*, perchè non si trovò locale migliore, ma era solidamente basato su di una tavola ben incastrata, e murata nel muro stesso, sostenuta per di più da un buon saettone, onde era assai stabile. Talchè i pretesi difetti non esistono che nella immaginazione del giovane scrittore, il quale forse appena lo vide senza bene esaminarlo. Del resto se questo magnete dà qualche diversità dagli altri, il censore deve ben sapere che è cosa ovvia l'ottenere coi piccoli strumenti delle curve diverse dai grandi: ma questo non deprezia i piccoli strumenti, anzi autorità certamente tali, a cui il Sig. Saporito non credo vorrà fare eccezione, come un Lamont, e molti inglesi preferiscono piccoli magneti.

Però se la curva è riuscita opposta alle altre, potrebbe essere che non siasi tenuto conto del fatto, che a *scala crescente* corrisponde *declinazione calante*. Ma se tale sia il caso non saprei dirlo, perchè le osservazioni furono raccolte dal R. P. Denza, il quale s'incaricò di trasmettere il tutto al Sig Müller, e di questa partita non me ne occupai punto.

Il Sig. Saporito potrà fare su questo le opportune ricerche.

P. A. SECCHI

SCRITTI PRESENTATI

Il P. Angelo Secchi presenta il rapporto della Commissione, della quale tenne egli la presidenza, per la misura del meridiano centrale europeo negli stati pontificii, esibito a sua Eminenza Rma il Sig. Cardinale Giuseppe Berardi. L'Accademia, in vista dell'interesse grandissimo di questo lavoro ancora inedito, stabilisce di pubblicarlo con gli Atti della presente tornata.

CORRISPONDENZA

Viene letto un dispaccio di Sua Eminenza Rma il Sig. Cardinale Antonelli Pro-Camerlengo di S. R. C., con il quale l'Accademia è fatta partecipe dell'approvazione del S. Padre per la nomina e conferma del Chmo Sig. Commendatore Benedetto Viale-Prelà a Presidente dell'*Accademia Pontificia de' nuovi Lincei*.

D. B. Boncompagni, Archivista e Bibliotecario, incaricato dall'Accademia d'inviare i fascicoli degli Atti ai socj corrispondenti ed a varie società scientifiche, presenta le ricevute dei seguenti fascicoli del presente Anno Accademico, delle persone e società qui appresso indicate.

Fascicoli 1.°, 2.°, 3.° e 4.° Prof. Serafino Raffaele Minich, Prof. Filippo Parlatore, Prof. Placido Tardy, Ab. Francesco Moigno.

Fascicoli 1.°, 2.° e 3.° Prof. Enrico Betti, Prof. Cesare Bianconi, Conte Federigo Luigi Menabrea, Prof. Giuseppe Meneghini, Prof. Angelo Sismonda, R. Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna.

Fascicoli 1.°, 2.° e 4.° R. Società di Napoli.

Fascicolo 2.° Società reale di Londra.

Fascicoli 2.° e 3.° Prof. Ab. Cav. Francesco Zantedeschi, R. Accademia delle Scienze di Berlino, R. Accademia delle Scienze di Monaco.

Fascicoli 2.°, 3.° e 4.° Prof. Domenico Turazza, R. Istituto lombardo di Scienze e Lettere, R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Società delle Scienze fisiche e naturali di Bordeaux.

Fascicoli 3.° e 4.° Prof. Giusto Bellavitis.

Fascicolo 4.° Prof. Gaspare Mainardi, Accademia delle Scienze di Parigi.

L'adunanza aperta legalmente alle ore cinque e mezzo pom., fu chiusa alle sette e mezzo.

SOCJ PRESENTI A QUESTA SESSIONE

R. P. A. Secchi, V. Presidente – Fortunato Prof. Rudel – Ab. O. Astolfi – Contessa E. Fiorini-Mazzanti – Prof. F. S. Provenzali – Monsignor F. Nardi – Prof. M. Azzarelli – Monsignor D. B. Tortolini – B. Boncompagni – Prof. V. Diorio.

OPERE VENUTE IN DONO

1. *Alla memoria di Paolo Savi. Pisa, tipografia dei FF. Nistri* 1871. — *Parole dette sulla tomba nel camposanto urbano di Pisa la sera del dì* 3 *Aprile* 1871, *ed elogio.*
2. *Atti del reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti dal Novembre* 1870 *all'Ottobre* 1871. *Tomo decimosesto, serie terza, Dispensa Quinta. Venezia, presso la Segreteria dell' Istituto nel Palazzo Ducale* 1870-71 *nel Priv. Stabil. Antonelli.*
3. *Mémoires de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux. Tome VI. A Paris chez J.-B. Baillière libraire de l' Académie Impériale de médecine*, ecc. *A Bordeaux chez Chaumas-Gayet, libraire, Cours du Chapeau-Rouge*, 34, 1868.
4. TORTOLINI (Barnaba). — *Sulla teorica di alcune curve pedali, Memoria. Estratto dagli* Atti dell' Accademia Pontificia de' Nuovi Lincei, *Anno XXIV, Sessione II. del* 16 *Aprile* 1871. *Roma, Tipografia delle Scienze Matematiche e Fisiche, Via Lata, N°* 211 *A.* 1871.
5. VORSTERMAN VAN OIJEN (G. A.) — *Quelques arpenteurs hollandais de la fin du XVIme et du commencement du XVIIme siècle et leurs instruments. Extrait du* Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze Matematiche e Fisiche, *Tome III. — Septembre-Octobre* 1870. *Rome, Imprimerie des Sciences Mathématiques et Physiques. Via Lata N°* 211 *A.* 1870.

ATTI
DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA DE'NUOVI LINCEI

SESSIONE VI^a DEL 13 AGOSTO 1871

PRESIDENZA DEL DEL SIG. COMM.^RE PROF. BENEDETTO VIALE PRELA'

MEMORIE E COMUNICAZIONI
DEI SOCI ORDINARI E DEI CORRISPONDENTI.

SULLA DISTRIBUZIONE DELLE PROTUBERANZE INTORNO AL DISCO SOLARE.

TERZA COMUNICAZIONE

DEL P. A. SECCHI.

Nelle prime due comunicazioni ho fatto rilevare la distribuzione singolare che presentano le protuberanze solari intorno al disco; ma non mancai di avvertire la necessità che vi era di continuare le dette osservazioni per vedere se tal distribuzione fosse effetto del caso, ovvero di una causa fisica qualunque.

In conseguenza ha continuato a osservare in tutti i giorni belli, ed ora presento il risultato avuto per una quarta rotazione, che va unito a quelli già dati a pag. 15 nelle tavole A e B. Non occorre aggiungere ulteriore spiegazione, perchè le conclusioni sono le stesse, e in questa rotazione la distribuzione segue pure la legge delle prime. Quindi anzichè fermarmi in ciò passerò ad esporre alcuni altri risultati a cui sono pervenuto nel corso di questo studio, e che mi sembrano di qualche importanza.

Uno è relativa alla circolazione dell'atmosfera solare, l'altro alla distinzione e struttura delle protuberanze.

TAVOLA C.

ROTAZIONE IV. — DAL 16 LUGLIO AL 12 AGOSTO. — RIASSUNTO

		Nord									Sud								
Altezze	da	90°	80	70	60	50	40	30	20	10	0°	10	20	30	40	50	60	70	80
	a	80°	70	60	50	40	30	20	10	0	10°	20	30	40	50	60	70	80	90
Numero		8	15	6	5	10	16	17	20	16	14	15	16	22	14	3	4	17	14
		18	9	4	9	11	12	17	15	14	12	18	18	13	11	2	6	19	12
Somme		26	24	10	14	21	28	34	35	30	26	33	34	35	25	5	10	26	26
Altezze medie		5.0	5.9	3.5	7.0	7.4	6.7	8.3	7.8	5.3	6.6	5.7	6.5	7.3	4.8	4.7	5.0	5.9	5.8
		5.5	5.5	7.0	6.6	6.9	5.7	6.5	5.4	6.9	7.4	7.4	6.7	6.4	7.3	5.0	6.0	7.3	5.5
Medie		5.2	5.7	6.2	6.8	7.1	6.2	7.4	6.6	6.1	7.0	6.5	6.6	6.8	6.0	4.8	5.5	6.6	5.6
Lunghezze																			
Numero		7	15	6	6	9	17	19	20	17	14	15	17	20	12	3	5	16	15
		17	9	2	12	9	12	14	17	11	13	17	18	13	11	2	6	19	12
Somme		24	24	8	18	18	29	33	37	28	27	32	35	33	23	5	11	25	27
Medie lungh.		4.6	5.1	5.3	5.8	6.6	5.8	6.0	6.6	5.8	4.6	4.7	4.5	5.0	3.6	5.0	5.2	5.4	5.1
		5.8	6.0	5.5	5.8	5.3	5.4	6.9	4.4	5.4	6.0	8.4	7.0	5.4	5.6	4.0	4.3	7.1	4.8
Medie		5.2	5.5	5.4	5.8	5.9	5.6	6.4	5.5	5.6	5.3	6.5	5.7	5.2	4.6	4.5	4.7	6.5	4.9
Facole																			
Numero		13	10	5	4	11	18	24	22	11	10	19	25	20	12	9	10	5	2
		0	2	7	6	7	16	25	34	9	10	25	26	23	15	4	4	12	9
Somme		13	12	12	10	18	34	49	46	20	20	44	51	43	27	13	14	17	11

§. 1. *Circolazione dell'Atmosfera solare.*

La continuazione straordinaria del bel tempo, mi ha dato commodo non solo di fissare la posizione delle protuberanze, ma farne accurati disegni, tanto da poter arrivare ad una legge importante sulla loro direzione: legge la quale può condurci ad una teoria dei movimenti atmosferici alla superficie

del Sole. I disegni eseguiti in questo periodo sono presentati all'Accademia, la quale può giudicare dell'entità del lavoro.

Notai già nella comunicazione precedente che un gran numero delle protuberanze nelle medie latitudini, si trovava rivolto ai poli. Era questo un'indizio di una forza comune che le strascinava, e che non poteva esser che una circolazione generale nell'atmosfera solare, in cui nuota l'idrogeno rarefatto. L'esistenza di una tale atmosfera superiore alla cromosfera non è mai stata dubbia per noi fino dai primi studi fatti nelle protuberanze. In alcune pubblicazioni relative all'ecclisse del 22 decembre 1870 fatte dal Sig. Lockyer, questi allega come una scoperta fatta in occasione di questo fenomeno l'esistenza di uno strato idrogenico più freddo, in cui nuotino le protuberanze. Ciò poteva esser un sentimento personale del dotto inglese, il quale sempre si era distinto nel negare altra massa gassosa circondante il Sole fuor che la cromosfera. Noi all'incontro abbiam sempre sostenuta la sentenza opposta, e non potevamo nè anche capire che fosse possibile il contrario, e come quelle masse di forma definita potessero star sospese, e reggersi nel vuoto, e senza un mezzo che le sostenesse.

Ammessa adunque una tale atmosfera, di cui si hanno prove ben numerose, l'ipotesi più semplice che poteva farsi pel caso nostro era supporre nel sole una circolazione che nelle regioni superiori andasse dall'equatore al polo, per ritornare poi forse per le ragioni inferiori all'equatore. Tale ipotesi era suggerita dal fatto che sappiamo esser le regioni equatoriali più calde e più attive delle polari. La controcorrente inferiore però sarebbe per noi impossibile a riconoscere, perchè probabilmente ha luogo nell'interno della massa solare.

Le protuberanze portate da questa circolazione superiore doveano inclinarsi verso i poli nelle medie latitudini; all'equatore doveano esser di direzione incerta, e ai poli non avere nessun trasporto orizzontale. Però siccome non è presumibile che in un corpo sì vasto non esistano cause locali che alterino questa circolazione sì semplice, (poichè ne abbiamo pure su la terra, che alterano la circolazione degli alisei), non era da aspettarsi che la legge si verificasse in tutte le protuberanze. Era dunque da tentare per un esame preventivo fino a che punto si verificasse il trasporto conforme all'ipotesi indicata, e questo mi fu facile l'eseguire sui disegni che ho fatto colla massima cura fin dal momento che sospettai una qualche legge di questa fatta.

Per tener conto esatto della direzione delle protuberanze, senza troppo affaticare l'attenzione, ho apposto all'oculare un piccolo indice che si gira esteriormente sull'oculare, e si mette in modo che guardi sempre la parte che è

da fare nel perimetro solare che si sta disegnando. Così non è possibile sbagliare, il che sarebbe facilissimo nel nostro spettroscopio a prismi angolari, e munito inoltre di un oculare diagonale a specchio.

Presi pertanto ad esaminare i disegni degli ultimi quaranta giorni che sono quelli che meritano più fiducia sotto questo riguardo, e distinsi la massa delle protuberanze in tre classi.

1.° Quelle che ubbidivano alla legge enunciata, che contrassegnai nel catalogo con un +.

2.° Quelle che erano in opposizione con questa legge, che contrassegnai con un −.

3.° Quelle che erano indifferenti, ma erano di una certa importanza perchè le loro posizioni stavano o ai poli o all'equatore, ove non potevano dare direzione definitiva di trasporto, e le notai con un ±.

Siccome era poco probabile che le regioni limiti di questi movimenti coincidessero cogli elementi geometrici di rotazione del Sole, così era da aspettarsi, che partendo dall'equatore geometrico si avrebbero delle eccezioni, ma in questo primo studio non poteva farsi altro, che partir dalla ipotesi più semplice, e perciò a questa mi attenni, lasciando al risultato stesso il far conoscere quanta fosse esatta la supposizione.

Il risultato finale delle 643 protuberanze esaminate è stato questo:

Protuberanze conformi alla legge . . .	403
Protuberanze discordanti	138
Protuberanze incerte situate specialmente presso i poli	102

Il rapporto che passa tra le conformi e le discordanti è : : 2,92 a 1,00; ossia in numeri tondi come 3 : 1. Se volessimo prender per favorevoli all' ipotesi tutte quelle de'poli che non avendo trasporto sono in realtà conformi, dovremmo assumerne dalla 3ª classe altre 60, e aggiungerle al primo numero, e così i casi favorevoli salirebbero a 463.

Ma per valutare a dovere il merito di questo risultato, che per sè è già abbastanza chiaro, fa mestieri fare alcune osservazioni.

1.° Primieramente dalle figure risulta che il gran *vortice*, per così chiamarlo, che inviluppa il Sole, non è concentrico all' asse di rotazione della massa, talchè il polo di rotazione geometrico si trova ora a destra, ora a sinistra delle protuberanze verticali, che devono coincidere coll'asse del vortice. Noi non abbiamo tenuto conto di questa particolarità, ma abbiamo riferito tutto al polo geometrico, il che fa comparire più numerose le eccezioni.

2.° Un'altra irregolarità deriva dal non essere l'attività solare eguale attualmente in ambedue gli emisferi, onde accade che l'emisfero più attivo strascina la circolazione al di là del limite equatoriale, come accade appunto pei *venti alisei*, e perciò l'equatore geometrico non divide per mezzo le direzioni delle protuberanze.

3.° Finalmente la presenza delle macchie altera notabilmente questa circolazione, e vi produce notabili sconcerti ed eccezioni. Le protuberanze che nascono nelle regioni di queste ora sono convergenti, ora divergenti dal centro della macchia, ma per lo più ve ne sono molte dirette a due a due in senso opposto. Onde è che queste in media si elidono, e di tali casi molti li abbiamo tralasciati, perchè evidentemente non facevano all'uopo nostro. Quando però in un gruppo considerabile di protuberanze ancorchè fossero tra loro confuse ed opposte vi era una direzione dominante, ne abbiamo tenuto conto.

Non è certamente ancora giunto il tempo da tenere a calcolo tutte queste eccezioni, e anche per assicurarsi se questa legge è costante bisognerà continuare assai le ricerche, il che io mi propongo di fare, ma intanto faccio avvertire che questa riflessioni invece di diminuire servono ad aumentare la probabilità dell'ipotesi assunta.

Ma perchè ciò possa riuscire per l'avvenire più agevole è mestieri che si stabilisca una qualche classificazione delle protuberanze più esatta di quelle fatte finora per intenderci nelle descrizioni, e per evitare le controversie. Non è un assunto facile il far questa classificazione, che deve esser frutto di uno studio completo, e lungo assai, onde solo sul momento intendo di darne un saggio, riserbando a tornarvi sopra forse più d'una volta.

§. 2. *Classificazione delle protuberanze.*

Varie volte ho parlato delle diversità che incontransi nelle protoberanze, le quali mi sono sempre sembrate suscettibili di una certa classificazione. La più ovvia è quella de'getti e nubi, ma tanto fra le prime quanto le seconde vi sono tante diversità che necessita stabilire delle distinzioni. Gli osservatori che si sono occupati delle protuberanze finora hanno fatto più attenzione all'analisi chimico–spettroscopica, che alle forme loro particolari, le quali pure sono assai interessanti. Di queste sole ora intendo parlare. Cominciando dalla Cromosfera. Mi prevarrò in queste descrizioni di parecchie riflessioni nate da una discussione su questa materia avuta col sig. prof. Tacchini astronomo di Palermo in occasione che abbiamo fatto insieme una lunga serie di

osservazioni contemporanee, e poscia confrontate sulle figure. Meritano singolarmente attenzione quelle fatte dal 1.° al 13 luglio del corrente anno, di cui egli farà quanto prima la pubblicazione.

Cromosfera. Questa si presenta sotto quattro aspetti ben distinti.

a) Il primo è quello di uno strato terminato in modo netto e deciso, come sarebbe la superficie di un liquido. Essa fa contrasto col fondo scuro della riga C, e solo può notarsi una piccola diminuzione di luce all'orlo estremo. Questo aspetto però non è punto frequente, e si osserva per lo più presso ai poli. La terminazione liscia talora può esser effetto di aria cattiva, e bisogna cautelarsi sotto questo riguardo.

b) Spesso assai però la cromosfera è fornita come di piccoli filamenti inclinati simili a peli lucidi diretti tutti parallelamente; essa rassomiglia a un prato in cui i fili d'erba sieno tutti rivolti allo stesso senso (fig. 2). Questa struttura è visibile spesso nelle medie latitudini ove i fili sembrano trasportati dalla corrente superiore, ma non sempre questi sono in una direzione identica a quella delle protuberanze. Talora i fili vanno per un pezzo in una direzione, e poi cambiano improvvisamente. Che ciò non sia illusione si ricava da varii esempi verificatisi contemporaneamente nella prefata serie.

c) Talora, e specialmente nelle vicinanze delle protuberanze, la cromosfera si trova diffusa in modo che è difficile assegnare dove essa termina, e pare realmente che tutto il campo sopra essa sia vivamente illuminato (fig. 3). Per rilevare questa struttura occorre un aria assai limpida e serena, altrimenti le nubi assorbono tutto.

d) L'aspetto ordinario della cromosfera è di esser terminata sia da piccoli cumuli (fig. 4), sia da minutissime fiammelle (fig. 5). Queste non sono che protuberanze rudimentari, e sono più copiose in que'punti dell'orlo solare a cui arrivano le granulazioni, o marmoreggiature della superficie solare, talchè è palese una relazione tra queste facolette e questo stato di cromosfera.

Si potrebbero distinguere questi stati della cromosfera coi nomi di piatta fig. 1, filamentosa fig. 2, sfumata fig. 3, scabra fig. 4, e fiammeggiante fig. 5. La Cromosfera và dai 5 agli 8 secondi. Rare volte sale ai 10 e ai 15, salvo che nelle vicinanze delle macchie, e allora si entra nel dominio delle protuberanze.

Protuberanze. Le protuberanze sono di quattro specie, *ammassi*, *getti*, *pennacchi* e *nubi*.

Gli *ammassi* sono di due specie, gli uni sono elevazioni in forma di monticelli (fig. 6), forniti di una luce viva, nell'interno de'quali non si scorge nes-

suna organizzazione relativa alla distribuzione della materia. Al loro contorno sono, o sfumati, o forniti di filamenti, o paiono talora inviluppati da una nebulosità : essi sembrano semplici elevazioni della parte più viva della cromosfera, e non superano i 15 ai 20″ in altezza sopra il livello ordinario della cromosfera. Le forme sono variabili, ma con tendenza al tondeggiante e rotondo.

Allorchè sono molto esagerate rassomigliano ai *cumuli* della nostra atmosfera (fig. 7), e partecipano spesso a tutti i capricci di queste forme piegandosi in modo da parer trasportati da una corrente. Sono piuttosto frequenti nelle vicinanze delle macchie, ma non sono di lunga durata. Molti di questi *cumuli* sono veri getti o pennacchi inviluppati di grande e viva nebulosità. I primi (fig. 6) li direi semplicemente *ammassi* o *masse lucide*, e i secondi (fig. 7) li direi *ammassi cumuliformi*.

Una classe di nubi assai remarchevoli è quella che si forma alla sommità dei getti e dei pennacchi (fig. 8 e 9), che pare risultare dalla diffusione delle masse componenti la parte inferiore, e formano un fondo come il nostro cielo a *pecorelle*. Potremo per analogia chiamarle *cirriformi*. Sembra che le masse arrivate a certa altezza incontrino una regione di diversa temperatura che ne distrugge la forma filosa, e le trasforma in nebulare.

Getti. Ma la più grande parte delle protuberanze si compone di getti e di pennacchi. La distinzione tra queste due forme non è sempre ben decisa, potendosi un getto trasformare in pennacchio, e dipendendo spesso la distinzione da accessorii di non facile apprezzazione. Tuttavia dagli esempi si farà manifesta la separazione. Il carattere fondamentale de'getti è 1.° di avere una luce vivissima; 2.° di esser di poca durata, e 3.° del trovarsi ordinariamente nella vicinanza delle macchie, o almeno nella regione loro, mentre i pennacchi si trovano dapertutto.

La figura 10 mostra alcune di queste forme, che talora non è raro trovar tutte riunite in piccolo spazio. Alcune sono come punte triangolari simili a *coni* o *raggi* che vi si dipingono attorno alle teste di certe divinità. La fig. 11 ne mostra un caso in grandi proporzioni, il più lungo de'quali si sviluppò fino alla lunghezza di 140″ in meno di 4 minuti (1 giugno). Più spesso sono in forma di *fiamme*, o *lingue* oblique, curve, divergenti, come nella fig. 12, e non è raro il caso che una forma succeda all'altra (come fu effettivamente nel caso presente in meno di 20 minuti di tempo), però queste forme non succedonsi in modo che una si trasformi nell'altra, ma in generale estinguesi prima una, e poi sottentra l'altra immediatamente.

Ma la forma più comune è quella di veri getti che sollevatisi a una certa

altezza, ricascano in forma di graziosissime parabole, imitando le scappate de' razzi ne'fuochi artificiali. La delicatezza di queste forme, la loro eleganza è tale, che spesso dispiace di abbandonarne la contemplazione: sì vago e attraente è il loro aspetto. Ma esse durano poco. Un esempio bello si ha nella fig. 13, dove uno è un cono vivissimo leggermente ripiegato con molta grazia, l'altro è un cono simile che ha intorno una bella pioggia di queste parabole. Quelle della fig. 10 sono i casi più frequenti in cui manca la simmetria. Sono questi getti formati in generale di filamenti vivissimi. Alla base e nel tronco si vedono varie righe spettrali rovesciate oltre quelle dell'idrogeno, e frequente è il magnesio, il ferro e il sodio, onde realmente sono composti di fotosfera sollevata in alto. Rarissime volte sono sormontati da nube, salvo il caso che la materia stessa vivamente lucida resti un poco sospesa. Il fondo su cui si proiettano è assai vivo, e i fili luminosi si distinguono anche nella riga D3. L'estrema loro vivacità e variabilità di forme può dirsi il carattere più distintivo che le separa dai semplici pennacchi con cui spesso nelle forme si confondono. La struttura de'loro rami richiama alla mente piuttosto la struttura ramificata delle palme anzichè quella degli alberi comuni, essendochè la loro chioma si diffonde in più versi da un ceppo solo. Per lo più però è inclinata da un lato. Rare volte questi getti sollevati con straordinaria violenza giungono ad altezza superiore a 2 minuti, e in tal caso la loro parte superiore si trova ridotta a veri pennacchi, e la sommità della cima a nubi cirriformi (fig. 14).

La loro direzione talvolta alla base è in un senso e in alto e in un altro, e ciò manifestamente per delle potenti correnti, che trasportano la parte superiore in senso opposto alla direzione della base, e l'andamento loro generale spesso ha la forma evidente di spirale.

Nel senso orizzontale i getti non occupano mai una grande estensione, nè sono mai congiunti o legati insieme in gran numero. Egli è in questi getti che si trova abitualmente la variazione di refrangibilità, che si manifesta con uno spostamento delle righe spettrali, o ancora con una diffusione da un lato o dall'altro della riga centrale normale. In fatti questa massa non può mai esser tutta animata da velocità comune eguale, ma deve esser lanciata quale in una direzione quale in un altra, onde pel suo movimento la refrangibilità deve variare nei diversi punti. Di là deve provenire il curioso fenomeno del raddoppiamento della riga C e del suo allargamento. Fenomeno spesso fugace assai, e che si sarebbe tentato di crederlo difetto di precisione nella focalità dello strumento. Anche l'imagine diretta della protuberanza diventa confusa

all'orlo, e tradisce questa variazione di refrangibilità. Questo fenomeno l'ho veduto moltissime volte, e non può attribuirsi, come taluno ha creduto, ed io stesso da principio, al moto dell'aria nostra, o ad ottica illusione. Anche il sig. Tacchini lo ha osservato con istrumento tutto diverso dal nostro.

I movimenti del resto in questi getti sono sì grandi, che possono misurarsi anche senza la variazione di refrangibilità. Così il gran raggio della fig. 11 giunse alla lunghezza di 2′ 20″ in poco più di 4 minuti di tempo. Ma su queste cose altri ha già scritto abbastanza, e non è qui luogo da diffondersi. Solo ho voluto avvertire questo, che la variazione di refrangibilità non si manifesta solamente nel trasporto della riga centrale, il che è caso piuttosto raro, ma si manifesta anche nella diffusione generale della riga, e nell'apparizione a piccolissima distanza di una seconda riga fina. L'intervallo nero tra le due potrebbe benissimo esser effetto di assorbimento della massa idrogenica interposta tra l'osservatore e la protuberanza. Vi ritorneremo sopra.

In francese questi bei fenomeni possono dirsi *gerbes*, in italiano bisogna esser contenti del titolo di *getti*.

Pare che vi sia un'altezza definita, a cui la materia eruttata non può sollevarsi senza perdere la sua luce e la sua vivacità, onde è che in generale essi sono piuttosto bassi, e se arrivano a certa altezza allora si trasformano come dissi.

L'apparire delle protuberanze di questa specie è l'indizio più sicuro, benchè non infallibile, che una macchia sta per ispuntare sull'orizzonte solare. In generale essi sono sulle facole vive, e specialmente su quelle che coronano le macchie. Su ciò nulla abbiamo da ritrattare a quanto dicemmo l'anno scorso, malgrado le opposizioni fatteci. La lunga durata delle nostre osservazioni, in cui abbiamo fatto attenzione speciale a questo punto, ci ha confermato quanto dicemmo allora, e ci sarebbe facile una statistica numerica delle coincidenze. Questo è stato pure confermato dal Tacchini.

Pennacchi. La seconda specie di protuberanze è quella che io chiamo *pennacchi*, e si distingue dalle precedenti per non aver mai quella luce sì viva, per la più lunga durata, e persistenza di forme, per la loro terminazione sempre un pò sfumata ai lati, e spesso terminata in cima in prolungamento nebuloso cirriforme e per avere in generale un aspetto più tranquillo.

Le forme sono variabili all'infinito. Noi le distingueremo in semplici e composte: il carattere loro comune è di essere a struttura filamentosa.

Alcune sono a forma di fiamma incurvata (fig. 15 *a*), avente larga base, talora sono diritte (ib. *c*), talora ripiegate in doppio senso (fig. 16) per un rial-

zamento alla punta. In parecchi casi imitano le forme di palma, o de'getti inclinati (fig. 17). Una forma abbastanza comune è la *b* (fig. 15) avente una stretta base, e una larga chioma o capillizio, terminato da inviluppo nebuloso a modo di *fiore*.

Queste figure semplici talora sono attraversate da nubi (fig. 9), o accidentalmente su di esse projettate, o nate dalla loro ramificazione e dissoluzione. Esse arrivano a notabili altezze, ma se sono isolate non giungono mai ad altezze molto considerabili senza trasformarsi in nubi, che manifestamente sono strascinate da una violenta corrente. Talora la nube si ripiega in basso cascando come pioggia (ib. *c*). L'inclinazione de'fili è possibile sotto tutti gli angoli: sul polo però dominano le direzioni perpendicolari, come vedesi (fig. 24). In generale rassomigliano a vari mazzetti di peli, o piuttosto a baffi, o ciocche di capelli leggermente torti insieme. Alla base essi sono per lo più perpendicolari all'orlo del disco, e si cominciano a piegare giunti che sono a certa altezza ove risentono la forza della corrente, e talora se sono inclinati si rovesciano affatto in direzione.

Ma i fenomeni più interessanti si hanno nelle forme composte.

Queste possono unirsi a due a due o in senso divergente (fig. 18 *a*), o convergente (ib. *c*), o appaiati sotto inclinazione diversa *b*. È frequentissimo il vedere le due sommità fondersi in una sola lasciando sotto come una capanna, in cui spesso è un getto più basso. Si direbbe, dalla frequenza di questi casi, esservi quasi attrazione tra un getto e l'altro. Molte volte la cima acuta svanisce e resta un semplice arco posato sulle due basi.

Per molti dettagli l'influenza atmosferica è sensibilissima, e vi è enorme differenza in essi dall'osservazione fatta in estate e in inverno, in aria quieta e in aria agitata, oltre poi il merito degli strumenti. Quando i centri da cui emanano i pennacchi sono molti e vicini, nasce spesso una gran confusione. Per intenderne la struttura giova studiare prima le forme meno complicate. Così la fig. 8 (osservata ai 9 luglio 1871) è composta di 3 grandi pennacchi elementari che si dividono a modo di palme, e lasciano gli intervalli oscuri *m* ed *n* come occhi neri visti sul fondo della riga C. Molti baffi, isolati, e sottili danno la forma 19 costituita da numerosi archi incrociati, e la 20 è dello stesso tipo, più complicata per la divisione da' rami che succede a certa altezza. Qualche arco talora è semplice, e si vede spuntare sull'orlo del Sole, per la sommità sola, restando le basi nascoste dietro all'orlo (fig. 21 *c*).

Molte volte non è facile riconoscere la struttura elementare delle masse più

complicate. Tal è p. e. quella della fig. 22 che al primo aspetto si prende per una massa nebulosa fornita di fori a forma di grotte, o aperture ovoidali. Queste forme nascono primieramente dai getti elementari che si incrociano, e al loro incontro le nebulosità confondendosi, sia per mescolanza, sia per sovraposizione, rendono gli angoli degli archi indistinti, e rotondati, talchè da trapezi o triangoli irregolari si trasformano in figure ovali. Tale fenomeno accade quando la nebulosità che circonda i getti è assai densa. Può anche nascere da cattiva definizione dello strumento, o da mala condizione dell'aria nostra atmosferica e perciò molti particolari posson esser soggetti di controversia tra gli osservatori. La maniera di disegnarle è in queste assai influente sul loro concetto. Chi si contenta di farne solo i contorni difficilmente riesce a fare cose intelligibili al primo aspetto, onde è mestieri farne i disegni in modo che essi riproducano le forme interne filari quanto più è possibile. Ma ciò non è sempre facile, e richiede non poco tempo, durante il quale la massa varia grandemente.

Queste masse talora sono estesissime. Nel luglio del corrente anno 1871 ne ho osservato alcune che aveano da 40° in latitudine e più di 60 in longitudine eliocentrica, e si alzavano a 4 minuti d'arco in altezza, ossia 13 in 14 diametri terrestri. È evidente che arrivando le masse a tanta altezza una projettar si deve sull'altra, e nascerne una indescrivibile confusione quando sono numerose.

Nubi. L'ultima categoria, ma assai importante per la teoria è quella delle nubi. Molte di queste non sono che il residuo de'pennacchi restato sospeso in alto dopo aver cessato di essere alimentato alla base (fig. 23), e per queste non vi può cadere difficoltà sulla spiegazione. Ma importante assai è la classe di certe masse brillanti isolate, che esse stesse diventano centri di diffusione filamentosa in diverse direzioni, generalmente verso l'alto; ma non manca il caso che anche tal diffusione o radiazione si faccia anche verso il basso. Ne sono bella prova la fig. 21 ove un piccolo centro brillante manda fuori 4 bei pennacchi curvilinei, e meglio la fig. 25 (7 settembre 1871, alta 160″), ove una massa più compatta si vede lanciare molti filamenti, e finalmente la bellissima fig. 26 (del 24 luglio 1871), che pareva una massa di cromosfera assai lunga su cui si elevassero getti filamentosi.

Molte di queste nubi sono talora estesissime, e si diffondono per parecchi gradi, ma risultano per lo più dal trasporto delle masse de'getti e de'pennacchi a grandissime distanze. Le forme loro sono variabili come le forme delle nostre nubi, ma il loro carattere distintivo è di essere sfilacciate agli orli e frastagliate in tenuissimi filamenti.

§. 3. *Considerazioni diverse.*

Le forme che abbiamo descritte eccitano naturalmente la voglia di specolare sulla loro origine e modo di produzione. Non crediamo però che sia ancora arrivato il tempo da dare una definitiva risposta sulla teoria della loro formazione, ma nulla impedisce che possiamo almeno accennare ad alcune ipotesi con cui esse non sono conciliabili.

L'idea di un eruzione si impone necessariamente in certi casi, e parlando della classe de'getti, pare che tale origine non si possa negare. Ma ci sembra irragionevole l'assegnare a tutte le protuberanze questa stessa origine. Abbiamo infatti veduto ultimamente che delle masse filose e ramificate si staccano da semplici nubi sospese in alto nell' atmosfera solare. Ora è manifesto che quì non si può invocare uno strato liquido o solido da cui muovano questi pennacchi, nè che il gas esca da fori esistenti in un tale strato. Quindi è manifesto che non possono prendersi le altezze delle protuberanze per misura *della forza di projezione*, nè della tensione dei gas o della pressione che essi sostengono nell'interno del corpo solare, come ha fatto il sig. Zoellner; e così verrebbe a mancare uno degli argomenti che portano i fautori della superficie solare liquida, che appunto desumesi da questi getti.

Per noi la struttura di questi pennacchi non ha somiglianza con altro oggetto che con quelle masse di cirri leggeri che talora vedonsi trasportate con grande velocità da una corrente di vento impetuosa, come quando si scatena una improvvisa e violenta tramontana, allorchè il cielo è coperto di cirri, cui il vento trasporta e attorciglia in mille guise, talchè sempre ivi domina la struttura filamentosa. Queste nubi sono sfilacciate e dette dai marini americani *Horse tails* (cioè code di cavallo). La forza quindi che produce il sollevamento del gas può dunque esser assai debole, cioè la semplice forza ascenzionale dovuta alla temperatura locale più o men forte, e il resto sarebbe una conseguenza de'trasporti dovuti al moto dalle correnti impetuose che dominano nelle regioni superiori solari, che le spanderebbero e stirerebbero in varii sensi.

Tutto questo finisce di provare quanto noi abbiamo sempre asserito che cioè la cromosfera non è il limite estremo dell' atmosfera solare. Le ultime ecclissi han confermato che vi è un altro inviluppo più alto e più tenue che dà la riga 1474 di Kirchoff, ma è incerto ancora a che gas appartenga. Siccome la cromosfera oltre l'idrogeno contiene anche la sostanza della riga D_3, che alcuni chiamar proposero *Helium*, non è impossibile certamente che con essa e sopra essa siavi un altra sostanza anche più leggera dell'idrogeno stesso.

Intorno a queste nubi raggianti e così spennacchiate può farsi una domanda: Si formano esse unicamente dalle masse de'getti restate sospese dopo cessata l'emissione dal basso, ovvero si formano esse assolutamente nell'atmosfera, come da noi le nubi, per un condensamento e un passaggio di stato della materia atmosferica senza ricevere nulla dalla parte inferiore? Finora nulla possiamo rispondere, non essendosi abbastanza osservata la *genesi* di queste nubi. *Finora* pare più probabile la prima ipotesi. Ma è da studiare assai questa materia perchè è più importante teoricamente di quello che non pare.

La differenza capitale che trovasi tra le fiamme vicine alle macchie e quelle sparse sul resto della superficie solare, nella vivacità della luce e nella composizione chimica, è di grande importanza per la teoria solare, mostrando con ciò che in certi casi l'azione proviene da notabile profondità.

Non è possibile che una massa qualunque si sollevi dall'interno del globo solare senza spostare il livello superiore della fotosfera, e quindi quello strato di vapori assorbenti a cui sono dovute le righe Fraunhoferiane. Questi vapori così sollevati sono quelli che danno le righe invertite, le quali rare volte si trovano a notabile altezza, essendo sempre assai basse. Questo strato sarebbe quello scoperto già da noi col metodo spettroscopico ordinario e poi da Young nell'ecclisse ultima in Ispagna. È cosa molto singolare che il sig. Janssen toccando questa questione non si mostri informato affatto dell' importante osservazione del sig. Young (1). Da questa risulta veramente che questo strato è assai basso, ma questo deve intendersi nella scala propria del sole, cioè che deve esser limitato a qualche centinaio di chilometri.

Parecchi fisici han detto che esso deve esser bassissimo perchè non si vedono le righe di Fraunhofer cambiare in larghezza dal centro all' orlo del disco (2). Ciò non è del tutto esatto. Noi fino dal 1869 mostrammo che vi era presso l'orlo una dilatazione sensibile e un infoscamento nelle righe. Che se questo infoscamento non diviene tanto forte quanto si potrebbe aspettare, ciò può derivare dal rovesciamento parziale che appunto ivi ha luogo, onde una linea che dovrebbe apparire più nera all'orlo che al centro, può restare inalterata, perchè ivi la luce diretta compensa una parte dell'assorbimento. Ciò è manifesto nelle righe dell'idrogeno che presso all'orlo sono anzi meno larghe e perfino talora invertite.

Del resto non si pretende che lo strato assorbente sia alto quanto tutta l' atmosfera solare come sembra che da principio ammettesse il Kirchhoff e

(1) C. Rendus Tom. LXXIII, p. 434.
(2) C. Rendus Tom. LXXIII, p. 334.

già fin d'allora notammo che una piccola spessezza era sufficiente per rovesciare le righe, portando in mezzo l'esempio della sperienza di Foucault, in cui pochi centimetri di vapor di sodio bastano a rovesciare lo spettro de'carboni elettrici, ed era noto il rovesciamento ottenuto da Kirchhoff con un semplice tubetto pieno di vapore sodico. Ora il sig. Cornu stesso ci pare che abbia ragionevolmente esteso ad altri metalli numerosi questo principio, appoggiandosi alla duplicazione apparente di alcune strie ottenuta colla scintilla elettrica. Però ci pare che esso siasi troppo spinto nel negare ogni *anche sottilissima* atmosfera continua, per sostituirvi poi un assorbimento locale: e non avverte, che siccome questa località trovasi dappertutto, così ne nasce quel vero strato continuo che esso rifiuta di ammettere.

Il modo però di rovesciamento osservato dal sig. Cornu ci spiana la via all'intelligenza di alcuni fenomeni solari. È un fatto ben noto che quando si rovesciano le righe spettrali sul sole, la linea lucida apparisce come un filetto tenuissimo dentro la riga nera lasciando a destra e a sinistra due filetti neri sottilissimi. Per converso deve accadere che quando una linea luminosa proviene da una massa assai profonda, possa essa apparire come divisa in due da una nera fina per l'assorbimento che patisce la luce centrale nell'attraversare una parte della materia esteriore meno calda. Questo ci porge la chiave con cui si può spiegare la frequente apparizione di una riga luminosa accanto alla *C* finissima, fenomeno che si vede tutte le volte che vi è una grande dilatazione della *C* stessa per variazione di refrangibilità proveniente dal moto proprio delle masse eruttate. Questa dilatazione può derivare dalla temperatura e dalla pressione, ma più dal cambiamento di refrangibilità. Quest'ultima causa può produrre bensì un trasporto di tutta la riga, ma d'ordinario deve limitarsi ad una semplice dilatazione, perchè è naturale che non tutta la massa sia lanciata con eguale velocità, e i raggi partiti dalla più veloce potranno spostarsi più di quelli della meno celere. Quindi ne viene una dilatazione. L'assorbimento poi del gas più freddo circostante potrà produrre su questa riga dilatata una riga nera di assorbimento, e così far comparire la riga lucida della cromosfera raddoppiata.

La classificazione delle protuberanze esposta di sopra poteva esser sospetta per ciò che le osservazioni erano fatte da un solo individuo. A fine pertanto di vedere fino a qual punto si possa fidare sui disegni abituali fatti da diversi osservatori, dopo varie corrispondenze tenute col ch. astronomo di Palermo il sig. Tacchini, accettai la sua proposta di fare una serie di osservazioni contemporanee a Roma mentre esso le faceva a Palermo. Questo lavoro

si eseguì dall'1 al 13 luglio con favorevoli circostanze atmosferiche e con eccellenti fenomeni solari. Le condizioni erano le più opportune che potessero desiderarsi, perchè i due osservatorii hanno un equatoriale di identica dimensione e bontà, un clima buono e bello in ambedue le stazioni; la stagione fu eminentemente favorevole non essendo mancato che un giorno di osservazione. Gli spettroscopi soli erano alquanto diversi quello di Palermo essendo a visione diretta ed il mio angolare; e il primo avendo un ingrandimento e dispersione maggiore del mio. Questa differenza dovea tenersi a calcolo e per ciò si doveano fare delle osservazioni comparative, applicando al medesimo refrattore i due spettroscopi: questi confronti furono ultimamente eseguiti in Roma.

I risultati che si ebbero da questi confronti saranno esposti altrove per minuto: qui basta dire, 1.° che tutte le masse delle protuberanze vedute in un sito lo furono pure nell'altro, e anche le particolarità più minute della cromosfera ogni qualvolta erano di tale natura da fissare l'attenzione, come l'altezza, la direzione dei fili, la struttura dell'orlo superiore, ecc. 2.° Le altezze, le larghezze, le posizioni e la qualità delle protuberanze, cioè se filose, nebulose, o a fori, ecc. furono trovate identiche malgrado i metodi diversi usati nelle misure, e la diversità di stile nel disegno; quello del Tacchini essendo a contorno, e il mio a ombra.

3.° Le diversità erano solo in alcuni dettagli di second'ordine, ma si constatò che erano minime in quel caso in cui l'osservazione era strettamente contemporanea o quasi tale, ma le differenze erano più sensibili quando eravi diversità de'tempi: cosa già da aspettarsi e confermata più volte coll'effettiva mutazione osservata in due tempi diversi nello stesso osservatorio.

Da ciò risulta che con istrumenti eguali si vede lo stesso da tutti.

La miglior perfezione degli spettroscopi si rileva nei dettagli della cromosfera e nei contorni di piccoli oggetti, ma per le masse principali questo elemento è senza influenza, e l'abitudine di un occhio esercitato a un ingrandimento più piccolo può supplire nel rilevare i dettagli a un ingrandimento maggiore, qualora specialmente si abbia cura di fare i disegni principali in iscala assai grande. Lo strumento in genere ha influenza su quelle particolarità che sono anche più influenzate dallo stato dell'aria atmosferica durante le osservazioni.

Da ciò risulta che le suindicate classificazioni potranno servire di norma agli osservatori, e che così potrà dividersi il faticoso lavoro fra varie persone, colla sicurezza che si potrà fare con precisione la storia delle mutazioni dell'astro e ridurla a leggi.

TAVOLA I. (*Continua*)

POSIZIONE, ALTEZZA, LARGHEZZA E CARATTERI DELLE PROTUBERANZE E DELLE FACOLE

POSIZIONE	ALT.	LAR.	CARATTERE E NOTE
27 Giugno (manca)			Tempo cattivo
28 Giugno			Da 8h 35m a 9h 40m
17	8	5	getto con nube
22	6	3	getto piccolo
59	12	12	nube vasta ad archi con 4 colonne
93	10	7	due getti congiunti con arco
107	5	6	nubi basse
120	5	10	idem
130	16	13	gran getto obliquo debole verso il polo
180	6	13	nubi basse frastagliate
191	4	3	piccole nubi
202	8	5	nube alta viva al limite, ecc.
227	9	3	getto vivo, storto
236	7	5	due getti congiunti con arco
246	6	10	cromosfera alta con piccole nubi
266	5	3	piccolo getto
282	4	5	nube bassa
290	5	5	idem
298	8	3	getto alto vivo
314	12	8	gruppo di alberi e getti (bouquet)
350	7	5	nube filamentosa
Limiti	N. = 8°		Facole da 37 a 60
	S. 157		78 a 86
	S. 198		97 a 127
	N. 323		242 a 260
			278 a 288
29 Giugno			Da 9h ant. a 10h 10m
11	5	6	nube leggera
15	4	2	piccolo cumulo
24	8	6	bella massa di nubi a filamenti
65 a 86	10	21	massa spettacolosa di nubi e complicatissima. Massimo a 80°
a 80	12	...	
97	10	6	due grandi e viviss. getti cong. con arco
108	10	8	nubi leggere
116	13	6	due getti con nube altissima
127	10	10	getti e nubi cellulari
161	7	6	nube al limite S.
183	5	5	nube al polo
195	6	8	nube dispersa
210	5	7	cromosfera alta al limite
247	6	3	piccola nube e getto
255	11	2	getto obliquo alto, leggero verso l'Eq.
268	8	9	gruppo di getti obliqui vivi
275	5	2	piccolo getto vivo
286	6	3	idem
293	7	5	piccoli getti e nubi
311	8	6	massa filamentosa
343	8	6	cumulo debole
Limiti	N. 18		Facole da 96 a 107
	S. 161		116 a 136
	S. 207		207 a 212
	N. 330		244 a 256
	Prom.° 344		291 a 298
30 Giugno			Da 8h 35m a 9h 50m
10	8	6	cumulo debole a filamenti
25	4	10	cromosfera sfrangiata all'orlo
50	10	8	getti fini obliqui
56	7	4	idem
89	6	4	cumulo
96	7	6	cumulo filamentoso
103	10	5	getto vivo mobilissimo curvo. 2 figure
108	7	6	ammasso di getti fini
Segue 30 Giugno			
124	10	8	getti fini obliqui filari
133	5	6	crom. alta sfilata
152	6	5	piccola nube
160	6	4	idem
170	5	2	idem
202	8	10	nube debole a filamenti : al limite
237	4	10	crom. sfrangiata
274	4	20	idem
302	5	4	piccolo cumulo (poca roba da questo lato)
Limiti	18 N.		Facole da 39 a 46
	154 S.		49 a 55
	206 S.		65 a 69
	337 N.		101 a 110
			119 a 130
			205 a 214
			240 a 263
			291 a 298
1 Luglio			Da 8h 25m a 9h 45m
7	6	6	nube debole
17	5	3	due getti
47	8	5	id. congiunti, fasci di fili obl. verso il polo
67	5	4	cumulo basso sfrangiato
79	5	10	fiamme vive acute mobili (prec. la macchia)
95	8	10	gr. massa lucida di fiamme e getti sfrang.
107	8	10	altra massa simile alla prec. ma più bella
127	11	4	getto alto vivo di filamenti
132	6	5	altro simile (non uniti)
160	8	5	nube a filetti leggeri
195	6	15	catena di picc. getti e nubi al limite
213	6	3	piccoli getti vivi, macchiette
264	7	6	due getti uniti con un arco
291	4	10	piccoli getti avanti alla macchia
307	5	3	piccoli getti filamentosi
347	8	5	nube di filamenti
Limiti	15 N.		Facole da 35 a 43
	154 S.		60 a 83
	195 S.		103 a 121
	328 N.		127 a 138
Prom. a 346 alla nube			230 a 257
			275 a 313
2 Luglio			Da 8h 50m a 10h 10m
14	8	7	Nubi con fili e getti bellissimi
40	6	3	piccolo getto a nube
49	8	7	due getti a filamenti
59	6	4	idem
69	5	10	crom. viva sfrangiata
81	8	5	getti lin. vivi mob. sulla macc. Due fig.
94	5	3	idem
104	7	4	getto a due teste
117	6	5	getto obliquo a filamenti
132	8	4	gruppo di getti divergenti delicati
159	7	5	nube intrigata al limite
180	4	5	bassi getti polari
196	8	6	due getti congiunti
218	10	11	magnif. gruppo cellul. da 3 getti
276	8	7	due getti mezzani
299	5	2	due getti filosi bellissimi
304	8	3	idem
Limiti	14 N.		Facole da 57 a 91
	156 S.		97 a 117
	201 S.		150 a 159
	328 N.		242 a 261
			275 a 284

TAVOLA I. (*Continua*)

POSIZIONE, ALTEZZA, LARGHEZZA E CARATTERI DELLE PROTUBERANZE E DELLE FACOLE

POSIZIONE	ALT.	LAR.	CARATTERE E NOTE
3 Luglio			Da 8h 7m ant. a 9h 56m (Aria cattiva)
11	8	5	getti a filamenti decisi
35	12	3	g. v. da cui parte una nube lun. 8°, alta assai
42	5	2	piccolo getto
57	5	4	gruppetto di getti
75	6	4	gruppo di fili e getti vivi
82	10	6	altro più alto e lungo
97	8	7	getto vivo a due cime divergenti
107	8	8	3 g. v. un. in cima, con n. estesa ver. il polo
128	4	8	piccolissimi getti
158	6	6	due getti obl. vivi, congiunti in alto
192	6	5	due getti piccoli vivi obliqui
242	5	3	cumulo vivo
250	8	3	2 getti a fungo con cappello alto
270	6	5	getti a filamenti inclinati
300	7	2	getto con coda ripiegata lunga 5°

Limiti Z. pol.. N. 13 — Facole da 53 a 87
S. 155 — 103 a 121
S. 207 — 237 a 260
N. 330 — 271 a 275
277 a 283
287 a 292
297 a 308

4 Luglio			Da 8h 25m a 9h 50m
12	5	10	tre getti piccoli
26	5	3	getto al limite
41	4	6	crom. alta e gettini
73	10	2	nube isolata
82	10	3	getti fini term. in nube lontana q. stacc.
103	7	5	nube isolata affatto
107	5	3	piccolo cumulo
124	6	8	nubi basse
160	9	10	getti e nubi che le congiungono
194	10	11	quattro getti e nubi in alto
243	8	7	molti getti deboli
259	4	10	crom. viva assai
272	8	7	bel gruppo di getti e fili
346	7	6	gruppo di fili sottili fiacchi

Limiti Z. pol. N. 23 — Facole da 62 a 83
S. 147 — 100 a 106
S. 193 — 112 a 130
N. 353 — 235 a 244
256 a 263
287 a 295
300 a 303

5 Luglio			Da 8h 50m a 9h 50m
8	7	8	3 getti uniti con archi
26	6	6	2 getti deboli con nubi
50	8	10	2 getti obliqui con nube
78	8	8	gruppo di getti fini
102	7	7	massa viva
109	6	5	fili obliqui
128	5	4	getti deboli
154	7	10	gruppo di getti, 6 almeno legati da archi
194	10	7	gruppo di filamenti obliqui graziosi
234	5	2	piccoli getti
253	4	10	catena di fiammelle
287	7	6	molti fili curvi, getti
359	7	6	2 grossi e vivi getti uniti in cima

Limiti N. 22 — S. 196
S. 146 — N. 332

Facole da 50 a 52 — 242 a 250
60 a 79 — 241 a 263
103 a 111 — 268 a 284
117 a 132 — 300 a 314

6 Luglio			Da 8h 20m a 9h 50m (Aria buona)
16	6	7	due ammassi di getti a due cime
38	8	9	due massi di getti congiunti con arco
58	6	10	4 getti con archi
78	4	2	piccolo getto
109	10	12	amm.ti di g. complicati belli cong. col seg.
125	8	10	getto grosso obliquo e molti piccoli
144	4	10	piccoli getti
163	6	13	getti e fili diffusi
197	8	4	bel getto con ricasco alla cima
212	4	10	cromosfera sfrangiata
221	5	1	piccolo getto
251	6	10	3 grossi getti congiunti sulle facole
291	10	12	gruppo di 4 getti sfrangiati
345	5	5	2 getti separati

Limiti N. 18 — Facole da 47 a 49
S. 162 — 64 a 80
S. 207 — 99 a 110
N. 323 — 231 a 262
271 a 283

7 Luglio			Da 8h 25m a 9h 35m (Aria buona assai)
17	7	8	nube di getti
35	10	11	getti e nube
60	5	10	nubi basse
69	6	5	getti fini
76	5	3	getto e nube
99	4	10	nubi basse
122	8	12	getti e nubi
155 a 172	10	17	gruppo di getti numerosi e ricchi
Medie 162			
194	12	5	getto con nube alta
259	4	5	nube e getti
291	8	10	getti e nubi
344	10	5	getto obliquo

Limiti Z. pol. N. 13 — Facole da 43 a 48
S. 146 — 65 a 82
S. 193 — 96 a 102
N. 328 — 108 a 124
238 a 266
284 a 305

8 Luglio			Da 8h 30m a 9h 50m
16	8	9	getti e nubi frastagliate
42	7	8	getti con nube in cima
83	4	10	crom. alta
131	4	10	idem
175	10	12	gruppo di 3 getti filari con nube in cima
197	6	3	bel *gerba*
240	11	13	massa di nubi filari e getti
255	6	5	getti obliqui
260	6	4	simili legati alla base col preced.
265	5	10	crom. a gettarelli
277	6	5	getto debole
298	8	6	getto a due teste rovescie
343	8	6	gruppo di due getti divergenti

Limite Z. pol. N. 21 — Facole 53 a 75
S. 145 — 98 a 124
S. 193 — 215 a 250 lineare
N. 230 — 253 a 262
274 a 292

9 Luglio			Da 8h 0m a 9h 48m
25	6	7	gruppo di due getti filosi
49	4	8	crom. sfrangiata
87	5	3	bel getto vivo basso

TAVOLA I. (*Continua*)

POSIZIONE, ALTEZZA, LARGHEZZA E CARATTERI DELLE PROTUBERANZE E DELLE FACOLE

POSIZIONE	ALT.	LAR.	CARATTERE E NOTE
27 Giugno (manca)			Tempo cattivo
28 Giugno			Da 8h 35m a 9h 40m
17	8	5	getto con nube
22	6	3	getto piccolo
59	12	12	nube vasta ad archi con 4 colonne
93	10	7	due getti congiunti con arco
107	5	6	nubi basse
120	5	10	idem
130	16	13	gran getto obliquo debole verso il polo
180	6	13	nubi basse frastagliate
191	4	3	piccole nubi
202	8	5	nube alta viva al limite, ecc.
227	9	3	getto vivo, storto
236	7	5	due getti congiunti con arco
246	6	10	cromosfera alta con piccole nubi
266	5	3	piccolo getto
282	4	5	nube bassa
290	5	5	idem
298	8	3	getto alto vivo
314	12	8	gruppo di alberi e getti (bouquet)
350	7	5	nube filamentosa
Limiti	N. = 8°		Facole da 37 a 60
	S. 157		78 a 86
	S. 198		97 a 127
	N. 323		242 a 260
			278 a 288
29 Giugno			Da 9h ant. a 10h 10m
11	5	6	nube leggera
15	4	2	piccolo cumulo
24	8	6	bella massa di nubi a filamenti
65 a 86	10	21	massa spettacolosa di nubi e complicatissima. Massimo a 80°
a 80	12	...	
97	10	6	due grandi e viviss. getti cong. con arco
108	10	8	nubi leggere
116	13	6	due getti con nube altissima
127	10	10	getti e nubi cellulari
161	7	6	nube al limite S.
183	5	5	nube al polo
195	6	8	nube dispersa
210	5	7	cromosfera alta al limite
247	6	3	piccola nube e getto
255	11	2	getto obliquo alto, leggero verso l'Eq.
268	8	9	gruppo di getti obliqui vivi
275	5	2	piccolo getto vivo
286	6	3	idem
293	7	5	piccoli getti e nubi
311	8	6	massa filamentosa
343	8	6	cumulo debole
Limiti	N. 18		Facole da 96 a 107
	S. 161		116 a 136
	S. 207		207 a 212
	N. 330		244 a 256
	Prom.° 344		291 a 298
30 Giugno			Da 8h 35m a 9h 50m
10	8	6	cumulo debole a filamenti
25	4	10	cromosfera sfrangiata all'orlo
50	10	8	getti fini obliqui
56	7	4	idem
89	6	4	cumulo
96	7	6	cumulo filamentoso
103	10	5	getto vivo mobilissimo curvo. 2 figure
108	7	6	ammasso di getti fini
Segue 30 Giugno			
124	10	8	getti fini obliqui filari
133	5	6	crom. alta sfilata
152	6	5	piccola nube
160	6	4	idem
170	5	2	idem
202	8	10	nube debole a filamenti : al limite
237	4	10	crom. sfrangiata
274	4	20	idem
302	5	4	piccolo cumulo (poca roba da questo lato)
Limiti	18 N.		Facole da 39 a 46
	154 S.		49 a 55
	206 S.		65 a 69
	337 N.		101 a 110
			119 a 130
			205 a 214
			240 a 263
			291 a 298
1 Luglio			Da 8h 25m a 9h 45m
7	6	6	nube debole
17	5	3	due getti
47	8	5	id. congiunti, fasci di fili obl. verso il polo
67	5	4	cumulo basso sfrangiato
79	5	10	fiamme vive acute mobili (prec. la macchia)
95	8	10	gr. massa lucida di fiamme e getti sfrang.
107	8	10	altra massa simile alla prec. ma più bella
127	11	4	getto alto vivo di filamenti
132	6	5	altro simile (non uniti)
160	8	5	nube a filetti leggeri
195	6	15	catena di picc. getti e nubi al limite
213	6	3	piccoli getti vivi, macchiette
264	7	6	due getti uniti con un arco
291	4	10	piccoli getti avanti alla macchia
307	5	3	piccoli getti filamentosi
347	8	5	nube di filamenti
Limiti	15 N.		Facole da 35 a 43
	154 S.		60 a 83
	195 S.		103 a 121
	328 N.		127 a 138
Prom. a 346 alla nube			230 a 257
			275 a 313
2 Luglio			Da 8h 50m a 10h 10m
14	8	7	Nubi con fili e getti bellissimi
40	6	3	piccolo getto a nube
49	8	7	due getti a filamenti
59	6	4	idem
69	5	10	crom. viva sfrangiata
81	8	5	getti lin. vivi mob. sulla macc. Due fig.
94	5	3	idem
104	7	4	getto a due teste
117	6	5	getto obliquo a filamenti
132	8	4	gruppo di getti divergenti delicati
159	7	5	nube intrigata al limite
180	4	5	bassi getti polari
196	8	6	due getti congiunti
218	10	11	magnif. gruppo cellul. da 3 getti
276	8	7	due getti mezzani
299	5	2	due getti filosi bellissimi
304	8	3	idem
Limiti	14 N.		Facole da 57 a 91
	156 S.		97 a 117
	201 S.		150 a 159
	328 N.		242 a 261
			275 a 284

TAVOLA I. (*Continua*)

POSIZIONE, ALTEZZA, LARGHEZZA E CARATTERI DELLE PROTUBERANZE E DELLE FACOLE

POSIZIONE	ALT.	LAR.	CARATTERE E NOTE
3 Luglio			Da 8h 7m ant. a 9h 56m (Aria cattiva)
11	8	5	getti a filamenti decisi
35	12	3	g. v. da cui parte una nube lun. 8°, alta assai
42	5	2	piccolo getto
57	5	4	gruppetto di getti
75	6	4	gruppo di fili e getti vivi
82	10	6	altro più alto e lungo
97	8	7	getto vivo a due cime divergenti
107	8	8	3 g. v. un. in cima, con n. estesa ver. il polo
128	4	8	piccolissimi getti
158	6	6	due getti obl. vivi, congiunti in alto
192	6	5	due getti piccoli vivi obliqui
242	5	3	cumulo vivo
250	8	3	2 getti a fungo con cappello alto
270	6	5	getti a filamenti inclinati
300	7	2	getto con coda ripiegata lunga 5°
Limiti Z. pol..			N. 13 — Facole da 53 a 87
			S. 155 — 103 a 121
			S. 207 — 237 a 260
			N. 330 — 271 a 275
			277 a 283
			287 a 292
			297 a 308
4 Luglio			Da 8h 25m a 9h 50m
12	5	10	tre getti piccoli
26	5	3	getto al limite
41	4	6	crom. alta e gettini
73	10	2	nube isolata
82	10	3	getti fini term. in nube lontana q. stacc.
103	7	5	nube isolata affatto
107	5	3	piccolo cumulo
124	6	8	nubi basse
160	9	10	getti e nubi che le congiungono
194	10	11	quattro getti e nubi in alto
243	8	7	molti getti deboli
259	4	10	crom. viva assai
272	8	7	bel gruppo di getti e fili
346	7	6	gruppo di fili sottili fiacchi
Limiti Z. pol.			N. 23 — Facole da 62 a 83
			S. 147 — 100 a 106
			S. 193 — 112 a 130
			N. 353 — 235 a 244
			256 a 263
			287 a 295
			300 a 303
5 Luglio			Da 8h 50m a 9h 50m
8	7	8	3 getti uniti con archi
26	6	6	2 getti deboli con nubi
50	8	10	2 getti obliqui con nube
78	8	8	gruppo di getti fini
102	7	7	massa viva
109	6	5	fili obliqui
128	5	4	getti deboli
154	7	10	gruppo di getti, 6 almeno legati da archi
194	10	7	gruppo di filamenti obliqui graziosi
234	5	2	piccoli getti
253	4	10	catena di fiammelle
287	7	6	molti fili curvi, getti
359	7	6	2 grossi e vivi getti uniti in cima
Limiti N. 22			S. 196
S. 146			N. 332
Facole da 50 a 52			242 a 250
60 a 79			241 a 263
103 a 111			268 a 284
117 a 132			300 a 314

POSIZIONE	ALT.	LAR.	CARATTERE E NOTE
6 Luglio			Da 8h 20m a 9h 50m (Aria buona)
16	6	7	due ammassi di getti a due cime
38	8	9	due massi di getti congiunti con arco
58	6	10	4 getti con archi
78	4	2	piccolo getto
109	10	12	amm.ti di g. complicati belli cong. col seg.
125	8	10	getto grosso obliquo e molti piccoli
144	4	10	piccoli getti
163	6	13	getti e fili diffusi
197	8	4	bel getto con ricasco alla cima
212	4	10	cromosfera sfrangiata
221	5	1	piccolo getto
251	6	10	3 grossi getti congiunti sulle facole
291	10	12	gruppo di 4 getti sfrangiati
345	5	5	2 getti separati
Limiti N. 18			Facole da 47 a 49
S. 162			64 a 80
S. 207			99 a 110
N. 323			231 a 262
			271 a 283
7 Luglio			Da 8h 25m a 9h 35m (Aria buona assai)
17	7	8	nube di getti
35	10	11	getti e nube
60	5	10	nubi basse
69	6	5	getti fini
76	5	3	getto e nube
99	4	10	nubi basse
122	8	12	getti e nubi
155 a 172 Medie 162	10	17	gruppo di getti numerosi e ricchi
194	12	5	getto con nube alta
259	4	5	nube e getti
291	8	10	getti e nubi
344	10	5	getto obliquo
Limiti Z. pol.			N. 13 — Facole da 43 a 48
			S. 146 — 65 a 82
			S. 193 — 96 a 102
			N. 328 — 108 a 124
			238 a 266
			284 a 305
8 Luglio			Da 8h 30m a 9h 50m
16	8	9	getti e nubi frastagliate
42	7	8	getti con nube in cima
83	4	10	crom. alta
131	4	10	idem
175	10	12	gruppo di 3 getti filari con nube in cima
197	6	3	bel *gerbe*
240	11	13	massa di nubi filari e getti
255	6	5	getti obliqui
260	6	4	simili legati alla base col preced.
265	5	10	crom. a gettarelli
277	6	5	getto debole
298	8	6	getto a due teste rovescie
343	8	6	gruppo di due getti divergenti
Limite Z. pol.			N. 21 — Facole 53 a 75
			S. 145 — 98 a 124
			S. 193 — 215 a 250 lineare
			N. 230 — 253 a 263
			274 a 292
9 Luglio			Da 8h 0m a 9h 48m
25	6	7	gruppo di due getti filosi
49	4	8	crom. sfrangiata
87	5	3	bel getto vivo basso

TAVOLA I. (*Continua*)

POSIZIONE, ALTEZZA, LARGHEZZA E CARATTERI DELLE PROTUBERANZE E DELLE FACOLE

POSIZIONE	ALT.	LAR.	CARATTERE E NOTE
Segue 9 Luglio			
110	12	5	bellissima fiamma a *gerbe*
116	6	7	bel gruppo di getti fini come erbe
131	6	2	nube fiacca
105	8	10	gruppo di due getti filari belli
226	6	7	getti filari fini
230	10	232	massa di tre superbi getti
241	8	a 250	filamentosi; alta e bella
247	12	= 18	assai
260	5	10	crom. sfrangiata sulla macchia
270	12	10	altro bel gruppo di due getti filosi
289	6	5	getti a fili
294	10	6	nube sospesa isolata di fili
350	7	8	getti a fili

Limiti N = 25		Facole da	53 a 57
S = 53			63 a 67
Prom. = 180			74 a 80
S = 208			99 a 115
N = 330			222 a 265
			287 a 294
			304 a 320

10 Luglio			Da 7h 30m a 9h 15m
44	4	10	crom. alta sfrangiata
57	4	10	idem
67	6	7	nube piegata sopra nubi
88	5	2	piccolo getto
96	6	5	nube debole
103	6	8	idem
110	8	7	getti vivi curvi
119	5	6	getti vivissimi bassi, fiamme mobili
165	8	5	bel gruppo di fili
185	4	5	cromosfera viva
248	16	13	am.° di 3 g. altiss. curvi, leg. in c. da archi
264	6	5	bel gruppetto di fili (enormi
277	7	12	nubi ad archi } tutto questo
285	10	8	getto filoso alto curvo } forma una sola
297	14	10	n. altiss. isol. fil. } massa da 272
302	8	10	gruppo di 3 g. con archi } a 307°
350	8	7	fascio di getti filosi

Limiti Z. pol. N = 18		Facole da	14 a 56
S = 141			60 a 83
Prom.° = 170			106 a 122
S = 201			135 a 143
N = 352			230 a 258
			284 a 302

11 Luglio			Da 8h 0m a 9h 45m
17	10	14	gruppo di 4 getti legati da 8 a 22°
68	8	7	superbo getto curvo filare
105	5	10	piccoli getti e nubi
113	6	5	bel getto fino lavorato
120	7	6	superbo gruppo di getti fini ricurvi
142	7	10	superbo getto a fili divergenti e volanti
160	8	7	bel gruppo di fili curvi e getti
196	6	3	piccole nubi al limite
218	4	8	due piccoli getti
238	12	12	massa viva e getti curvi alti da 232 a 246
253	5	7	piccole masse lucide
273	5	6	bel gruppo di fili e getti

POSIZIONE	ALT.	LAR.	CARATTERE E NOTE
Segue 11 Luglio			
283	10	10	} tre grandi getti enormi } lungh. totale da
293	12	8	} legati da archi, e cosa } 278 a 305 = 27°
300	10	7	} superba indescrivibile
346	8	6	bella massa di fili

NB. Questi fili da tre giorni si vedono benissimo forse per l'aria.

Limiti Z. pol. N = 18		Facole da	60 a 80
S = 161			107 a 125
S = 198			137 a 150
N = 330			230 a 234
			245 a 260
			281 a 300

12 Luglio			Giornata cattiva, e la figura è solo approssimata ed interrotta più volte: dalle 8h 22m alle 10h 45m
27	6	9	tre getti non riuniti
51	7	5	gruppo di fili
64	8	6	bel getto di fili obliqui curvi
72	5	8	crom. alta viva
94	6	5	piccoli getti filosi
114	7	12	arco sollevato
162	6	8	due gruppi di getti
184	4	8	crom. alta sfrangiata
197	6	5	getti piccoli
220	10	10	getto grande curvo che va verso il seg.
232	8	7	amm.° di g. filam. cong. al prec. da 218 a 238
244	5	8	piccoli getti
255	6	10	mucchio di getti
270	6	5	ammasso lucido
277	8	5	fili curvi belli
296	8	290	massa di tre grossi getti
300	10	a 310	uniti da archi al solito
306	8	= 20	e tutti filamentosi
348	7	8	gruppo di fili

Limiti Z. pol. N = 30		Facole da	52 a 72
S = 161			110 a 126
S = 196			146 a 150
N = 330			220 a 242
Promont.° = 359			250 a 261
			270 a 296

13 Luglio			Da 8h 15m a 9h 45m
23	6	8	Fumo leggero
59	4	10	peluria alta
94	7	4	getto a incudine
117	6	8	due gruppi di getti bassi
138	6	3	getto con nube ripiegata
168	6	5	2 getti uniti in cima
206	5	7	piccoli getti filari
216 a 240	18	24	massa enorme di getti incr. impossibile a descrivere. V. il giorn. per lo studio
243	5	3	getti vivissimi sotto un arco
250	8	6	2 g. un. fra loro e alla massa prec., che va da 216 a 253.° = 37° di lat.
259	6	3	piccolo getto con arco
275	8	3	piccolo getto a tre ordini
303 a 315	8	12	gruppo di 3 g. leg. in cima, leg. col seg.
318	8	9	seguito al prec., ma leggero
346	8	7	getti con nube in alto

Prom.° 7		Facole da	65 a 77
Lim. pol. N 25	mal terminate		97 a 101
S = 151	le zone pol.		110 a 135
Prom.° 192			236 a 262
S = 206			173 a 291
N = 322			296 a 307

TAVOLA I. (*Continua*)

POSIZIONE, ALTEZZA, LARGHEZZA E CARATTERI DELLE PROTUBERANZE E DELLE FACOLE

POSIZIONE	ALT.	LAR.	CARATTERE E NOTE	
			Da 7h 52m a 9h 30m	
14 Luglio			(Aria cattiva, semiperimetro molto povero)	
16	5	2	piccolo getto sfumato	
87	4	10	cromosfera alta	
127	5	6	piccole prominenze	
156	5	6	piccole frange	
164	7	4	bel getto obliquo filare	
193	4	6	cromosfera sfumata al limite	
231	13	19	da 220 a 239, 3 gr. g. uniti per archi in cima	
246	8	6	getto doppio imbrogliato	
260	7	5	due piccoli getti curvi legati	
270	8	1	piccolo getto con nube alta lunga 6°	
279	4	2	piccolo getto vivissimo a fiamme mobili	
280	8	1	p. g. fino, ma ripiegato con n. di 6° ad aug.	
303	10	11	bel gruppo di 3 g. con archi leg. in cima	
346	8	7	getti filari e nubi	

Limiti Z. pol. N = 17 — Facole da 40 a 44
S = 137 — 61 a 73
S = 197 — 102 a 131
N = 330 — 228 a 249
274 a 297

15 Luglio			Da 8h 0m a 9h 20m	
			(+ conforme, — non conforme all'ipotesi, ecc.)	
52	6	2	pennacchio curvo	—
82	5	4	cumulo sfilato	—
97	6	7	pennacchio curvo	+
161	7	4	due getti uniti in cima	+
189	6	6	fili rari verticali	±
212	4	2	getto curvo	—
220	4	1	piccolo getto curvo	+
232	16	12	magnifico gruppo di getti alti	+
255	6	6	getto con nube a fumo	±
276	3	5	fiamme vive	+
287	5	6	getti vivissimi sulle prot.	+
294	4	3	idem	+
307	8	12	getto con nube	+
312	6	10	getti	+
316	8	6	getto con fili raccolto	+
356	6	8	getti verticali	±

Limite 17 N. — Facole da 31 a 40
168 S. — 55 a 70 piccole
192 S. — 91 a 95
331 N. — 101 a 119
236 a 252
274 a 292
310 a 314

Conformi 9; difformi 3.

16 Luglio			Da 9h 0m a 10h 10m	
0°	7	5	getti verticali	±
26	4	2	getto con nube (dir. inc. ?)	—
55	6	5	4 getti curvati	+
67	6	3	3 getti curvi	+
73	4	4	getti curvi	+
93	7	2	getto a tre piani	±
107	6	2	getto con nube	+
165	6	5	getti rari verticali	±
192	7	10	getti belli piegati	+
215	5	2	piccolo getto incl.	+
225	8	4	getto con nubi	+
254	9	8	bellissimo gruppo con code	+
268	10	5	bel gruppo legato col seg.	±
277	10	8	idem col prec.	±
284	6	1	piccolo getto verticale	—
Segue 16 Luglio				
297	8	2	getto con nube lunga 16°	+
320	7	4	getti uniti	+
356	6	4	getti uniti coi primi vertic.	±

Limiti 25 N. — Facole da 32 a 38
130 S. — 56 a 70
193 S. — 106 a 117
320 N. — 232 a 260
Facole a 360 — 282 a 298

Conformi 10, difformi 2.

17 Luglio			Da 8h 0m a 9h 20m	
0° 0′	6	5	getti rari	±
12	5	4	getti piegati	+
64	5	2	getti piccoli sulla macchia	+
74	4	2	getti vivi inclinati	+
80	4	3	due getti viviss. prec. la m. di domani	±
87	5	2	getti vivi bassi	±
97	8	7	getti vari in senso diverso	—
111	4	3	massa lucida sfilata	+
122	6	3	getto con nube sospesa	+
160	10	8	bel gruppo di getti	—
196	8	10	gruppo incrociato	±
224	8	4	getto inclinato	+
246	5	6	fili inclinati opp. connessi colla seguente	—
255	10	10	superbo gruppo inclinato	+
285	3	5	piccoli fili alti	—
308	5	3	piccoli getti inclinati	—
346	8	5	gruppo di fili verticali	+

Limiti Z. pol. = 12 N.
154 S.
196 S. alla prot.
341 N.

Facole da 56 a 72 con macchia
109 a 131 id.
228 a 239
248 a 261
288 a 290

Conformi 8, difformi 5.

18 Luglio			Da 8h a 9h 45m	
11	8	3	getto verticale a fiore	±
59	3	4	piccola elevazione	
65	3	4	idem	
70	7	1	getto fino con nube lunga di 10°	—
83	5	4	massa viva	
94	8	7	getti ripiegati con nebbia	+
103	4	1	getto fino con nube lunga 7°	+
123	6	3	getto filare, con nube sospesa	+
169	8	7	getti filari	—
199	8	7	getti incrociati distinti	±
234	8	6	getti ben distinti curvi	+
254	6	3	getto vivo	+
260	8	4	getto vivo in basso che si rovescia in alto (importante)	+
265	6	3		
281	5	1	piccolo getto basso	
306	6	4	piccoli getti inclinati rovesci	—
321	5	2	idem	—
348	8	8	getti ricascanti a pioggia filare	±
357	7	7	bei fili verticali	+

Limiti 10 N alla prot. — Facole da 55 a 84
152 S — 104 a 123
197 S — 245 a 253
283 a 300

TAVOLA I. (*Continua*)

POSIZIONE, ALTEZZA, LARGHEZZA E CARATTERI DELLE PROTUBERANZE E DELLE FACOLE

POSIZIONE	ALT.	LAR.	CARATTERE E NOTE	
19 Luglio			Da 8h 5m a 9h 15m	
1	4	3	piccoli fili verticali	+
11	6	2	fili obliqui	—
51	4	5	getti confusi bassi	
60	8	5	getto forte alto	—
70	8	7	getti forti e vivi	—
77	3	3	cumulo vivo	
88	3	4	idem	
99	4	8	nube fiacca	
107	5	1	piccolo getto	+
114	6	2	getto a fili	+
122	8	4	getto a fili opposto al precedente	—
168	6	5	getto a fili	+
201	7	4	bei getti a fiore, domina il	+
222	8	3	bellissimo fiore	+
240	6	5	sistema di baffi alti	+
247	5	8	fili e baffi bassi	+
258	8	3	magnifico fiore	±
284	3	8	crom. viva	
320	5	8	prot. basse a fili	—
348	6	8	fili quasi verticali	—
Limite		7 N.	Facole da 65 a 89	
		154 S.	99 a 131	
		183 S.	210 a 214	
			221 a 222	
			240 a 254	
			279 a 296	
			Conc. 8, disc. 6.	
20 Luglio			Da 7h 50m a 9h 30m	
10	8	5	bei getti a fili concordanti	+
44	3	10	piccoli getti bassj	
69	10	5	getti con nube staccata a distanza	+
85	6	8	massa lucida	
99	6	5	getti a fili	+
105	7	10	massa filare connessa colla seguente	+
115	6	8	idem colla precedente	+
123	8	5	massa di getti forti opposti	—
173	7	8	massa polare divisa in due versi	±
187	4	3	piccoli getti dritti	
207	5	5	getti a fili inclinati	+
245	8	8	superbi 5 getti filari	+
257	7	10	5 altri bellissimi getti filari	+
265	10	3	bellissimo getto	+
272	5	1	piccolo getto curvo	±
293	4	2	piccolo getto vivo a fiore	
321	8	10	belliss. grup. di 3 g. incr. e rov. in c. domina	+
334	9	6	4 bei getti filari	—
350	7	8	getti verticali	+
Limite		15 N.	Facole da 67 a 82	
		148 S.	100 a 122	
		186 S.	229 a 234	
			276 a 307	
			Conc. = 11, disc. = 3	
21 Luglio			Da 8h 6m a 9h 35m	
10	4	3	massa confusa	
18	8	7	getti obliqui con nubi in alto	+
77	4	5	varii piccoli getti incl.nati	—
100	6	1	piccolo getto a fiore	+
118	4	3	fili inclinati	+
125	7	6	bei fili inclinati	+
137	3	3	fili inclinati	+
175	8	8	getti in varii sensi al polo	±
195	5	4	massa lucida a fili	+
237	7	6	getti filari belli	+
241	6	1	getto vivo inclinato	+
244	5	3	bel getto vivo sulla macchia che la precede	
246	5	2	getto opposto sulla macchia	—
Segue 21 Luglio				
300	6	8	bel gruppo di fili	+
313	8	6	gruppo di getti incrociato domina	—
324	9	5	bel getti in sensi diversi	±
355	8	6	getti con riesco a pioggia	+
Limite		15 N.	Facole 36 a 42	
		157 S.	62 a 79	
		196 S.	97 a 114	
		336 N.	207 a 216	
			227 a 254	
			287 a 308	
			Conc. 10, Disc. 3.	
22 Luglio			Da 7h 48m a 9h 50m	
10	8	5	bella filare debole	—
22	7	8	idem	+
74	10	12	magnifico gruppo di getti fini	+
83	7	3	getti deboli, e nube lunga 10°	+
108	5	3	viva poco inclinata	+
154	4	2	piccola	
173	8	4	filare rara	±
180	8	6	magnifici fili rari	±
198	7	5	bel gruppo di fili inclinati	+
241	9	10	3 bei getti distintissimi incl. con nube	+
282	5	3	getto con nube	+
292	3	5	varii getti bassi ma vivissimi	±
319	8	5	getto con lunga nube che arriva al seg.	+
328	8	10	gruppo di getti con fumo	+
352	7	8	getti verticali al polo	±
Limiti		11 N.	Facole da 55 a 68	
		157 S.	100 a 120	
		196 S.	234 a 243	
		326 N.	254 a 260	
			287 a 301	
			Conc. 9, disc. 1.	
23 Luglio			Da 8h 30m a 9h 35m	
12	6	5	due getti filari connessi con nube	—
21	6	4	massa debole filosa	+
64	10	8	prima parte della gran massa di getti	+
74	20	7	grosso getto della gran massa unita	+
80	7	5	getto inclinato bello filare	+
87	6	5	altro simile. Nube fra i due	+
102	3	2	piccolo gruppetto di fili	—
108	4	3	idem	—
118	5	3	massa lucida	±
122	10	5	nube filare sospesa	+
130	5	8	massa di fili quasi oriz.	+
170	6	5	fili quasi verticali	±
180	7	7	fili obliqui rari	+
206	6	5	bei getti di fili incl.	±
230	7	10	3 g., 2 in senso opp., 1 vert. in mezzo	+
243	9	5	2 belli fiocchi filari	+
248	5	3	bei fili vivissimi sulla macchia	+
254	6	3	getto lucido rovesciato in alto	+
280	7	5	due bei getti vivi	—
307	4	2	piccolo getto basso	+
330	8	5	due magnifici baffi filari	+
352	6	5	tre getti filari verticali	
Limiti		6 N.	Facole da 48 a 68	
		146 S.	79 a 84	
		192 S.	95 a 121	
		330 N.	224 a 233	
			239 a 261	
			280 a 296	
			Conc. 12, disc. 4.	

TAVOLA I. (*Continua*)

POSIZIONE, ALTEZZA, LARGHEZZA E CARATTERI DELLE PROTUBERANZE E DELLE FACOLE

POSIZIONE	ALT.	LAR.	CARATTERE E NOTE	
24 Luglio			Da 10h 8m a 11h 3m	
13	5	7	filare piegata	+
25	6	4	2 getti filari	+
65	7	5	1° getto della gr. massa che va da 62° a 94'	+
72	15	8	2° getto con nubi	+
80	22	10	3° getto più alto di tutti e nubi	+
87	18	10	3 getti uniti cogli altri	+
92	6	5	ultimo getto basso	+
102	4	2	piccolo getto	
126	5	3	getti rari	+
139	6	5	3 getti leggeri	+
155	5	3	piccoli getti	+
176	5	4	idem	
194	4	7	cromosfera alta	
212	5	6	getti inclinati	+
238	6	8	varii getti vivi e ponte sulla macchia	+
248	6	2	getto con arco di nube fina	+
255	6	10	varii getti code delle macchie	+
290	5	5	massa obliqua viva	+
312	10	8	nube filare sospesa	+
322	8	6	getto di fili	+
341	3	5	gettarelli bassi	

(Mancano i limiti)

Facole da 51 a 64
75 a 78
91 a 106
243 a 252
285 a 296

Conc. = 17, disc. 0.

25 Luglio			Da 8h 15m a 10h 0m	
16	5	5	3 bei baffi filosi	+
53 a 63	12	10	superba massa di getti intrec. domina	+
63 a 73	13	10	continua ma più viva	+
73 a 83	11	10	segue	+
83 a 90	8	7	fine della gran massa ad archi	+
112	7	6	bei getti con nubi	+
125	10	5	nube filare	—
133	6	7	getti filosi	—
145	5	5	due piccoli getti	
167	5	10	altri getti contrarii	±
181	5	12	fili di crom. alta	+
202	6	5	getti filosi	+
235	4	2	piccolo getto	+
267	6	8	fili paralleli al lembo	
279	8	7	getti belli	—
310	5	3	piccoli fili	+
322	6	3	fili deboli	—
328	5	5	fili belli	+
350	3	10	piccole punte	

Limite Z. pol. 20 N. Facole da 50 a 62
129 S. 92 a 128
195 S. 242 a 262
328 N. 280 a 300
Facola 357

Conc. 10, disc. 4.

26 Luglio			Da 8h 10m a 9h 0m (figura imperfetta)	
15	5	6	fili verticali	+
25	5	5	getti filari	+
57	8	10	getti filari a baffi	+
72	12	6	altri getti bassi con filari alti	+
78	5	4	piccoli getti vivi	
92	6	3	due getti assai obliqui	—
114	8	5	getti obliqui rovesci	—
120	8	5	getti in sensi diversi domina	+
Segue 26 Luglio				
130	5	2	piccolo getto	+
170	4	10	fili fini bassi inclinati	+
187	7	5	bei getti filari	+
223	4	6	fili obliqui	+
238	4	2	piccoli getti	
274	6	3	getto filare	+
279	6	4	idem (uno contro l'altro)	+
300	5	3	getti piccoli	+
316	5	4	piccoli baffi	

Limiti 5 N. Facole da 49 a 75
140 S. 97 a 115
Facola 165 230 a 260
191 S. 314 a 321
321 N.

Conc. = 12, disc. = 3.

27 Luglio			Da 7h 42m a 10h 15m (con interr.)	
9	5	4	piccoli fili intrigati dritti	±
22	5	4	fili rovesci	—
46	6	4	fili inclinati	+
60	16	10	magnifici getti obliqui	+
70	5	8	fili leggeri sulla macchia	—
80	6	3	getto vivo	+
97	4	2	piccoli getti	+
124	13	10	fiocco in tutti i sensi domina in alto	+
171	5	8	tre getti belli in diff. direzione	±
181	4	2	piccolo getto	
196	5	2	getto obliquo	+
245	4	3	piccolo getto	+
254	3	8	piccoli getti vivi alla nuvola	
267	3	2	piccolo getto	+
320	6	3	getto filare obliquo	+
350	5	8	getti filari verticali	+

Limite 4 N. Facole da 41 a 49
154 S. 62 a 80
204 S. 106 a 121
322 N. 236 a 260
282 a 302

Conc. 9, disc. 3.

28 Luglio			Da 8h 10m a 9h 40m (Interrotta da nubi — Aria cattiva)	
15	6	3	bel baffo	+
31	5	2	bel getto obliquo	+
55	8	6	4 bei getti paralleli obliqui	+
64	6	2	piccolo getto rovescio	—
76	4	5	massa lucida; fondo chiaro	
86	4	3	idem	
113	6	8	massa filare obliqua	+
124	10	7	3 bei getti voltati in cima	+
136	8	4	bel getto piegato con nube filare	+
167	5	4	piccoli getti curvi	±
182	3	4	idem	
193	6	4	bel baffo	+
260	6	20	vivissimi getti presso le macchie	—
250 a 270			fiamme	
290	3	10	cromosf. viva, pelosa	+
314	4	6	getti (si vede male)	
356	5	3	massa confusa	

Oggi le nubi in aria sono filose come le protuberanze.

Limiti 10 N. Facole da 39 a 51 da 220 a 235
144 S. 62 a 82 240 a 260
195 S. 93 a 126 273 a 300
326 N. 193 a 200

Conc. 8, disc. 2.

TAVOLA I. (*Continua*)

POSIZIONE, ALTEZZA, LARGHEZZA E CARATTERI DELLE PROTUBERANZE E DELLE FACOLE

POSIZIONE	ALT.	LAR.	CARATTERE E NOTE	
29 Luglio			Da 8h 58m a 10h 30m (interrotta)	
17	10	3	bel getto con nube e pennacchio	+
64	3	2	piccolo getto	—
72	6	5	getti con nube di 10'	+
81	4	5	massa lucida	—
95	4	3	piccoli getti filosi	+
124	10	8	belliss. baffo con nube a pioggia filare	+
133	8	4	bel getto vivo	
167	6	4	bel getto curvo largo alla base	+
172	7	1	getto fino al piede dilatato a fiore	±
191	6	3	baffo obliquo con nube di 5°	+
200	4	1	piccolo getto	+
256	6	8	massa conf. v. verso il polo sopra le macc.	+
265	4	5	simile ma più piccola contraria	—
283	3	10	crom. viva sfilata sulla macchia	+
312	4	3	piccolo gruppo di fili	+
352	5	8	3 piccoli getti dritti	±

Limiti 10 N. — Facole da 62 a 93
157 S. — 118 a 154
Facole 159 S. — 222 a 229
185 S. — 239 a 260
325 N. — 277 a 302

Conc. 10, disc. 3.

30 Luglio			Da 8h 25m a 9h 45m (Aria cattiva scir.)	
52	6	2	piccolo getto	+
89	4	2	piccoli fili	±
103	5	2	idem	+
110	4	2	piccolo cumulo	
122	6	4	3 getti, due contrari : domina	—
153	7	5	3 bei getti, tutti	+
167	5	2	getto a fiore	±
174	6	4	fili verso il fiore	+
183	4	2	piccolo getto vivo	+
194	8	5	4 getti o baffi belli	+
245	5	10	serie di piccoli baffi	+
276	8	2	getto biforcato di 5° in cima	±
283	7	2	idem legato col precedente	+
289	8	6	getto + in basso —° in alto	
300	6	7	fili superbi paralleli	+
350	3	6	fiammelle polari	±

Limiti 4 N. — Facole da 52 a 56 — da 240 a 261
138 S. — 74 a 92 — 280 a 291
182 S. — 101 a 122
312 N. — 228 a 230

Conc. = 10, disc. = 1.

31 Luglio			Da 8h 40m a 9h 55m	
50	8	5	getto obliquo mobile	—
57	5	5	due piccoli getti contro il prec.	+
109	5	8	massa filare viva	+
115	4	2	idem piccola	+
121	4	2	bel gettarello	—
137	6	4	due getti contrari a fiore	±
168	4	5	3 getti piccoli	
179	4	6	2 getti opposti	±
191	8	10	superba mass filosa	+
229	5	4	fili inclinati	—
240	5	5	fili deboli	—
287	5	2	getto a fiore	±
308	5	6	getti filosi vivi	+

Poca attività in questi giorni specialmente nel quadr. N. E.

Limiti 10 N. — Facole da 48 a 56
131 S. — 63 a 89
Facole 170 — 105 a 126
186 S. — 225 a 262
321 N. — 280 a 310

1 Agosto			Da 8h 20m a 9h 40m (Difficile per l' aria. Poca roba).	
48	4	3	piccolo getto	
52	5	2	idem	
61	5	4	piccoli fili	—
82	4	3	piccoli getti	—
116	5	6	massa viva	—
126	6	3	getto inclinato	—
141	5	5	3 piccoli getti opposti	±
176	5	3	fili piegati	+
192	8	6	bel gruppo di 3 getti	—
232	5	4	getti sfilati, crom. alta	—
245	8	8	molti getti filosi	—
259	8	7	altri simili	—
307	4	5	due piccoli getti verticali	
320	4	3	piccolo getto con nube	—
347	5	4	getto a fiore	—

Limiti 5 N. — Facole da 49 a 77
146 S. — 112 a 128
180 S. — 235 a 252
332 N. — 283 a 285
294 a 310

Conc. 6, disc. 5.

2 Agosto			Da 8h 3m a 10h 0m	
42	10	10	bel gruppo filoso	—
69	10	3	mas. v. con n. isol. rad. (presto sparisce)	—
76	5	2	vivissima	—
81	4	6	massa filosa bassa	—
108	4	2	piccola massa filosa	+
123	7	3	getti verticali	—
178	6	3	getti filosi con nube	—
195	7	6	3 getti uniti bellini	—
236	7	5	getto a fiore	+
247	8	7	mas. en. da 244 a 265 volt. per tutti i versi	—
256	12	10	getti a fiore per tutti i versi	±
262	14	5	bellissimi getti verso l'equat.	—
282	5	4	getti a fili sfumati	+
298	3	10	crom. sf. alta sulle facole	
350	4	2	piccolo getto verticale	
356	6	3	baffo sfumato curvo	—

Limiti 0 N. — Facole da 48 a 76
140 S. — 110 a 137
180 S. — 225 a 241
316 N. — 245 a 267
292 a 316

Conc. 8, disc. 4.

3 Agosto			Da 8h 3m a 9h 45m	
13	4	8	molti piccoli baffi	+
42	7	5	gruppo denso filare	—
50	8	6	due getti incrociati	±
74	6	3	getto con nube	+
79	6	4	altro getto presso la macchia	—
119	5	4	piccolo getto	—
127	4	8	fili inclinati	+
135	6	5	gruppo di bei fili inclinati	—
168	7	5	getti intrigati vicino al polo	±
181	6	4	fili	—
194	12	10	alti getti curvi	—
224	4	2	massa viva raggiante	+
234	6	4	due getti a capanna	—
da 245 a 262	8	17	getti incrociati filari per tutti i versi, e nube filare	—

TAVOLA I. (*Continua*)

POSIZIONE, ALTEZZA, LARGHEZZA E CARATTERI DELLE PROTUBERANZE E DELLE FACOLE

POSIZIONE	ALT.	LAR.	CARATTERE E NOTE	
Segue 3 Agosto				
275	5	3	getto leggero	—
285	8	4	getto vivo unito curvo	
296	7	5	getti deboli incrociati	±
Limiti 7 N.			Facole da 37 a 60	
160 S.			74 a 83	
192 S.			112 a 120	
332 N.			230 a 245	
			250 a 266	
			293 a 307	
Conc. = 7, disc. = 4.				
4 Agosto			Da 4h 15m a 5h 30m (Oss. di poco valore per varie cause)	
1	4	10	crom. alta sfumata	
37	10	6	massa fil. in basso con nubi	+
48	8	12	idem più estesa	+
73	5	6	tre piccoli coni	
121	4	3	massa debole	
131	5	5	massa lucida filosa	+
170	5	5	getti quasi verticali	
183	6	10	getti diversi intricati	
222	4	5	piccola massa lucida	
253	6	5	getti filari	+
283	6	3	getti deboli	—
294	6	3	g. incl. Le due sono cong. con n. ad arco	+
(Mancano i limiti)				
			Facole da 67 a 82	
			237 a 264	
			282 a 292	
Conc. 5, disc. 1.				
5 Agosto			Da 8h 45m a 10h	
15	3	10	crom. alta a frange	
42	10	6	getti filosi vivi	+
50	10	6	seguito de'prec. diretti in senso opp.	—
62	5	2	vivissima	+
68	8	5	bel getto presso la m.	+
74	6	4	getto a fiore	±
85	8	5	bellissimo baffo filare	+
123	7	3	getto bello inclinato	+
128	5	6	piccoli getti bassi	+
165	5	2	piccolo getto	
170	5	2	altro vicino	
187	7	5	2 getti a capanna	±
241	8	6	bel gruppo di g. in varii sensi domina	+
252	8	10	bel gruppo in basso è + in alto è rov.°	—
271	5	3	piccolo getto	
280	6	2	bel getto a fiore	—
307	5	6	bei fili rari	+
328	5	6	piccoli getti verticali	±
350	6	3	getto a fiore con nube	—
Limiti Z. pol. 15 N.			Facole da 44 a 84	
149 S.			107 a 128	
180 S.			220 a 237	
330 N.			250 a 264	
			277 a 290	
			299 a 306	
Conc. 9, disc. 4.				
6 Agosto			Da 8h 25m a 9h 27m	
4	5	4	massa lucida irregolare	
35	8	5	bel getto filare curvo	+
40	7	1	piccola nube verticale tra i due	
Segue 6 Agosto				
44	8	7	altro bel getto con strascico	+
63	6	6	bei filetti	+
71	8	5	fili belli	+
75	15	3	getto vivo basso con nube altissima	+
80	8	10	massa di getti	±
98	6	8	getti filari	+
115	6	7	massa filare bassa	+
122	10	4	g. fino ac. da altri viviss., precede la macchia	+
135	3	5	piccoli fili	
160	4	10	piccoli getti e fili irregolari	
194	8	10	getti parab. in due sensi, ma domina il	+
225	6	5	getto a fiore	—
243	8	10	fili inclinati e crom. alta	
262	8	10	getti filari vivi e crom. alta	—
281	7	6	bei getti filari con nube filare	+
292	10	10	bei getti con nube filare sulle facole	+
296	7	1	piccolo getto vivo con nube	+
340	4	8	piccoli rudimenti di getti	+
Limiti 7 N.			Facole da 51 a 52	
167 S.			60 a 92	
193 S.			110 a 122	
340 N.			222 a 254	
			279 a 298	
Conc. 13, disc. 2.				
7 Agosto			Da 8h 15m a 9h 50m	
37	10	10	massa alta di tre getti fil., segue crom. alta	+
52	5	4	cumulo lucido	+
63	5	7	massa filosa	—
90	6	3	massa a fiore	±
113	7	3	bel getto filoso e nebuloso sulla macchia	+
137	3	2	piccolo getto con nube rov.ª	—
162	5	6	getti verticali	±
183	5	3	getti piccoli	—
195	8	10	bel gruppo di getti filari	+
225	7	4	bel baffo inclinato	+
236	6	4	idem seguono altri minori	+
254	5	7	varii getti in sensi opposti	±
265	8	5	due getti opposti	±
272	8	3	bel getto inclinato	—
288	6	1	g. fino in basso —° sopra +° con nube fil.	+
295	12	10	massa enorme filare	—
302	7	8	gruppo di getti uniti	+
310	16	10	enorme gruppo altissimo (q. m.ª va da 286 a 316, mista, intr. ma bella)	+
352	7	2	piccolo getto con nube filare	
Limiti 338 N.			Facole da 60 a 75	
22 N.			113 a 127	
158 S.			224 a 252	
215 S.			270 a 304	
Conc. 9, disc. 5.				
8 Agosto			Da 8h 6m a 9h 45m	
44	12	22	Nube sospesa singolare filare che non tocca l'orlo diramate in due sensi opposti	±
55	4	3	getto a fiore	+
61	10	5	getti con strascico di nube	—
92	8	8	nubi leggere	+
101	8	5	fili inclinati	—
105	4	3	idem	+
117	10	2	getti per aria isolati!	+
132	4	2	piccoli getti a raggera bassi	
163	5	5	3 getti filari bassi	+
193	6	8	2 getti opposti fil. a capanna	±
231	6	5	fili inclinati	+
248	8	7	due bei getti filari, ma div. inclinati	+

TAVOLA I. (*Continua*)

POSITIONE, ALTEZZA, LARGHEZZA E CARATTERI DELLE PROTUBERANZE E DELLE FACOLE

POSIZIONE	ALT.	LAR.	CARATTERE E NOTE	
Segue 8 Agosto				
260	7	5	piccoli fili sciolti con nubi	+
268	10	7	gruppo di fili belli	+
272	5	5	gruppi filari curvi	+
283	3	5	getti corti, ma vivi e puntuti	
292	8	10	getti incrociati per tutti i versi	±
302	7	4	due bei getti curvi	+
348	5	5	getti filosi rari fiacchi	+
356	6	8	getti rari con nube dritti	±

Limite sperone 2 N. Facole da 57 a 79
Limite 26 N. 104 a 125
137 S. 222 a 250
Sperone 176 270 a 302
201 S. Facole forti
315 N.
Conc. 12, disc. 2.

POSIZIONE	ALT.	LAR.	CARATTERE E NOTE	
9 Agosto			Da 8h 20m a 9h 35m	
52	5	10	piccoli getti	+
71	5	10	bel getto basso in crom. alta	+
98	6	3	cumulo lucido	—
105	7	6	due bei getti obliqui	+
127	5	6	getti deboli	+
146	4	5	due piccoli coni	
168	6	3	bel baffo curvo	+
193	10	8	tre magnifici getti	+
225	6	10	tre superbi getti	+
240	5	3	bel getto piccolo	+
248	6	4	bel fiocco di baffi	+
271	10	8	magnifico cono vivo a baffi	+
290	5	10	molti getti bassi, vivi con baffi e coni	+
301	5	7	due getti opposti	±
344	5	4	fili obliqui	—
354	6	1	bel fiore a fungo	

Sperone 0 Facole da 43 a 62
Limite 19 N. 109 a 154
idem 140 S. 225 a 255
Sperone 166 272 a 310
Limite 193
idem 325 N.
Conc. = 11, disc. = 2.

POSIZIONE	ALT.	LAR.	CARATTERE E NOTE	
11 Agosto			(Il giorno 10 io era fuori di Roma) Da 8h 40m a 10h 30m	
12	5	2	piccolo baffo	—
30	4	7	piccoli getti	—
52	5	10	getti e nubi bassi	±
57	6	2	piccolo getto con nube	+
70	4	20	cromosfera alta tutta	—
105	10	10	vivissimi getti fil. sopra la macchia sing.	+
117	6	5	bei getti in sensi opposti	±
155	4	10	varii getti vivissimi filosi	+
163	6	5	getti quasi verticali	±
202	8	6	tre magnifici getti curvi	+
223	10	10	superbi getti filari	+
238	9	10	altri bellissimi	+
254	10	10	cruz. viviss. con camb. di refr. superbo	—
270	6	8	bei getti continuati	+
294	5	7	sfili volti al polo	+
310	5	6	bei baffi	+
352	6	6	bei gettini vertic.	±

Limite 2 N. Facole da 18 a 28
165 S. 71 a 74
201 S. 100 a 111 macchia
312 N. 115 a 138
222 a 247
283 a 310
Conc. 9, disc. 4.

POSIZIONE	ALT.	LAR.	CARATTERE E NOTE	
12 Agosto			Da 8h 15m a 9h 30m	
2	5	1	piccolo getto	—
42	6	4	getti — in basso, in alto	—
51	10	7	nube sospesa e getti a baffi	—
105	6	10	getti per tutti i versi presso la m	±
116	7	8	altri simili	±
165	6	6	getti filari diversi	—
193	8	10	bella massa di baffi	+
228	7	8	bei baffi	+
242	8	5	bel gruppo di baffi	—
251	9	6	bel gruppo di baffi con nubi	—
276	7	8	bella massa filare	+
282	8	4	idem	+
294	9	7	tre getti belli e baffi	+
310	7	5	bel gruppo di fili + in basso — in alto	
342	6	7	fili verticali	±

Limiti 0 N.
135 S.
186 S.
312 N.

Facole da 67 a 73
da 100 macchia 115
115 a 132
218 a 226
240 a 252
282 a 293
302 a 310

Conc. 8, disc. 3.

POSIZIONE	ALT.	LAR.	CARATTERE E NOTE	
13 Agosto			Da 8h 10m a 9h 30m	
2	4	2	piccolo cumulo verticale	±
40	5	3	tre baffi obliqui	+
72	6	5	due getti uniti ad arco	±
83	5	4	cumulo vivo in più versi	
104	5	3	getto obliquo sulle macchie	+
115	7	10	bel gruppo di getti inclinati	+
154	4	5	crom. villosa	+
167	6	5	getti filari rari	+
193	7	5	bel gruppo di nubi incl.	+
226	12	10	superbo gruppo incl.	+
240	5	3	bel baffo leggero	—
250	7	3	bel getto a croce	+
257	8	4	getto vivo	—
277	7	10	4 getti dove dominano 3	+
297	8	5	superbo cono inclinato	—
304	3	5	getti corti, ma vivissimi al limite N.	
310	5	4	bel baffo inclinato	+
343	6	4	bel cono inclinato di fili	+
357	4	1	piccolo getto q. verticale	+

Limite 15 N.
137 S.
Sper. 183 S.
204 S.
310 N.
Sper. 355 N.

Facole da 58 a 72
83 a 87
100 a 132 bel gruppo di
237 a 258 macchie
237 a 258
275 a 290

Conc. = 12, disc. = 3.

(CONTINUA)

TAV. II. — ALTEZZE — ROTAZIONE IV.ª

Data	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200	210	220	230	240	250	260	270	280	290	300	310	320	330	340	350
Lug.																																				
16	7	—	4	—	—	6	6	4	—	7	6	—	—	—	—	—	6	—	—	7	—	5	8	—	—	9	10	10	6	8	—	—	7	—	—	6
17	6	5	—	—	—	—	5	4	5	8	—	4	6	—	—	—	10	—	—	8	—	—	8	—	5	10	—	—	3	—	5	—	—	—	8	—
18	—	8	—	—	—	3	3	7	5	8	4	—	6	—	—	—	8	—	—	8	—	—	—	8	—	6	8	6	5	—	6	—	5	—	8	7
19	4	6	—	—	—	4	8	8	3	4	5	6	8	—	—	—	6	—	—	—	7	—	—	8	6	8	—	—	3	—	—	—	5	—	6	—
20	—	8	—	—	3	—	10	—	6	6	7	6	8	—	—	—	—	7	4	—	5	—	—	—	8	7	10	5	—	4	—	—	8	9	—	7
21	4	8	—	—	—	—	—	4	—	—	6	4	7	3	—	—	—	8	—	5	—	—	—	7	6	5	—	—	—	—	6	8	9	—	—	8
22	—	8	7	—	—	—	—	10	7	—	5	—	—	—	—	4	—	8	8	7	—	—	—	—	9	—	—	—	5	3	—	8	8	—	—	7
23	—	12	6	—	—	—	10	20	7	6	3	5	10	5	—	—	—	6	7	—	6	—	—	7	9	6	—	—	—	7	—	4	—	8	—	6
24	—	5	6	—	—	—	7	15	22	18	4	—	5	6	—	5	—	5	—	4	—	5	—	6	6	6	—	—	—	5	—	10	8	—	3	—
25	—	5	—	—	—	12	13	11	8	—	—	7	10	6	5	—	5	—	5	—	6	—	—	4	—	—	6	8	—	—	—	5	6	—	—	3
26	—	5	5	—	—	8	—	12	—	6	—	8	8	5	—	—	—	4	7	—	—	—	4	4	—	—	—	6	—	—	5	5	—	—	—	—
27	5	—	5	—	6	—	16	5	6	4	—	—	13	—	—	—	—	5	4	5	—	—	—	—	4	3	3	—	—	—	—	—	—	6	—	5
28	—	6	—	5	—	8	6	4	4	—	—	6	10	8	—	—	5	—	3	6	—	—	—	—	—	—	6	6	—	6	—	4	—	—	—	5
29	—	10	—	—	—	—	3	6	4	4	—	—	10	8	—	—	6	7	—	6	4	—	—	—	—	6	4	—	—	3	—	4	—	—	—	5
30	—	—	—	—	—	6	—	—	4	—	5	4	6	—	—	7	5	6	4	8	—	—	—	—	5	—	—	8	7	8	6	—	—	—	—	3
31	—	—	—	—	—	8	—	—	—	—	5	4	4	6	—	—	4	4	—	8	—	—	5	—	5	—	—	—	5	—	5	—	—	—	—	—
Ag.																																				
1	—	—	—	—	4	5	5	—	4	—	—	5	6	—	5	—	—	5	—	8	—	—	—	5	8	8	—	—	—	—	4	—	4	—	5	—
2	—	—	—	—	10	—	10	5	4	—	4	—	7	—	—	—	—	6	—	7	—	—	—	7	8	12	14	—	5	3	—	—	—	—	—	6
3	—	4	—	—	7	8	—	6	—	—	—	5	4	6	—	—	7	—	6	12	—	—	12	6	5	10	2	5	8	7	—	—	—	—	—	—
4	4	—	—	10	8	—	—	5	—	—	—	—	4	5	—	—	—	5	6	—	—	—	4	—	—	6	—	—	6	6	—	—	—	—	—	—
5	—	3	—	—	10	10	8	6	8	—	—	—	7	—	—	—	5	5	7	—	—	—	—	—	8	8	—	5	6	—	5	—	—	5	—	6
6	5	—	—	8	8	—	6	15	8	6	—	6	10	3	—	—	4	—	—	8	—	—	8	—	8	—	8	—	7	10	7	—	—	—	4	—
7	—	—	—	10	—	5	5	—	—	6	—	7	—	3	—	—	5	—	5	8	—	—	7	6	—	5	8	8	6	12	7	16	—	—	—	7
8	—	—	—	—	12	4	10	—	—	8	8	10	—	4	—	—	5	—	—	6	—	—	—	6	8	—	10	5	3	8	7	—	—	—	5	6
9	—	—	—	—	—	5	—	5	—	6	7	—	5	—	4	—	6	—	—	10	—	—	6	—	5	—	—	10	—	5	5	—	—	—	5	6
10	—	5	—	4	—	6	—	4	—	—	10	—	6	—	—	4	6	—	—	—	8	—	10	9	—	10	—	6	—	5	—	5	—	—	—	6
11	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
12	5	—	—	—	6	10	—	—	—	—	6	7	—	—	—	—	6	—	—	8	—	—	8	—	8	9	—	7	8	9	—	7	—	—	6	—
Num	8	15	6	5	10	16	17	20	16	14	15	16	22	14	3	4	17	14	12	19	6	2	11	13	18	18	12	14	15	17	12	11	9	4	9	18
Med.	5,0	5,9	5,5	7,0	7,4	6,7	8,3	7,8	5,3	6,6	5,7	6,5	7,3	4,8	4,7	5,0	5,9	5,8	5,5	7,3	6,0	5,0	7,3	6,4	6,7	7,4	7,4	6,9	5,4	6,5	5,7	6,9	6,6	7,0	5,5	5,5

TAV. III. — LUNGHEZZE DELLE PROTUBERANZE — ROTAZIONE III.ª

Data	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200	210	220	230	240	250	260	270	280	290	300	310	320	330	340	350
Giu.																																				
19	—	—	—	—	8	9	2	—	7	—	10	10	—	—	—	—	8	—	—	6	8	—	—	10	10	9	—	—	2	—	6	—	—	—	—	10
20	—	—	—	—	6	—	4	—	2	—	3	—	—	—	—	7	—	—	—	8	—	—	—	—	10	—	—	—	3	—	—	10	1	—	—	9
21	2	—	—	—	4	—	10	5	—	7	—	4	4	—	—	—	7	—	—	3	—	5	—	—	—	—	5	—	4	—	3	10	3	5	—	10
22	10	6	8	—	—	6	10	3	—	5	10	4	—	—	—	—	6	5	—	5	—	—	—	10	8	—	—	—	—	—	8	3	2	—	—	—
23	10	—	—	8	—	7	—	9	3	—	8	—	—	10	—	6	—	—	—	8	—	—	—	6	8	5	5	4	—	3	3	10	3	—	—	—
24	6	—	8	—	—	—	—	10	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	4	5	—	—	5	—	—	6	—	—	—	3	2	10	—	—	—	4
25	—	5	—	—	—	10	—	—	—	—	3	10	10	—	10	—	—	8	—	—	6	5	3	—	6	—	8	6	—	10	10	—	—	—	—	8
26	6	4	—	—	—	—	10	2	—	4	—	10	—	8	—	—	10	—	—	—	8	—	—	8	—	—	—	3	—	—	8	4	—	—	—	8
27	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
28	—	5	3	—	—	10	2	—	—	7	6	—	10	10	3	—	—	—	10	5	—	—	3	5	10	—	3	—	5	8	8	—	—	—	—	5
29	—	8	6	—	—	—	5	10	6	6	8	6	10	—	—	—	6	—	5	8	—	7	—	—	3	2	9	2	3	5	—	6	—	—	6	—
30	—	6	10	—	4	8	—	—	4	6	10	1	8	6	—	5	4	2	—	—	10	—	—	10	—	—	10	10	—	—	4	—	—	—	—	—
Lug.																																				
1	6	3	—	—	5	—	4	10	—	10	10	—	4	3	—	—	5	—	7	8	—	3	—	—	—	—	6	—	—	10	3	—	—	—	5	—
2	—	7	—	—	10	4	10	—	5	3	4	5	—	4	—	5	—	—	5	6	—	10	1	—	—	—	—	7	—	2	3	—	—	—	—	—
3	—	5	—	3	2	4	—	4	6	7	8	—	8	—	—	6	—	—	—	5	—	—	—	—	3	3	—	5	—	—	2	—	—	—	—	—
4	—	10	3	—	6	—	—	2	—	3	8	—	8	—	—	—	10	—	—	11	—	—	—	—	7	10	—	7	—	—	—	—	—	—	6	—
5	8	—	6	—	—	10	—	8	—	—	7	5	4	—	—	10	—	—	—	5	—	—	—	—	—	5	—	—	—	10	—	—	—	—	5	—
6	—	7	—	9	—	—	10	2	—	—	10	1	10	—	10	—	10	3	—	7	—	—	—	2	—	10	—	—	6	—	—	—	—	—	—	6
7	—	8	—	11	—	—	—	10	8	10	—	—	10	2	—	5	10	2	—	4	—	10	1	—	—	10	—	—	—	10	2	—	—	—	5	—
8	9	—	—	—	8	—	—	—	10	—	—	—	—	10	—	—	—	10	2	3	—	—	—	—	10	8	10	5	—	6	—	—	—	—	6	—
9	—	—	7	—	8	—	—	—	3	—	—	10	2	2	—	—	10	—	—	—	—	—	7	8	10	—	10	10	5	6	—	—	—	—	—	8
10	—	—	—	—	10	10	7	—	2	5	8	7	6	—	—	—	5	—	5	—	—	—	—	—	13	—	5	10	10	10	10	—	—	—	—	7
11	—	10	4	—	—	—	7	—	—	—	10	5	6	—	10	—	7	—	—	3	—	8	—	10	2	7	—	6	10	8	7	—	—	—	6	—
12	—	—	9	—	—	5	6	8	—	5	—	10	4	—	—	—	8	—	8	5	—	—	10	7	8	10	—	10	—	4	10	6	—	—	8	—
13	—	—	8	—	—	10	—	—	—	4	—	8	—	3	—	—	5	—	—	—	7	4	10	10	3	9	—	3	—	—	7	10	—	—	7	—
14	—	2	—	—	—	—	—	—	10	—	—	—	6	—	—	6	4	—	—	6	—	—	10	9	6	—	5	3	1	—	10	1	—	—	7	—
15	—	—	—	10	—	—	2	—	3	8	—	—	—	10	—	—	5	—	—	8	—	—	6	7	—	6	—	10	5	4	8	6	—	—	—	8
Num.	8	14	11	5	11	12	14	13	14	15	16	15	16	11	4	8	17	6	8	20	5	8	10	13	16	14	11	16	11	15	19	11	4	1	10	11
Med.	7,1	6,1	6,5	8,2	6,4	7,7	6,3	6,3	5,0	6,0	7,6	6,4	6,8	6,1	8,2	6,2	7,0	5,0	5,7	5,9	7,8	6,5	5,6	7,8	7,8	7,1	6,9	6,3	4,9	6,6	6,0	6,9	2,2	5,0	6,1	7,5

TAV. III. — LARGHEZZE — Rotazione IV.ª

Data	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200	210	220	230	240	250	260	270	280	290	300	310	320	330	340	350
Lug.																																				
16	5	—	2	—	—	5	3	4	—	2	2	—	—	—	—	—	5	—	—	10	—	2	4	—	—	8	5	8	1	2	—	—	4	—	—	4
17	5	4	—	—	—	—	2	2	5	7	—	3	3	—	—	—	8	—	—	10	—	—	4	—	6	10	—	—	5	—	3	—	—	—	5	—
18	—	3	—	—	—	4	4	1	4	7	1	—	3	—	—	—	7	—	—	7	—	—	—	6	—	3	7	—	1	—	4	—	2	—	8	7
19	3	2	—	—	—	5	5	10	4	8	1	2	4	—	—	—	5	—	—	—	4	—	—	3	8	8	—	—	8	—	—	—	8	—	8	—
20	—	5	—	—	10	—	5	—	8	5	10	8	5	—	—	—	—	8	3	—	5	—	—	—	8	10	3	1	—	2	—	—	10	6	—	8
21	—	10	—	—	—	—	—	5	—	—	1	3	6	3	—	—	—	8	—	4	—	—	—	6	6	—	—	—	—	—	8	6	5	—	—	6
22	—	5	8	—	—	—	4	8	3	—	3	—	—	—	—	2	—	4	6	5	—	—	—	—	10	—	—	—	3	5	—	5	10	—	—	8
23	—	5	4	—	—	—	8	7	10	—	5	3	5	8	—	—	—	5	7	—	5	—	—	10	8	3	—	—	5	—	2	—	—	5	—	5
24	—	7	4	—	—	—	8	10	10	5	2	—	—	5	—	3	—	4	—	7	—	6	—	8	2	10	—	—	—	5	—	8	6	—	5	—
25	—	5	—	—	—	7	10	10	10	1	—	6	5	7	5	—	10	5	7	—	5	—	—	2	—	—	8	7	—	—	—	3	8	—	—	10
26	—	—	—	—	—	10	—	10	—	3	—	5	2	—	—	—	—	10	5	—	—	—	6	2	—	—	—	7	—	—	3	—	4	—	—	—
27	4	—	4	—	4	—	10	8	3	2	—	—	10	—	—	—	—	8	2	2	—	—	—	—	3	8	2	—	—	—	—	—	3	—	—	8
28	—	3	—	2	—	6	2	5	3	—	—	8	7	4	—	—	4	—	4	4	—	—	—	—	—	10	10	—	—	10	—	6	—	—	—	3
29	—	3	—	—	—	—	2	5	5	3	—	—	8	4	—	—	4	1	—	3	1	—	—	—	—	8	5	—	10	—	—	3	—	—	—	8
30	—	—	—	—	—	2	—	—	5	—	2	2	4	—	—	5	2	4	2	5	—	—	—	—	10	—	—	2	8	—	7	—	—	—	—	6
31	—	—	—	—	—	10	—	—	—	—	8	2	2	4	—	—	5	6	—	10	—	—	4	—	5	—	—	—	2	—	6	—	—	—	—	—
Giug.																																				
1	—	—	—	—	3	2	4	—	3	—	—	6	3	—	5	—	—	3	—	6	—	—	—	4	8	7	—	—	—	—	5	—	3	—	4	—
2	—	—	—	—	10	—	3	2	6	—	2	—	3	—	—	—	—	3	—	6	—	—	—	6	7	10	5	—	4	10	—	—	—	—	—	5
3	—	8	—	—	5	6	—	7	—	—	—	4	8	5	—	—	5	—	4	10	—	—	2	4	5	10	2	3	4	5	—	—	—	—	—	—
4	10	—	—	6	10	2	—	6	—	—	—	—	3	5	—	—	—	5	10	—	—	—	5	—	—	5	—	—	3	3	—	—	—	—	—	—
5	—	10	—	—	6	6	8	4	5	—	—	—	9	—	—	—	2	2	5	—	—	—	—	—	6	10	—	3	2	—	6	—	6	—	—	3
6	4	—	—	5	8	—	6	8	10	8	—	7	4	5	—	—	10	—	—	10	—	—	5	—	10	—	10	—	6	10	—	—	—	—	8	—
7	—	—	—	10	—	4	7	—	—	3	—	3	—	2	—	6	—	—	3	10	—	—	4	4	—	7	5	3	4	10	10	6	—	—	—	2
8	—	5	10	5	—	3	5	—	—	8	8	2	—	2	—	—	5	—	—	8	—	—	—	5	7	—	8	9	5	10	4	—	—	—	5	8
9	—	—	—	—	—	10	—	10	—	3	6	—	6	—	5	—	3	—	—	8	—	—	10	—	7	—	—	8	—	10	7	—	—	—	4	1
10	—	—	—	—		—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
11	—	2	—	7	—	10	8	10	4	—	10	5	—	—	—	10	5	—	—	—	6	—	10	10	10	—	8	—	—	7	—	6	—	—	—	6
12	1	—	—	—	4	7	—	—	—	—	10	8	—	—	—	—	6	—	—	10	—	—	8	—	—	6	—	8	4	7	—	5	—	—	7	—
Num.	7	15	6	6	9	17	19	20	17	14	15	17	20	12	3	5	16	15	12	19	6	2	11	13	18	17	13	11	17	14	12	9	12	2	9	17
Med.	4,6	5,1	5,3	5,8	6,6	5,8	6,0	6,6	5,8	4,6	4,7	4,5	5,0	3,6	5,0	5,2	5,4	5,1	4,8	7,1	4,3	4,0	5,6	5,4	7,0	8,4	6,0	5,4	4,4	6,9	5,4	5,3	5,8	5,5	6,0	5,8

TAV. IV. FACOLE — ROTAZIONE III.ª

Data	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200	210	220	230	240	250	260	270	280	290	300	310	320	330	340	350
Giu.																																				
19	—	—	—	—	—	6	10	6	—	—	10	8	—	—	—	3	—	—	—	—	—	—	8	10	10	8	—	—	10	—	—	—	—	—	—	—
20	—	—	—	—	—	9	10	3	—	5	3	7	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	5	—	3	4	—	7	6	—	—	—	—	—	—
21	—	—	—	—	—	10	10	2	—	2	10	7	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	10	7	—	6	6	6	2	—	—	—	—
22	—	—	—	—	2	10	10	10	3	8	10	2	3	3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	7	10	4	—	—	6	10	10	3	—	—	—
23	—	—	—	—	—	10	7	8	5	4	10	6	—	3	10	—	—	—	—	—	—	—	—	2	10	4	—	4	3	6	10	4	—	—	—	—
24	—	—	—	—	5	10	9	—	—	4	10	8	—	—	—	—	—	—	—	—	8	—	—	6	10	8	—	4	6	7	—	8	—	—	—	—
25	—	—	—	—	—	6	10	10	—	4	8	8	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	10	10	7	10	10	5	—	—	—	—	—	—
26	—	—	—	—	—	8	7	—	—	—	10	9	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	4	10	7	—	—	6	7	—	—	—	—	—	—
27	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
28	—	—	—	3	10	10	—	2	6	3	10	10	7	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	8	10	—	2	8	—	—	—	—	—	—	—
29	—	—	—	—	—	—	—	—	—	4	7	4	10	6	—	—	—	—	—	—	3	10	2	—	6	6	—	—	—	7	—	—	—	—	—	—
30	—	—	—	1	9	5	4	—	—	—	9	1	10	—	—	—	—	—	—	—	5	4	—	—	10	10	3	—	—	8	—	—	—	—	—	—
Lug.																																				
1	—	—	—	5	3	—	10	10	3	—	7	10	4	8	—	—	—	—	—	—	—	—	—	10	10	7	—	5	10	10	10	3	—	—	—	—
2	—	—	—	—	—	3	10	10	10	8	10	7	—	—	—	9	—	—	—	—	—	—	—	—	8	10	1	5	4	—	—	—	—	—	—	—
3	—	—	—	—	—	7	10	10	7	—	7	10	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3	10	10	10	6	6	5	8	—	—	—	—	—
4	—	—	—	—	—	—	8	10	3	—	6	8	10	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	5	4	4	3	—	3	5	3	—	—	—	—	—
5	—	—	—	—	—	8	10	9	—	—	7	8	10	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	8	9	5	10	4	—	10	4	—	—	—	—
6	—	—	—	—	2	—	6	10	10	1	10	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	9	10	10	2	9	3	—	—	—	—	—	—	—
7	—	—	—	—	5	—	5	10	2	4	4	10	4	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	10	10	6	—	6	10	5	—	—	—	—	—
8	—	—	—	—	—	7	10	5	—	2	10	10	4	—	—	—	—	—	—	—	—	5	10	10	10	7	3	6	10	2	—	—	—	—	—	—
9	—	—	—	—	—	4	4	6	—	1	10	5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	8	10	10	10	5	—	3	4	6	10	—	—	—	—
10	—	6	10	10	10	6	10	10	3	—	4	10	2	5	3	—	—	—	—	—	—	—	—	10	10	8	—	—	6	10	2	—	—	—	—	—
11	—	—	—	—	—	—	10	10	—	—	3	10	5	3	10	—	—	—	—	—	—	—	—	4	5	10	—	—	9	10	—	—	—	—	—	—
12	—	—	—	—	—	8	10	2	—	—	—	10	10	6	4	—	—	—	—	—	—	—	10	10	2	10	1	10	10	6	—	—	—	—	—	—
13	—	—	—	—	—	—	5	7	—	3	1	10	10	5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	4	10	10	2	7	10	5	7	—	—	—	—	—
14	—	—	—	—	4	—	9	3	—	—	8	10	10	1	—	—	—	—	—	—	—	—	2	10	9	—	—	6	10	7	—	—	—	—	—	—
15	—	—	—	7	—	4	10	1	—	5	9	8	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	7	10	10	3	10	6	10	4	2	10	1	—	—	—
Num.	0	1	1	5	9	18	24	22	10	15	25	25	15	10	4	2	0	0	0	0	3	3	7	18	25	25	16	14	23	21	12	8	2	0	0	0
Med.	0,0	6,0	10,0	5,2	5,5	7,2	8,5	7,0	5,2	3,8	7,7	7,8	6,6	4,2	6,7	6,0	0,0	0,0	0,0	0,0	5,3	6,3	6,7	6,8	8,7	8,1	4,5	6,4	6,8	6,4	6,5	6,3	2,5	0,0	0,0	0,0

Data	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200	210	220	230	240	250	260	270	280	290	300	310	320	330	340	350
Lug.																																				
16	—	—	5	6	—	4	10	—	—	—	4	7	—	5	—	—	—	—	—	5	—	—	—	8	10	10	—	—	8	8	—	—	5	—	—	—
17	5	—	—	—	—	4	10	2	—	—	1	10	10	1	—	5	—	—	—	5	—	—	2	9	2	10	1	—	2	—	—	—	—	—	5	—
18	—	5	—	—	—	5	10	10	4	—	6	10	3	—	—	5	—	—	—	5	—	—	—	—	5	3	—	—	7	10	—	—	—	—	—	—
19	5	—	—	—	—	—	5	10	9	1	10	10	10	1	—	5	—	—	5	—	—	4	—	1	10	4	—	9	10	6	—	—	—	—	—	—
20	—	5	—	—	—	—	3	10	2	—	10	10	2	—	5	—	—	—	5	—	—	—	1	10	10	4	—	4	10	10	7	—	—	—	—	—
21	—	5	—	4	2	—	8	9	—	3	10	4	—	—	—	5	—	—	—	5	3	6	3	10	10	4	—	—	3	10	8	—	—	5	—	—
22	—	5	—	—	—	5	8	—	—	—	10	10	—	—	—	5	—	—	—	5	—	—	—	6	3	6	—	—	3	10	1	—	5	—	—	—
23	5	—	—	—	2	10	8	1	4	5	10	10	1	—	5	—	—	—	—	5	—	—	6	4	10	10	1	—	10	6	—	—	—	5	—	—
24	—	—	—	—	—	9	4	3	—	9	6	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	7	2	—	—	5	6	—	—	—	—	—	—
25	—	—	5	—	—	10	2	—	—	8	10	10	8	5	—	—	—	—	—	5	—	—	—	—	8	10	2	—	10	10	—	—	5	—	—	—
26	5	—	—	—	1	10	10	5	—	3	10	5	—	—	5	—	5	—	—	5	—	—	—	10	10	10	—	—	—	—	—	6	6	—	—	—
27	5	—	—	—	8	—	8	10	—	—	4	10	1	—	—	6	—	—	—	—	5	—	—	4	10	10	—	—	8	10	2	—	5	—	—	—
28	—	5	—	1	10	1	8	10	2	7	10	10	10	6	5	—	—	—	—	8	—	—	10	5	10	10	—	7	10	10	—	—	4	—	—	—
29	—	5	—	—	—	—	8	10	10	3	—	2	10	10	10	9	—	—	5	—	—	—	—	1	10	10	—	3	10	10	2	—	5	—	—	—
30	5	—	—	—	—	4	—	6	10	2	9	10	2	2	—	—	—	—	5	—	—	—	2	—	10	10	1	—	10	10	1	5	—	—	—	—
31	—	10	—	—	2	6	7	10	9	—	5	10	6	5	—	—	—	5	5	—	—	—	5	10	10	10	2	—	10	10	10	5	—	—	—	—
Ag.																																				
1	5	—	—	—	1	10	10	7	—	—	—	8	8	—	5	—	—	—	5	—	—	—	—	5	10	10	2	—	2	6	10	—	—	5	—	—
2	5	—	—	—	2	10	10	6	—	—	—	10	10	7	5	—	—	—	5	—	—	—	5	10	6	10	7	—	—	7	10	6	—	—	—	—
3	5	—	—	3	10	10	—	—	—	—	—	8	—	—	—	—	5	—	—	5	—	—	—	10	5	10	6	—	—	7	7	—	—	5	—	—
4	—	—	—	—	—	—	3	10	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3	10	10	4	—	8	2	—	—	—	—	—	—
5	—	5	—	—	6	10	10	10	4	—	3	10	8	—	5	—	—	—	5	—	—	—	10	7	—	10	4	3	10	1	6	—	—	5	—	—
6	5	—	—	—	—	2	10	10	10	2	—	10	2	—	—	—	5	—	—	3	—	—	8	10	10	4	—	1	10	8	—	—	—	—	5	—
7	—	—	5	—	—	—	10	5	—	—	—	7	7	—	—	5	—	—	—	—	—	5	6	10	10	2	—	10	10	10	4	—	—	5	—	—
8	5	—	5	—	—	3	10	9	—	—	6	10	5	—	—	5	—	5	—	—	5	—	8	10	10	—	—	10	10	10	2	5	—	—	—	—
9	—	5	—	—	7	10	2	—	—	—	1	10	10	10	10	4	5	—	—	5	—	—	5	10	10	5	—	8	10	10	10	—	—	5	—	—
10	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
11	5	2	8	—	—	—	—	3	—	—	10	6	10	8	—	—	5	—	—	—	5	—	8	10	7	—	—	—	7	10	10	5	—	—	—	—
12	5	—	—	—	—	—	3	3	—	—	—	5	10	7	—	—	—	—	5	—	—	2	10	6	10	2	—	—	8	3	8	5	—	—	—	—
Num.	13	10	5	4	11	18	24	22	11	10	19	25	20	12	9	10	5	2	9	12	4	4	15	23	26	25	10	9	24	25	16	7	6	7	2	0

SUL TEOREMA DI FAGNANO PER OGNUNA DELLE CURVE CONICHE.

NOTA

DEL PROF. MATTIA AZZARELLI.

1. Siano

$$x = a \operatorname{sen} \varphi\,, \quad y = b \cos \varphi \qquad (1)$$

l'equazioni che determinano la posizione di qualunque punto della ellisse di semiassi a, b. Avremo differenziando

$$dx = a\, d\varphi \cos \varphi\,, \qquad dy = -b\, d\varphi \operatorname{sen} \varphi\,,$$

e quindi per l'arco elementare

$$ds = a\, d\varphi \sqrt{1 - c^2 \operatorname{sen}^2 \varphi} \qquad (2)$$

nella quale

$$c^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}\,.$$

Ciò posto, si rappresenti per h la lunghezza della perpendicolare calata dal centro dell'ellisse sulla normale, o la così detta protangente, avremo generalmente

$$h = \frac{x dx + y dy}{ds}$$

e pel caso della ellisse essa diventa

$$h = \frac{ac^2 \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi}{\sqrt{1 - c^2 \operatorname{sen}^2 \varphi}}$$

la quale differenziata ci dà

$$dh = ac^2 d\varphi \left[\frac{\cos^2 \varphi - \operatorname{sen}^2 \varphi + c^2 \operatorname{sen}^4 \varphi}{(1 - c^2 \operatorname{sen}^2 \varphi)^{\frac{3}{2}}} \right] \qquad (3)$$

Presa la differenza tra la (2), (3) avremo

$$ds - dh = a d\varphi\, (1 - c^2 \operatorname{sen}^2 \varphi)^{\frac{1}{2}} - ac^2 d\varphi \left[\frac{\cos^2 \varphi - \operatorname{sen}^2 \varphi + c^2 \operatorname{sen}^4 \varphi}{(1 - c^2 \operatorname{sen}^2 \varphi)^{\frac{3}{2}}} \right]$$

che ridotta ci dà

$$ds - dh = a d\varphi \frac{1 - c^2}{(1 - c^2 \operatorname{sen}^2\varphi)^{\frac{3}{2}}}$$

e perchè

$$1 - c^2 = \frac{b^2}{a^2}$$

avremo

$$ds - dh = \frac{b^2}{a} \times \frac{d\varphi}{(1 - c^2 \operatorname{sen}^2\varphi)^{\frac{3}{2}}} \qquad (4)$$

Ora è facile provare che il secondo membro della (4) rappresenta un arco della medesima ellisse. A tal fine si dica θ l'angolo che la normale al punto di coordinate x, y forma coll'asse delle ascisse, e quando per ω si rappresenti quello che la tangente al medesimo punto forma dalla parte delle ascisse negative, avremo

$$\operatorname{tang} \omega = \frac{b^2}{a^2} \cdot \frac{x}{y}$$

ma

$$\operatorname{tang} \omega = \cot \theta$$

dunque per le (1)

$$\cot \theta = \frac{b}{a} \operatorname{tang} \varphi \qquad (5)$$

da cui

$$\operatorname{tang} \varphi = \frac{a}{b} \cot \theta$$

che differenziata ci dà

$$\frac{d\varphi}{\cos^2\varphi} = -\frac{a}{b} \cdot \frac{d\theta}{\operatorname{sen}^2\theta}$$

e

$$d\varphi = -\frac{a d\theta}{b} \cdot \frac{\cos^2\varphi}{\operatorname{sen}^2\theta}.$$

Per la (5) abbiamo

$$\frac{\operatorname{sen} \varphi}{a \cos \theta} = \frac{\cos \varphi}{b \operatorname{sen} \theta} = \frac{1}{\sqrt{a^2\cos^2\theta + b^2\operatorname{sen}^2\theta}}$$

dalla quale

$$\operatorname{sen}^2\varphi = \frac{1 - \operatorname{sen}^2\theta}{1 - c^2\operatorname{sen}^2\theta}, \quad \frac{\cos^2\varphi}{\operatorname{sen}^2\theta} = \frac{b^2}{a^2(1 - c^2\operatorname{sen}^2\theta)}$$

onde

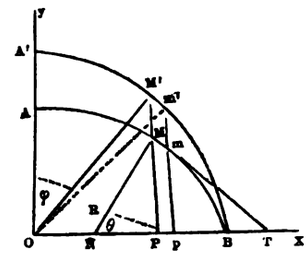
$$d\varphi = -\frac{b}{a}\,\frac{d\theta}{1 - c^2\mathrm{sen}^2\theta}.$$

Sostituiti questi valori nella (4) dopo semplici riduzioni abbiamo

$$ds - dh = -a d\theta(1 - c^2\mathrm{sen}^2\theta)^{\frac{1}{2}} \qquad (6)$$

il cui secondo membro è un arco della medesima ellisse corrispondente alla ampiezza θ, e che diminuisce al crescere di questa, e viceversa: onde se l'ampiezza ha principio dalla estremità A dell'asse minore l'arco principia dalla estremità B dell'asse maggiore.

Dopo ciò dal centro della ellisse si guidi la retta Om' la quale formi coll'asse delle ordinate un angolo θ uguale a quello che coll'asse delle ascisse forma la normale MN, e dal punto m' calata la ordinata $m'p$ questa determina sulla ellisse il punto m il quale corrisponderà all' ampiezza θ valutata a partire dall'asse minore, onde posto $Bm' = ds'$ avremo per analogia colla (2)



$$ds' = -a d\theta(1 - c^2\mathrm{sen}^2\theta)^{\frac{1}{2}}$$

dunque la (4) diventa

$$ds - dh = ds'$$

da cui integrando

$$s - s' = h + C$$

ove la costante C della integrazione è nulla perchè a $\varphi = 0$ corrisponde $s = 0$, $h = 0$, e per la (4) $\theta = \frac{\pi}{2}$ onde $s' = 0$, e così avremo semplicemente

$$s - s' = h,$$

donde la differenza tra due archi ellittici è rettificabile, ed eguaglia la protangente.

2. Nella ellisse i geometri dicono punti associati quei due punti estremi M, m di due archi la cui differenza è rettificabile.

3. Considerando le protangenti ai due punti associati avremo pel punto M

$$h = \frac{ac^2\mathrm{sen}\,\varphi\cos\varphi}{\sqrt{1 - c^2\mathrm{sen}^2\varphi}} \qquad (7)$$

e pel punto m corrispondente alla ampiezza θ, qualora si rappresenti per h_1,

sarà

$$h_1 = \frac{ac^2 \operatorname{sen} \theta \cos \theta}{\sqrt{1 - c^2 \operatorname{sen}^2 \theta}}. \qquad (8)$$

Mai i due punti essendo associati per essi ha luogo la (5), e perciò avremo con tutta facilità

$$\operatorname{sen} \theta \cos \theta = \frac{b \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi}{a(1 - c^2 \operatorname{sen}^2 \varphi)}$$

ed

$$1 - c^2 \operatorname{sen}^2 \theta = \frac{b^2}{a^2(1 - c^2 \operatorname{sen}^2 \varphi)}$$

i quali valori sostituiti nella (8) trovasi

$$h_1 = \frac{ac^2 \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi}{\sqrt{1 - c^2 \operatorname{sen}^2 \varphi}}$$

dunque

$$h = h_1 ,$$

cioè i punti associati hanno le pretangenti eguali, ovvero come suol dirsi, le normali corrispondenti ai punti associati distano egualmente dal centro della ellisse.

4. Il luogo geometrico dell'incontro delle successive tangenti la ellisse nei punti associati è una iperbole confocale alle ellisse data.

Le tangenti l'ellisse nei punti di ampiezza φ, θ sono

$$ay \cos \varphi + bx \operatorname{sen} \varphi = ab , \qquad ay \cos \theta + bx \operatorname{sen} \theta = ab \qquad (9)$$

nella quále x, y sono le coordinate del punto d'incontro delle tangenti.

Perchè i punti di tangenza siano associati deve aver luogo

$$\cot \theta = \frac{b}{a} \operatorname{tang} \varphi \qquad (10)$$

Dalla prima delle (9) si ricavi il valore del coseno, pel quale avremo

$$\cos \varphi = \frac{a^2 by \mp bx\sqrt{a^2y^2 + b^2x^2 - a^2b^2}}{a^2y^2 + b^2x^2} :$$

quindi dedotto il valore del seno avremo

$$\operatorname{sen} \varphi = \frac{ab^2x \pm ay\sqrt{a^2y^2 + b^2x^2 - a^2b^2}}{ay^2 + b^2x^2} :$$

dalle quali

$$\operatorname{tang}\varphi = \frac{a(b^2x \pm y\sqrt{a^2y^2 + b^2x^2 - a^2b^2})}{b(a^2y \mp x\sqrt{a^2y^2 + b^2x^2 - a^2b^2})}.$$

Operando nello stesso modo, coll'avvertenza di prendere i segni contrarii pei seni e coseni dell' ampiezza θ, troveremo

$$\cot\theta = \frac{b(a^2y \pm x\sqrt{a^2y^2 + b^2x^2 - a^2b^2})}{a(b^2x \mp y\sqrt{a^2y^2 + b^2x^2 - a^2b^2})}.$$

Sostituiti questi valori nella (10) si ottiene

$$\frac{b(a^2y \pm x\sqrt{a^2y^2 + b^2x^2 - a^2b^2})}{a(b^2x \mp y\sqrt{a^2y^2 + b^2x^2 - a^2b^2})} = \frac{b^2x \pm y\sqrt{a^2y^2 + b^2x^2 - a^2b^2}}{a^2y \mp x\sqrt{a^2y^2 + b^2x^2 - a^2b^2}}$$

dalla quale deducesi

$$b[a^4y^2 - x^2(a^2y^2 + b^2x^2 - a^2b^2)] = a[b^4x^2 - y^2(a^2y^2 + b^2x^2 - a^2b^2)]$$

che può mettersi sotto la seguente forma

$$b(a^2y^2 + b^2x^2)(a^2 - x^2) = a(a^2y^2 + b^2x^2)(b^2 - y^2)$$

e quindi

$$\frac{x^2}{a^2 - ab} - \frac{y^2}{ab - b^2} = 1 \qquad (11)$$

Se dicasi e_1 la distanza focale in questa iperbole ne risulta

$$e_1^2 = a^2 - b^2$$

la quale è quella stessa della ellisse. Se la iperbole data dalla (11) facciasi coesistere colla ellisse

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \qquad (12)$$

trovasi finalmente

$$x = \frac{a\sqrt{a}}{\sqrt{a+b}}, \qquad y = \frac{b\sqrt{b}}{\sqrt{a+b}}.$$

Questo punto è rimarchevole perchè è quello dal quale hanno principio gli archi ellittici la cui differenza è ancora rettificabile.

5. Si considerino ora i raggi di curvatura dei due punti associati.

Essendo generalmente

$$\rho = -\frac{ds^3}{dx\,d^2y - dy\,d^2x}$$

e per la ellisse avendo

$dx = a d\varphi \cos\varphi$, $d^2x = -a d\varphi^2 \operatorname{sen}\varphi$; $dy = -b d\varphi \operatorname{sen}\varphi$, $d^2y = -b d\varphi^2 \cos\varphi$

sostituendo risulta

$$\rho = \frac{a^2}{b}(1 - c^2 \operatorname{sen}^2\varphi)^{\frac{3}{2}} \qquad (13)$$

e questo pel punto M: ora pel punto m corrispondente all'ampiezza θ, avremo

$$\rho_1 = \frac{a^2}{b}(1 - c^2 \operatorname{sen}^2\theta)^{\frac{3}{2}};$$

ma per le formole di relazione tra le due ampiezze, essendo

$$1 - c^2 \operatorname{sen}^2\theta = \frac{b^2}{a^2(1 - c^2 \operatorname{sen}^2\varphi)}$$

ne siegue essere

$$\rho_1 = \frac{b^2}{a(1 - c^2 \operatorname{sen}^2\varphi)^{\frac{3}{2}}} \qquad (14)$$

La eliminazione di φ tra la (13) e (14) conduce a

$$\rho\rho_1 = ab \qquad (15)$$

dunque i raggi di curvatura corrispondenti ai due punti associati sono in ragione inversa, ed il loro prodotto eguaglia quello dei semiassi.

Dalla (15) ne siegue che se uno dei due raggi di curvatura dei due punti associati venga preso per ascissa e l'altro per ordinata, il luogo geometrico che ne risulta è una iperbole equilatera, il cui semiasse principale è $\sqrt{2ab}$.

6.° Se prendiamo a considerare le normali dei punti associati, essendo generalmente

$$n = \frac{y\,\mathrm{d}s}{\mathrm{d}x}$$

troveremo per M

$$n = b\sqrt{1 - c^2 \operatorname{sen}^2\varphi}$$

e pel punto m

$$n_1 = b\sqrt{1 - c^2 \operatorname{sen}^2\theta}$$

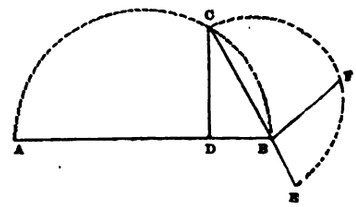
che si muta in

$$n_1 = \frac{b^2}{a\sqrt{1 - c^2 \operatorname{sen}^2\varphi}}$$

dalle quali

$$nn_1 = \frac{b^3}{a},$$

dunque: le lunghezze delle normali corrispondenti ai due punti associati sono in ragione inversa.



Questo risultato ammette una costruzione geometrica facile. Sia difatti $AB = a$, su questo come diametro venga descritta la semicirconferenza nella quale verrà condotta la corda $BC = b$. Si cali quindi la ordinata CD ne risulterà

$$BD = \frac{\overline{AC}^2}{AB} = \frac{b^2}{a}:$$

prolungata la CB in E onde sia $BE = BD$, sopra di CE come diametro descritta la semicirconferenza in essa dal punto B s'inalzerà la normale BF, e questa risulterà essere

$$\overline{BF}^2 = BC \times BE = \frac{b^3}{a}$$

onde

$$nn_1 = \overline{BF}^2.$$

Anche qui noteremo che se una delle due normali la prenderemo per ascissa, e l'altra per ordinata si ha una iperbole equilatera riferita agli assintoti la quale avrà per semiasse $BF\sqrt{2}$.

7. Noteremo ancora che nella ellisse la distanza del piede dell' ordinata dalla normale è proporzionale alla protangente. Abbiamo di fatto

$$PR = PM \cos \theta$$

ovvero

$$k = y \cos \theta = \frac{b^2 \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi}{a\sqrt{1 - c^2 \operatorname{sen}^2 \varphi}}$$

e quindi

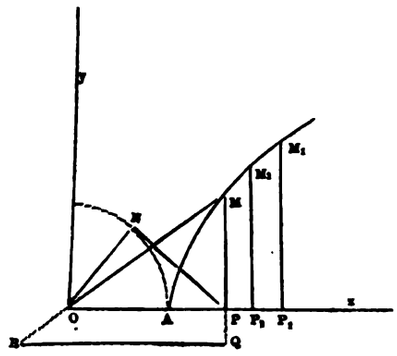
$$k = \frac{b^2}{a^2c^2} h \qquad \text{ovvero} \qquad \frac{k}{h} = \frac{b^2}{a^2c^2}. \qquad (16)$$

Essendo $h + k$ la distanza del centro della ellisse dalla perpendicolare alla tangente guidata pel piede dell'ordinata, ne siegue dalla relazione (16)

$$\frac{h+k}{h} = \frac{b^2 + a^2c^2}{a^2c^2} = \frac{1}{c^2}$$

e se poniamo $h + k = l$ sarà

$$\frac{l}{h} = \frac{1}{c^2}.$$



8. Passiamo ora alla iperbole, e per questa poniamo che per un suo punto M siano OP $= x$, PM $= y$ le sue coordinate, ed AM $= s$ l'arco corrispondente. Le coordinate circolari di questa linea sono

$$x = \frac{a}{\cos\varphi}, \quad y = b \operatorname{tang}\varphi \quad (1)$$

le quali ci danno

$$dx = \frac{a\,d\varphi \operatorname{sen}\varphi}{\cos^2\varphi}, \quad dy = \frac{b\,d\varphi}{\cos^2\varphi}$$

e per la nota relazione tra l'arco e le sue coordinate deduciamo

$$ds = \frac{d\varphi}{\cos^2\varphi}\sqrt{a^2\operatorname{sen}^2\varphi + b^2}\,. \qquad (2)$$

Si consideri ora un altro punto M_1 pel quale siano

$$x_1 = \frac{a}{\cos\theta}, \quad y_1 = b \operatorname{tang}\theta$$

le coordinate, ed $AM_1 = s_1$ l'arco, ed avremo

$$ds_1 = \frac{d\theta}{\cos^2\theta}\sqrt{a^2\operatorname{sen}^2\theta + b^2} \qquad (3)$$

Sommando le (2), (3) otteniamo

$$ds + ds_1 = \frac{d\varphi}{\cos^2\varphi}\sqrt{a^2\operatorname{sen}^2\varphi + b^2} + \frac{d\theta}{\cos^2\theta}\sqrt{a^2\operatorname{sen}^2\theta + b^2} \qquad (4)$$

nella quale porremo

$$\operatorname{tang}\theta = m \cot\varphi \qquad (5)$$

ove m è una quantità da determinarsi : differenziando abbiamo

$$\frac{d\theta}{\cos^2\theta} = -\frac{m\,d\varphi}{\operatorname{sen}^2\varphi}$$

ed ancora

$$\frac{\operatorname{sen}\theta}{m\cos\varphi} = \frac{\cos\theta}{\operatorname{sen}\varphi} = \frac{1}{\sqrt{m^2\cos^2\varphi + \operatorname{sen}^2\varphi}}$$

e quindi

$$\operatorname{sen}^2\theta = \frac{m^2\cos^2\varphi}{m^2\cos^2\varphi + \operatorname{sen}^2\varphi}.$$

Formandoci il composto

$$a^2\operatorname{sen}^2\theta + b^2 = \frac{a^2m^2\cos^2\varphi + b^2m^2\cos^2\varphi + b^2\operatorname{sen}^2\varphi}{m^2\cos^2\varphi + \operatorname{sen}^2\varphi}$$

ed esprimendo tutto in seno troveremo

$$a^2\operatorname{sen}^2\theta + b^2 = \frac{(a^2+b^2)m^2 - [(a^2+b^2)m^2 - b^2]\operatorname{sen}^2\varphi}{m^2 - (m^2-1)\operatorname{sen}^2\varphi}$$

nella quale posta la condizione

$$(a^2+b^2)m^2 - b^2 = 0$$

abbiamo

$$m = \frac{b}{e}$$

e quindi

$$a^2\operatorname{sen}^2\theta + b^2 = \frac{b^2e^2}{a^2\operatorname{sen}^2\varphi + b^2}$$

Fatte le debite sostituzioni nella (4) troviamo

$$ds + ds_1 = \frac{d\varphi}{\cos^2\varphi}\sqrt{a^2\operatorname{sen}^2\varphi + b^2} - \frac{d\varphi}{\operatorname{sen}^2\varphi}\cdot\frac{b^2}{\sqrt{a^2\operatorname{sen}^2\varphi + b^2}} \qquad (6)$$

che può mettersi sotto la forma seguente

$$ds + ds_1 = \frac{d\varphi\,[a^2\operatorname{sen}^4\varphi - b^2(\cos^2\varphi - \operatorname{sen}^2\varphi)]}{\operatorname{sen}^2\varphi\cos^2\varphi\sqrt{a^2\operatorname{sen}^2\varphi + b^2}}.$$

Se al numeratore del secondo membro si aggiunge, e si toglie la quantità

$$a^2\operatorname{sen}^2\varphi\cos^2\varphi$$

esso si muterà in

$$a^2\operatorname{sen}^2\varphi\cos^2\varphi - (a^2\operatorname{sen}^2\varphi + b^2)(\cos^2\varphi - \operatorname{sen}^2\varphi)$$

onde sostituito nella (6) essa prenderà la forma

$$ds + ds_1 = \frac{\dfrac{a^2d\varphi\operatorname{sen}^2\varphi\cos^2\varphi}{\sqrt{a^2\operatorname{sen}^2\varphi + b^2}} - d\varphi\,(\cos^2\varphi - \operatorname{sen}^2\varphi)\sqrt{a^2\operatorname{sen}^2\varphi + b^2}}{\operatorname{sen}^2\varphi\cos^2\varphi}$$

da cui chiaramente apparisce essere

$$ds + ds_1 = d.\frac{\sqrt{a^2\text{sen}^2\varphi + b^2}}{\text{sen}\,\varphi\cos\varphi}$$

la quale integrata ci dà

$$s + s_1 = \frac{\sqrt{a^2\text{sen}^2\varphi + b^2}}{\text{sen}\,\varphi\cos\varphi} + C\,. \qquad (7)$$

Se per determinare la costante si ponesse qui $\varphi = 0$, risulterebbe $\theta = \frac{\pi}{2}$ per la (5), e perciò $x_1 = \infty$ ed $s_1 = \infty$, onde è che prenderemo a considerare quel punto particolare della iperbole il quale corrisponde a $\theta = \varphi$, per cui la relazione (5) pel valore di m determinato diventa

$$\text{tang}^2\varphi = \frac{b}{e}$$

da cui

$$\frac{\text{sen}^2\varphi}{b} = \frac{\cos^2\varphi}{e} = \frac{1}{b+e}$$

e quindi

$$\text{sen}^2\varphi = \frac{b}{b+e}\,, \qquad \cos^2\varphi = \frac{e}{b+e}\,.$$

Dopo ciò, rappresentando per s_2 l'arco corrispondente a questa ipotesi, la (7) si muta in

$$2s_2 = b + e + C, \qquad (8)$$

onde presa la differenza tra le (7) ed (8) risulta

$$s + s_1 - 2s_2 = \frac{\sqrt{a^2\text{sen}^2\varphi + b^2}}{\text{sen}\,\varphi\cos\varphi} - (b+e)$$

il cui primo membro ci dà

$$s_1 - s_2 - (s_2 - s) = M_2M_1 - M_2M$$

e perciò

$$M_2M_1 - M_2M = \frac{\sqrt{a^2\text{sen}^2\varphi + b^2}}{\text{sen}\,\varphi\cos\varphi} - (b+e)\,. \qquad (9)$$

Il secondo membro di questa espressione si compone di due parti, l'una è evidentemente una retta come $b + e$, resta ora che facciamo osservare che pure la espressione trigonometrica è una retta.

Si prenda difatti la lunghezza della normale corrispondente all'ascissa x, od ampiezza φ, ed avremo

$$n = \frac{y\,\mathrm{d}s}{\mathrm{d}x} = \frac{b}{a}\,\frac{\sqrt{a^2\mathrm{sen}^2\varphi + b^2}}{\cos\varphi}:$$

se ora venga congiunto il centro della iperbole col punto M, e si ponga OMP $= \alpha$ si ha

$$\mathrm{tang}\,\alpha = \frac{x}{y} = \frac{a}{b\,\mathrm{sen}\,\varphi}.$$

Si prolunghi dopo ciò la ordinata PM in Q per modo che sia MQ $= n$, e e guidata quindi per Q una parallela all'asse, come QR protratta fino all'incontro col raggio vettore sarà

$$\mathrm{QR} = n\,\mathrm{tang}\,\alpha = \frac{\sqrt{a^2\mathrm{sen}^2\varphi + b^2}}{\mathrm{sen}\,\varphi\cos\varphi}.$$

Dunque il secondo membro della (9) rappresentando una retta, ne siegue che la differenza tra due archi iperbolici è réttificabile.

9. Nella iperbole ancora può dimostrarsi che: Se ai punti associati della iperbole si conducono le tangenti queste col loro incontro danno per luogo geometrico una ellisse confocale. Rappresentando per φ e θ le ampiezze, l'equazioni corrispondenti per le tangenti abbiamo

$$bx - ay\,\mathrm{sen}\,\varphi = ab\cos\varphi\,, \qquad bx - ay\,\mathrm{sen}\,\theta = ab\cos\theta \qquad (10)$$

colle quali deve coesistere

$$\mathrm{tang}\,\theta = \frac{b}{e}\cos\varphi \qquad (11)$$

affinchè i punti corrispondenti della iperbole siano associati.

Dalla prima delle (10) si deducono pel seno e pel coseno

$$\mathrm{sen}\,\varphi = \frac{ab(xy \pm \sqrt{a^2y^2 - b^2x^2 + a^2b^2})}{a^2y^2 + a^2b^2}\,, \qquad \cos\varphi = \frac{a(b^2x \mp y\sqrt{a^2y^2 - b^2x^2 + a^2b^2})}{a^2y^2 + a^2b^2}.$$

Per l'altra ampiezza prenderemo

$$\mathrm{sen}\,\theta = \frac{ab(xy \mp \sqrt{a^2y^2 - b^2x^2 + a^2b^2})}{a^2y^2 + a^2b^2}\,, \qquad \cos\theta = \frac{a(b^2x \pm y\sqrt{a^2y^2 - b^2x^2 + a^2b^2})}{a^2y^2 + a^2b^2}$$

e fatte le sostituzioni nelle (11) giungeremo alla

$$be(x^2y^2 - a^2y^2 + b^2x^2 - a^2b^2) = b^4x^2 - a^2y^4 + b^2x^2y^2 - a^2b^2y^2$$

dalla quale tolto il fattore comune $b^2 + y^2$ si ha

$$be(x^2 - a^2) = b^2x^2 - a^2y^2$$

e quindi

$$b(e-b)x^2 + a^2y^2 = a^2be \qquad (12)$$

che è un ellisse i cui semiassi sono

$$a\sqrt{\frac{e}{e-b}}, \quad \sqrt{be}$$

e per la distanza focale, detta e_1, risulta

$$e_1^2 = \frac{a^2e}{e-b} - eb = \frac{e^3 - be^2}{e-b} = e^2.$$

Il punto in cui questa ellisse (12) incontra la iperbole è dato dalla coesistenza delle due

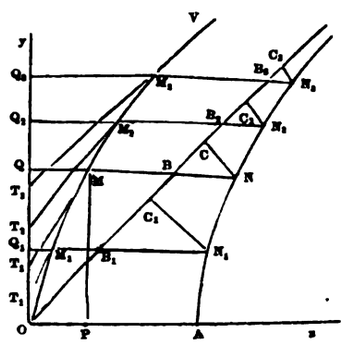
$$b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2, \qquad b(e-b)x^2 + a^2y^2 = a^2be$$

dalle quali si trae facilmente

$$x = a\sqrt{\frac{e+b}{e}}$$

che determina sulla iperbole quel punto dal quale partono gli archi la cui differenza è rettificabile.

10. Riguardo alla parabola ci proporremo quanto siegue:



Sia una iperbole equilatera e sul suo assintoto si prendano tre consecutive ascisse vincolate tra loro dalla condizione, che la compresa sia media proporzionale geometrica tra le altre due, ovvero si prendano quattro ascisse, le quali compongano una proporzione geometrica: si costruisca quindi una parabola che abbia per parametro l'asse traverso della iperbole, ed il vertice al centro di questa, e sieno ambedue queste curve riferite ai medesimi assi coordinati. Se dai tre o quattro punti della iperbole fissati per le coordinate assintotiche si calano le parallele all'asse delle ascisse, queste sulla parabola intercettano archi la cui differenza è rettificabile.

Sia la iperbole equilatera ANN_3 riferita agli assi OX, OY ed abbia per semiasse principale $OA = a$, e per assintoto OC_3, il quale forma un angolo semiretto con OX. Si prendano sull'assintoto le ascisse che primieramente sod-

disfacciano alla condizione

$$\overline{OC}^2 = OC_1 \times OC_2 \qquad (1)$$

Guidate le ordinate assintotiche C_1N_1, CN, C_2N_2 sulla iperbole si hanno tre punti N_1, N, N_2: da queste guidate le N_1Q_1, NQ, N_2Q_2 parallele ad OX, ed immaginata costruita la parabola conica OMV, il cui parametro sia $2a$, verranno in essa troncati due archi M_1M, MM_2 la cui differenza è rettificabile.

Si pongano le seguenti denominazioni:

$$OQ_1 = y_1, \quad OQ = y, \quad OQ_2 = y_2$$

le quali sono simultaneamente ordinate di punti corrispondenti nella iperbole e parabola, mentre le

$$Q_1N_1, \quad QN, \quad Q_2N_2$$

sono le ascisse della iperbole, che per essere equilatera ci dà generalmente

$$QN = \sqrt{a^2+y^2},$$

e qui è bene notare che congiunto Q con A è pure

$$AQ = \sqrt{a^2+y^2}$$

Per la particolare inclinazione dell'assintoto OC_3 è $QB = y$, onde

$$BN = QN - QB = \sqrt{a^2+y^2} - y$$

e quindi

$$BC = \frac{\sqrt{a^2+y^2}-y}{\sqrt{2}}.$$

Per la natura del triangolo OQB essendo

$$OB = y\sqrt{2}$$

risulta

$$OC = \frac{\sqrt{a^2+y^2}+y}{\sqrt{2}}.$$

Con analogo ragionamento troviamo

$$OC_1 = \frac{\sqrt{a^2+y_1^2}+y_1}{\sqrt{2}}, \qquad OC_2 = \frac{\sqrt{a^2+y_2^2}+y_2}{\sqrt{2}}$$

e perciò la condizione (1) espressa in funzione di coordinate diventa

$$(\sqrt{a^2+y^2}+y)^2 = (\sqrt{a^2+y_1^2}+y_1)(\sqrt{a^2+y_2^2}+y_2) \qquad (2)$$

Si consideri ora il punto M della parabola che abbia per ordinata y e per

ascissa $OP = x$, onde la sua equazione sia

$$y^2 = 2ax$$

dalla quale

$$dx = \frac{y}{a}\,dy \qquad \text{e} \qquad ds = \frac{1}{a}\,dy\sqrt{a^2+y^2}$$

la quale integrata così che ad $y = 0$ corrisponda $s = 0$ risulta

$$s_y = \frac{1}{2a}\left[y\sqrt{a^2+y^2} + a^2 \log\left(\frac{\sqrt{a^2+y^2}+y}{a}\right)\right] \qquad (3)$$

e questa rappresenta la lunghezza dell'arco OM: se in tale espressione generale poniamo successivamente y_1, y_2 in luogo delle y troviamo gli archi OM_1, OM_2 pei quali avremo

$$s_{y_1} = \frac{1}{2a}\left[y_1\sqrt{a^2+y_1^2} + a^2 \log\left(\frac{\sqrt{a^2+y_1^2}+y_1}{a}\right)\right]$$

$$s_{y_2} = \frac{1}{2a}\left[y_2\sqrt{a^2+y_2^2} + a^2 \log\left(\frac{\sqrt{a^2+y_2^2}+y_2}{a}\right)\right].$$

Ora se poniamo

$$M_2M = s_2\ , \quad MM_1 = s_1$$

troveremo

$$s_2 = s_{y_2} - s_y = \frac{1}{2a}\left[y_2\sqrt{a^2+y_2^2} - y\sqrt{a^2+y^2} + a^2 \log\left(\frac{\sqrt{a^2+y_2^2}+y_2}{\sqrt{a^2+y^2}+y}\right)\right]$$

$$s_1 = s_y - s_{y_1} = \frac{1}{2a}\left[y\sqrt{a^2+y^2} - y_1\sqrt{a^2+y_1^2} + a^2\log\left(\frac{\sqrt{a^2+y^2}+y}{\sqrt{a^2+y_1^2}+y_1}\right)\right]$$

dalle quali

$$s_2 - s_1 = \frac{1}{2a}\left[y_1\sqrt{a^2+y_1^2} + y_2\sqrt{a^2+y_2^2} - 2y\sqrt{a^2+y^2} + a^2 \log\frac{(\sqrt{a^2+y_1^2}+y_1)(\sqrt{a^2+y_2^2}+y_2)}{(\sqrt{a^2+y^2}+y)^2}\right]$$

e questa per la condizione rappresentata dalla (2) si muta in

$$s_2 - s_1 = \frac{1}{2a}\left[y_1\sqrt{a^2+y_1^2} + y_2\sqrt{a^2+y_2^2} - 2y\sqrt{a^2+y^2}\right]. \qquad (4)$$

Se ora al punto M della parabola s'intende guidata la tangente è facile avvertire che

$$MT = \frac{MQ}{\cos\varphi}$$

essendo φ l'angolo che la tangente forma coll'asse delle ascisse, e perciò

$$MT = \frac{x\,ds}{dx} = \frac{1}{2a}\sqrt{a^2+y^2}\,,$$

dunque

$$s_2 - s_1 = M_1T_1 + M_2T_2 - 2MT \qquad (5)$$

che è una differenza tra semplici rette.

11. Supponiamo in secondo luogo che sia

$$OC_1 : OC = OC_2 : OC_3$$

dalla quale

$$OC_1 \times OC_3 = OC \times OC_2 \qquad (1)'$$

e quando pongasi $OQ_3 = y_3$ ne dedurremo

$$OC_3 = \sqrt{a^2+y_3^2} + y_3$$

onde la (1)' si muta in

$$(\sqrt{a^2+y_1^2}+y_1)(\sqrt{a^2+y_3^2}+y_3) = (\sqrt{a^2+y^2}+y)(\sqrt{a^2+y_2^2}+y_2) \qquad (2)'$$

Se poniamo

$$OM_3 = s_{y_3}$$

avremo

$$s_{y_3} = \frac{1}{2a}\left[y_3\sqrt{a^2+y_3^2} + a^2\log\left(\frac{\sqrt{a^2+y_3^2}+y_3}{a}\right)\right].$$

Per le differenze tra gli archi si pongano

$$s_{y_1} - s_{y_2} = s_1\,, \qquad s_{y_3} - s_{y_2} = s_2$$

le quali in funzione delle coordinate sono

$$s_1 = \frac{1}{2a}\left[y\sqrt{a^2+y^2} - y_1\sqrt{a^2+y_1^2} + a^2\log\left(\frac{\sqrt{a^2+y^2}+y}{\sqrt{a^2+y_1^2}+y_1}\right)\right]$$

$$s_2 = \frac{1}{2a}\left[y_3\sqrt{a^2+y_3^2} - y_2\sqrt{a^2+y_2^2} + a^2\log\left(\frac{\sqrt{a^2+y_3^2}+y_3}{\sqrt{a^2+y_2^2}+y_2}\right)\right]$$

che sottratte ci danno

$$s_2 - s_1 = \frac{1}{2a}\left[y_3\sqrt{a^2+y_3^2} - y_2\sqrt{a^2+y_2^2} - (y\sqrt{a^2+y^2} - y\sqrt{a^2+y_1^2})\right]$$

purchè si tenga conto della condizione (2)'. Dunque la differenza dei due archi M_3M_2, MM_1 è rettificabile mentre equivale alla differenza tra le rispettive quattro tangenti corrispondenti alle quattro estremità degli archi.

12. Per la soluzione degli esposti problemi meritano di essere conosciuti altri metodi che si riscontrano studiando le insigni opere dei nostri geometri italiani che sono preceduti. – Richiamerò qui quello presentato dai Sigg. Riccati e Saladini nelle loro Istituzioni analitiche tomo secondo, procurando di rimarcare quale è il punto in cui questo metodo conviene cogli esposti tanto per la ellisse quanto per la iperbole.

13. Principierò col premettere un lemma che può essere utile per riconoscere quali sono quelle funzioni differenziali la cui integrazione si può far dipendere dagli archi di sezioni coniche.

Si supponga essere z una funzione della variabile principale x, abbiamo evidentemente

$$\mathrm{d}.zx = x\mathrm{d}z + z\mathrm{d}x.$$

Se qui poniamo che la z dipenda algebricamente dalla x per la relazione

$$z = \sqrt{\frac{m + nx^2}{p + qx^2}} \qquad (1)$$

ove m, n e p, q possono avere qualunque segno, purchè la z si conservi reale, avremo ancora

$$x^2 = \frac{m - pz^2}{-n + qz^2}$$

e perciò

$$\mathrm{d}.zx = \mathrm{d}z\sqrt{\frac{m - pz^2}{-n + qz}} + \mathrm{d}x\sqrt{\frac{m + nx^2}{p + qx^2}}$$

dalla quale integrando

$$\int \mathrm{d}z\sqrt{\frac{m - pz^2}{-n + qz^2}} + \int \mathrm{d}x\sqrt{\frac{m + nx^2}{p + qx^2}} = zx + \mathrm{C} \qquad (2)$$

apprendiamo che qualora sappiasi integrare una delle due funzioni differenziali resta pure determinato l'integrale dell'altra.

Qui merita essere notato il caso di

$$p < 0, \quad m < 0,$$

perchè essendo allora

$$\int \mathrm{d}z\sqrt{\frac{-m + pz^2}{-n + qz^2}} + \int \mathrm{d}x\sqrt{\frac{-m + px^2}{-p + qx^2}} = zx + \mathrm{C}$$

le due funzioni differenziali sono della medesima forma, e se fosse

$$n = p, \qquad q = 1$$

si avrebbe

$$\int dz\sqrt{\frac{-m+nz^2}{-n+z^2}}+\int dx\sqrt{\frac{-m+nx^2}{-n+x^2}}=zx+C \qquad (4)$$

le quali sono come le altre della medesima forma, e differiscono soltanto pel valore della variabile dalla quale dipendono.

14. Di quest'ultima formola ne faremo una applicazione alla iperbole per dimostrare il noto teorema che è rettificabile la differenza tra due archi.

Per questa linea abbiamo

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1 \quad \text{e} \quad \frac{dy}{dx}=\frac{b^2x}{a^2y}$$

onde

$$ds=dx\sqrt{1+\frac{b^4x^4}{a^4y^2}}$$

ove esprimendo tutto in funzione della ascissa troveremo

$$ds=dx\sqrt{\frac{-a^2+\frac{a^2+b^2}{a^2}x^2}{-a^2+x^2}}$$

la quale può mettersi sotto la seguente forma

$$ds=dx\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a^2}\sqrt{\frac{-\frac{a^6}{a^2+b^2}+a^2x^2}{-a^2+x^2}}$$

Dal confronto di questa espressione cogli elementi costanti che compongono il primo membro della (4) rileviamo essere

$$m=\frac{a^6}{a^2+b^2}, \quad n=a^2$$

onde essa ci dà

$$\int dz\sqrt{\frac{-\frac{a^6}{a^2+b^2}+a^2z^2}{a^2-z^2}}+\int dx\sqrt{\frac{-\frac{a^6}{a^2+b^2}+a^2x^2}{a^2-x^2}}=zx+C. \qquad (5)$$

Essendo s l'arco corrispondente all'ascissa x abbiamo

$$dx\sqrt{\frac{-\frac{a^6}{a^2+b^2}+a^2x^2}{a^2-x^2}}=\frac{a^2}{\sqrt{a^2+b^2}}ds\ ;$$

e dicendo s_1 l'arco della medesima iperbole corrispondente all'ascissa z, avremo ancora

$$dz\sqrt{\frac{-\frac{a^6}{a^2+b^2}+a^2z^2}{a^2-z^2}}=\frac{a^2}{\sqrt{a^2+b^2}}ds_1,$$

e così la (5) diverrà

$$\frac{a^2}{\sqrt{a^2+b^2}}(s+s_1)=zx+C.$$

Ove C è la costante della integrazione, e per la sua determinazione si potrebbe porre $x=a$ cui corrisponderebbe $s=0$, ma allora, avvertendo essere pel caso attuale

$$z=\sqrt{\frac{-\frac{a^6}{a^2+b^2}+a^2x^2}{a^2-x^2}},$$

risulterebbe $z=\infty$, e quindi $s_1=\infty$, ed è perciò che prenderemo a considerare la ipotesi di $z=x$ cui deve corrispondere $s=s_1$, e perchè quest'arco deve essere noto, mentre per la condizione posta l'ascissa è determinata, così lo designeremo per s_2. Intanto per avere il valore dell'ascissa si ponga l'equazione

$$x=\sqrt{\frac{-\frac{a^6}{a^2-x^2}+a^2x^2}{a^2-x^2}}$$

da cui

$$x^4-a^2x^2=a^2x^2-\frac{a^6}{a^2+b^2}$$

e quindi

$$x^2=a^2\pm\sqrt{a^4-\frac{a^6}{a^2+b^2}}=a^2\pm a^2\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}.$$

E giacchè per valori positivi della x minori del semiasse a non esiste curva, così prenderemo soltanto

$$x=a\sqrt{1+\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}}$$

e per questo valore la (5) diventa

$$\frac{a^2}{\sqrt{a^2+b^2}} \times 2s_2 = a^2 + \frac{a^2 b}{\sqrt{a^2+b^2}} + C$$

che sottratta dalla (5) ci dà

$$s + s_1 - 2s_2 = \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a^2} zx - (\sqrt{a^2+b^2} + b)$$

la quale può mettersi sotto la seguente forma

$$(s_1 - s_2) - (s_2 - s) = \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a^2} zx - (\sqrt{a^2+b^2} + b) \qquad (6)$$

il cui secondo membro è una retta.

15. Noteremo ora che la relazione

$$z = \sqrt{\frac{-\frac{a^6}{a^2+b^2} + a^2x^2}{a^2 - x^2}}$$

corrisponde a quella fra le due ampiezze φ e θ del § (9) perchè se poniamo qui

$$x = \frac{a}{\cos\varphi}, \qquad z = \frac{a}{\cos\theta}$$

troviamo dopo semplici riduzioni

$$\cos\theta = \frac{\operatorname{sen}\varphi}{\sqrt{a^2\operatorname{sen}^2\varphi + b^2}}\sqrt{a^2+b^2}, \quad \operatorname{sen}\theta = \frac{b\cos\varphi}{\sqrt{a^2\operatorname{sen}^2\varphi + b^2}}$$

dalle quali

$$\cot\theta = \frac{e}{b}\operatorname{tang}\varphi.$$

16. Per applicare alla ellisse un processo analogo è utile presentare sotto altra forma il lemma da cui siamo partiti.

Ripreso

$$z^2 = \frac{m + nx^2}{p + qx^2}$$

di qui

$$qz^2x^2 = m + nx^2 - pz^2$$

che differenziata ci dà

$$qzx\,\mathrm{d}.zx = nx\,\mathrm{d}x - pz\,\mathrm{d}z$$

e quindi

$$q\mathrm{d}.zx = n\frac{\mathrm{d}x}{z} - p\frac{\mathrm{d}z}{x}$$

nella quale sostituiti i soliti valori per z ed x avremo

$$q\mathrm{d}.zx = n\mathrm{d}x\sqrt{\frac{p+qx^2}{m+nx^2}} - p\,\mathrm{d}z\sqrt{\frac{-n+qz^2}{m-pz^2}}$$

e fatto qui $n < 0$, $q < 0$ avremo

$$q\mathrm{d}.zx = n\mathrm{d}x\sqrt{\frac{p-qx^2}{m-nx^2}} + p\mathrm{d}z\sqrt{\frac{n-qz^2}{m-pz^2}}$$

la quale può mettersi sotto la seguente forma

$$q\mathrm{d}.zx = \mathrm{d}x\sqrt{\frac{np-nqx^2}{\frac{m}{n}-x^2}} + \mathrm{d}z\sqrt{\frac{np-pqz^2}{\frac{m}{p}-z^2}}$$

e supposto $p = n$ ne risulta

$$q\mathrm{d}.zx = \mathrm{d}x\sqrt{\frac{n^2-nqx^2}{\frac{m}{n}-x^2}} + \mathrm{d}z\sqrt{\frac{n^2-nqz^2}{\frac{m}{n}-z^2}}$$

ed integrando

$$\int\mathrm{d}x\sqrt{\frac{n^2-nqx^2}{\frac{m}{n}-x^2}} + \int\mathrm{d}z\sqrt{\frac{n^2-nqz^2}{\frac{m}{n}-z^2}} = qzx + \mathrm{C} \qquad (1)$$

17. Stabilita questa formola generale per applicarla alla ellisse si trovi la espressione del suo arco elementare, il quale, come è noto, è dato dalla coesistenza delle

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \qquad \mathrm{d}s = \mathrm{d}x\sqrt{1+\frac{\mathrm{d}y^2}{\mathrm{d}x^2}}$$

dalle quali dopo semplici trasformazioni si deduce

$$\mathrm{d}s = \mathrm{d}x\sqrt{\frac{a^2-\frac{e^2x^2}{a^2}}{a^2-x^2}} \qquad (2)$$

ove nel caso attuale per l'applicazione della (1) dobbiamo notare che

$$z = \frac{a\sqrt{a^2-x^2}}{\sqrt{a^2-\frac{e^2x^2}{a^2}}} \qquad (3)$$

Dopo ciò nella (1) si faccia

$$n = a\,, \quad nq = \frac{e^2}{a^2}\,, \quad \frac{m}{n} = a^2$$

dalle quali

$$q = \frac{e^2}{a^3}\,,$$

e così otteniamo

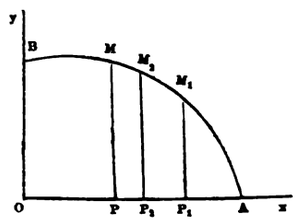
$$\int dx \sqrt{\frac{a^2 - \frac{e^2 x^2}{a^2}}{a^2 - x^2}} + \int dz \sqrt{\frac{a^2 - \frac{e^2 z^2}{a^2}}{a^2 - z^2}} = \frac{e^2}{a^3}\, zx + C$$

la quale ci dà

$$s + s_1 = \frac{e^2}{a^3}\, zx + C \qquad (4)$$

ove C è la costante della integrazione, e per determinarla porremo per maggior chiarezza

$$OA = a\,, \quad OB = b$$



e che all'ascissa $OP = x$ corrisponda l'arco $BM = s$, mentre all'altra ascissa $OP_1 = z$ corrisponde l'arco $BM_1 = s_1$.

Ora è chiaro che per $x = 0$ è $s=0$, ma per l'altra ascissa abbiamo (3) $z=a$ è perciò il valore dell'arco corrispondente è $s_1 = BMA$, cioè il quadrante ellittico, onde la (4) si muta in

$$BMA = C$$

che sostituito risulta

$$s + s_1 - BMA = \frac{e^2}{a^3}\, zx$$

la quale può prendere due differenti forme

$$s - (BMA - s_1) = \frac{e^2}{a^3}\, zx\,, \qquad s_1 - (BMA - s) = \frac{e^2}{a^3}\, zx$$

dalle quali

$$BM - AM_1 = \frac{e^2}{a^3}\, zx \qquad (5)$$

$$BM_1 - AM = \frac{e^2}{a^3}\, zx \qquad (6)$$

La determinazione della costante può ancora effettuarsi nel modo seguente. Si consideri quella porzione di arco del quadrante ellittico pel quale le due ascisse x, e z divengono eguali. L'aquazione di relazione (3) diventa allora

$$a^2x^2 - \frac{e^2 x^4}{a^2} = a^4 - a^2x^2$$

dalla quale

$$x^4 - 2\frac{a^4}{e^2} x^2 + \frac{a^6}{e^2} = 0$$

che facilmente ci dà, tenendo conto del solo valore accettabile che deve essere minore del semiasse maggiore,

$$x = \frac{a\sqrt{a}}{\sqrt{a+b}}$$

e supponendo che questo punto sia M_2 si faccia $BM_2 = s_2$, ed avremo per la (4)

$$2s_2 = a - b + C \qquad (7)$$

onde

$$s + s_1 - 2s_2 = \frac{e^2}{a^3} zx - (a - b)$$

che può essere posta sotto la seguente forma

$$(s_1 - s_2) - (s_2 - s) = \frac{e^2}{a^3} zx - (a - b)$$

ovvero

$$M_2M - M_2M_1 = \frac{e^2zx}{a^3} - (a - b) \qquad (8)$$

ove il secondo membro è una retta.

18. Per ravvicinare questo metodo all'altro basta provare che la relazione (3) posta tra le ascisse equivale alla (5) del paragrafo (1). Siano φ e θ le ampiezze corrispondenti alle sue ascisse x, z avremo

$$x = a \operatorname{sen} \varphi, \quad z = a \operatorname{sen} \theta$$

e per questi valori la (3) si muta in

$$\operatorname{sen} \theta = \frac{a \cos \varphi}{\sqrt{a^2\cos^2\varphi + b^2\operatorname{sen}^2\varphi}}$$

da cui deducesi

$$\cos \theta = \frac{b \operatorname{sen} \varphi}{\sqrt{a^2\cos^2\varphi + b^2\operatorname{sen}^2\varphi}}$$

onde

$$\cot\theta = \frac{b}{a}\tan\varphi$$

che è la medesima relazione (5).

19. Prima di porre termine alla presente nota aggiungeremo che il valore della $x = \frac{a\sqrt{a}}{\sqrt{a+b}}$ ottenuto al §. 17 coincide con quello corrispondente alle empiezze eguali § (17), ed ancora proveremo che:

Il rettangolo fatto coi raggi vettori corrispondenti a quel punto del perimetro della ellisse dal quale hanno principio comune gli archi di differenza rettificabile è uguale al rettangolo dei semiassi.

Il raggio di curvatura corrispondente al medesimo punto è medio proporzionale geometrico tra i due raggi di curvatura dei punti associati.

Abbiamo difatti per primo, notando con r, r_1 i raggi vettori che partono dai fuochi

$$rr_1 = a^2 - \frac{e^2x^2}{a^2};$$

ma essendo

$$\frac{x^2}{a^2} = \frac{a}{a+b}$$

ne risulta

$$rr_1 = a^2 - a(a-b) = ab \qquad (9)$$

Pel raggio di curvatura abbiamo per qualunque punto della ellisse

$$\rho = \frac{a^2}{b}\left(1 - \frac{a^2-b^2}{a^2}\,\frac{x^2}{a^2}\right)^{\frac{3}{2}}$$

e sostituito qui il valore di $\frac{x^2}{a^2}$ otteniamo

$$\rho^2 = ab$$

onde il raggio di curvatura nel punto particolare della ellisse dato da

$$x = \frac{a\sqrt{a}}{\sqrt{a+b}}, \quad y = \frac{b\sqrt{b}}{\sqrt{a+b}}$$

è medio proporzionale geometrico tra i semiassi, e fra i corrispondenti raggi vettori. Notando però con ρ_1, ρ_2 i raggi di curvatura dei punti associati abbiamo § (15) $\rho_1\rho_2 = ab$ dunque $\rho^2 = \rho_1\rho_2$.

SULLA INDIPENDENZA DEI FENOMENI D'ENDOSMOSI DALLA ELETTRICITA' COMUNICATA AI LIQUIDI SEPARATI DA DIAFRAMMI POROSI.

NOTA

DEL P. F. S. PROVENZALI.

La parte non piccola che i fenomeni d'endosmosi hanno nelle principali funzioni dell'organismo mi ha fatto credere, che sarebbe cosa utile il determinare per via di sperimenti se quei fenomeni sieno modificati dall'elettricità comunicata ai liquidi fra i quali si opera l'endosmosi. A fine per tanto di richiamare l'attenzione de'fisici sopra un soggetto che può avere dell'interesse nelle applicazioni fisiologiche dell'elettricità, esporrò all'accademia i risultati di alcune sperienze che ho fatto in questa materia.

Quanto all'elettricità statica il quesito si riduce a cercare se l'attitudine de' liquidi ad attraversare le sostanze molto porose soffra delle variazioni quando i liquidi si mantengono costantemente elettrizzati. In tale ricerca mi sono valuto ora di membrane animali, ora di que'vasi di terra argillosa che si adoperano a separare i liquidi nelle pile, e per sorgente di elettricità ho scelto una piccola macchina elettrica a doppia elettricità. Esplorato diligentemente il peso perduto in un tempo determinato da un liquido contenuto in un diaframma poroso tanto nel caso che il liquido rimaneva nello stato naturale, come nel caso che era tenuto elettrizzato di elettricità positiva o negativa, ho trovato che, a parità di temperatura e dell'altre circostanze, la diminuzione del peso è sempre maggiore nel liquido elettrizzato, e tanto maggiore quanto è più forte la tensione dell'elettrico. Ma da ciò non possiamo immediatamente dedurre che nei liquidi elettrizzati sia maggiore l'attitudine ad attraversare le sostanze porose, perchè la più grande perdita di peso può anche dipendere dalla più pronta evaporazione del velo liquido elettrizzato che bagna le pareti del vaso similmente elettrizzato (1). Ho quindi messo il vaso

(1) L'azione dell'elettricità statica sulla evaporazione de'liquidi non so che siasi mai da alcuno attentamente studiata. Pensando io che il psicrometro sarebbe uno strumento adattato per tentare questo studio, dopo avere isolato dal terreno un psicrometro, ne ho messa l'acqua in comunicazione col conduttore di una macchina elettrica. Cominciata l'azione della macchina, il termometro bagnato assai presto ha dato segno di raffreddamento, anche quando il bulbo di quel termometro era difeso nel miglior modo possibile dall'agitazione cagionata dall'elettrico nell'aria, e la distanza dal psicrometro alla macchina oltrepassava un metro. Con una piccola macchina elettrica

poroso in un vaso di vetro contenente anche esso un liquido atto a mescolarsi col primo. Il mescolarsi dei due liquidi attraverso il diaframma poroso è avvenuto sempre nello stesso modo, e colla medesima energia, o fossero i liquidi elettrizzati o nol fossero. Così p. e. avendo posto dell'acqua stillata nel vaso esteriore ed una soluzione di zucchero nel diaframma poroso, il peso di questa, finchè si mantenne abbastanza concentrata, crebbe di circa $0^{gr.},6$ all'ora tanto nel caso che i liquidi rimanevano allo stato naturale, come nel caso che comunicavano col conduttore positivo o negativo della macchina elettrica in azione. Possiamo dunque conchiudere che l'elettricità statica è senza influsso nei fenomeni di endosmosi, come lo è negli affini de'tubi capillari; essendo cosa certa che la prontezza con cui salgono, e l'altezza a cui ascendono i liquidi nei tubi capillari, come anche la quantità di liquido che in un certo tempo esce da un sifone capillare (1) sono del tutto indipendenti dallo stato elettrico de'liquidi medesimi.

---

in soli 5 minuti primi ho più volte ottenuto nel termometro bagnato il raffreddamento di un grado; altre volte per ottenere lo stesso effetto ci sono voluti 10 e più minuti. Tali differenze di tempo hanno per causa principale la diversa tensione dell'elettrico; ma qualunque sia questa tensione quando l'aria circostante al psicrometro comincia ad essere elettrizzata, l'abbassamento del termometro bagnato procede molto più lentamente. Ho sostituito nel psicrometro all'acqua l'alcool ed altri liquidi più volatili, il termometro bagnato da questi liquidi si abbassava quando venivano elettrizzati, ma l'abbassamento prodotto dall'elettricità non fu mai maggiore che coll'acqua, anzi per lo più assai minore; probabilmente perchè nei liquidi molto volatili il disperdimento dell'elettrico è più copioso che nei meno volatili; epperò a parità di carica comunicata la tensione elettrica deve essere minore in quelli che in questi. Ad ottenere l'aumento di evaporazione non è necessario che il liquido del psicrometro sia messo in comunicazione col conduttore della macchina elettrica, basta solamente collocare il psicrometro nell'atmosfera elettrica del conduttore medesimo. Se il psicrometro è in buona comunicazione col terreno l'elettricità indotta promuove l'evaporazione e fa abbassare il termometro bagnato talvolta non meno di quando il liquido riceve l'elettrico dalla macchina. Che se il psicrometro sia bene isolato dal terreno, l'effetto prodotto dall'elettricità d'influsso suole essere minore specialmente quando venga interposta una lastra di vetro fra il psicrometro ed il conduttore inducente. È dunque un fatto abbastanza provato che l'elettricità statica promuove l'evaporazione, e che i corpi bagnati più prontamente si asciugano, e per conseguenza più si raffreddano se vengono elettrizzati. Ma si può dubitare se questo sia un effetto immediato dell'elettrico ovvero dell'agitazione che l'elettrico produce nell'aria circostante. La differenza notata di sopra fra il psicrometro comunicante col terreno e l'isolato, come anche l'aumento di evaporazione non ostante che il termometro bagnato sia difeso dall' agitazione dell' aria sembrano indicare che l'elettrico, indipendentemente dal movimento che desta nell'aria, cospira colla forza evaporante de'liquidi nell' allontanare le molecole superficiali, e portarle fuori delle loro sfere di attrazione.

Io non credo che l'elettricità indotta dall'atmosfera, tranne forse qualche caso assai raro, possa produrre degli errori sensibili nelle osservazioni che si fanno col psicrometro sullo stato igrometrico dell' aria; contuttociò a togliere ogni dubbio si potrebbero esporre all' aria libera due psicrometri, uno isolato, l' altro comunicante col suolo; dalle cose dette risulta che i due psicrometri non andrebbero d'accordo quando l'elettricità indotta dall'aria o da nubi fortemente elettrizzate fosse capace di accelerare l'evaporazione.

(1) Nei corsi di fisica sperimentale si suol fare l'esperienza detta del *sifone elettrico*, cioè si fa

Vengo adesso all'elettricità dinamica, supponendo sempre che si tratti di correnti elettriche non molto forti, e che non durano un tempo assai lungo, quali sono quelle adoperate nelle applicazioni fisiologiche: in tale ipotesi si può prescindere dalla loro azione chimica e calorifica che sono debolissime. Non è così dell'azione meccanica in virtù della quale le correnti anche deboli trasportano talora nella loro direzione i liquidi attraverso i solidi molto porosi, e per tal modo possono aumentare l'effetto dell'endosmosi o dell'esosmosi; ma non mai, a quanto sembra, impedire tali effetti o anche solo diminuirli. La circostanza che maggiormente influisce sul trasporto prodotto da una corrente elettrica di data intensità è la facoltà conduttrice de'liquidi, la quale quanto è minore tanto è maggiore la quantità di liquido trasportata attraverso il solido poroso. Ciò posto tre casi si possono dare, cioè che i due liquidi fra i quali si opera l'endosmosi sieno ambidue buoni o ambidue cattivi, o uno buono e l'altro cattivo conduttore della corrente elettrica.

Per cominciare dai buoni conduttori, avendo messo nel diaframma poroso dell'acido cloroidrico, e nel vaso esteriore una soluzione satura di sale comune, nelle prime ore dell'esperienza l'aumento dalla parte dell'acido cloroidrico dovuto all'endosmosi era di $1^{gr.},2$ all'ora; fatta passare la corrente elettrica per l'endosmometro (1), l'aumento fu di $1^{gr.},4$ all'ora quando la corrente pel diaframma poroso andava verso l'acido, e di $1^{gr.},1$ quando andava verso la soluzione. Qui si vede apertamente che l'azione della corrente elettrica non impedì l'effetto dell'endosmosi, perchè il peso dalla parte dell'acido continuò a crescere quasi colla stessa rapidità anche quando la corrente elettrica tendeva a trasportare l'acido verso la soluzione. Che poi non sia stato impedito l'effetto dell'esosmosi nella prima direzione della corrente, lo mostrò la presenza dell'acido nella soluzione dopo che la corrente per un ora era andata verso l'acido. Inoltre avendo sostituito alla soluzione di sale l'acqua stillata, e fatta di nuovo passare la corrente per l'endosmometro, l'acqua trattata col nitrato d'argento mi diede un abbondante precipitato di cloruro sì nell'una che nell'altra direzione della corrente.

---

comunicare col conduttore della macchina elettrica l'acqua contenuta in un vaso in cui pesca il braccio più corto di un sifone capillare. Prima che la macchina lavori, dal braccio più lungo del sifone l'acqua esce lentamente e a gocce; messa in azione la macchina si ha un getto continuo, e se l'elettricità è forte molti getti che prendono la forma di un cono. Quando si raccoglie e misura l'acqua in ambidue i casi uscita dal sifone in tempi eguali, per lo più si trova minore la quantità ottenuta colla macchina in azione. Ciò si deve attribuire alla maggiore evaporazione del liquido elettrizzato, ed anche più a quelle piccolissime goccioline, che per la mutua ripulsione vanno a cadere fuori del vaso destinato a raccogliere il liquido. Se il braccio più lungo del sifone si fa terminare in vaso chiuso, le quantità di liquido raccolte in ambidue i casi sono perfettamente uguali.

(1) In questa e nelle sperienze che seguono la corrente fu mantenuta costante per mezzo di un reostata.

I medesimi risultati ho avuto anche quando i liquidi erano cattivi conduttori dell'elettrico, sebbene fosse allora molto più abbondante il trasporto operato dalla corrente. La soluzione di zucchero che per solo effetto di endosmosi coll'acqua stillata cresceva, come già dissi, di circa $0^{gr.},6$ all'ora, sottomessa all'azione di una corrente elettrica diretta dall'acqua verso la soluzione aumentò di $3^{gr.},2$ all'ora, e diminuì di $3^{gr.},3$ rovesciata la direzione della corrente. Prima di rovesciare e dopo rovesciata la direzione della corrente avendo diligentemente pesato due eguali volumi della soluzione di zucchero, trovai che la densità della medesima era diminuita durante la seconda direzione della corrente; d'onde apparisce che l'endosmosi ebbe il suo effetto anche quando la corrente trasportava la soluzione verso l'acqua. Lo stesso avvenne riguardo all' esosmosi nella prima direzione della corrente; poichè fatta evaporare l'acqua che aveva trasmessa la corrente alla soluzione, ebbi per residuo un poco di zucchero.

Finalmente quando i due liquidi fra i quali si fa l' endosmosi sono uno buono e l'altro cattivo conduttore dell'elettrico, se la corrente va dal primo al secondo saremo nel caso de'buoni conduttori, e saremo nel caso de'cattivi se la corrente va dal secondo verso il primo. Tuttociò è confermato dall'esperienza. Una soluzione di gomma arabica che per solo effetto di endosmosi coll'acqua stillata cresceva di $0^{gr.},2$ all'ora, sotto l'azione di una corrente elettrica diretta dall'acqua verso la gomma nello stesso tempo crebbe di $1^{gr.}$ e diminuì di $0^{gr.},5$ nella direzione contraria della corrente. Anche in questa sperienza un poco di gomma si mescolò all' acqua nella prima direzione della corrente, e diminuì la densità della soluzione nella seconda; che è quanto dire l'esosmosi e l'endosmosi ebbero il loro effetto non ostante l'azione contraria della corrente elettrica. Di più avendo fatto succedere alla soluzione di gomma prima dell'albumina, e poi una soluzione di sale comune, fatta nuovamente passare la corrente per un'ora dall'acqua all'albumina, e per un' altra ora dall'acqua alla soluzione di sale, l'acqua trattata nel primo caso col sublimato corrosivo, e nel secondo col nitrato d'argento, mi diede sempre a un dipresso la medesima quantità di precipitato che ne aveva ottenuto dopo tempi eguali senza l'azione della corrente per solo effetto di esosmosi.

Non descriverò le sperienze che ho fatte coi liquidi separati da membrane animali, perchè i risultati furono gli stessi, cioè la corrente elettrica non impedì nè sensibilmente diminuì gli effetti dell'endosmosi ed esosmosi. Sembra dunque dimostrato che le due cause del mescolamento de' liquidi attraverso le sostanze porose, che si possono chiamare *endosmosi chimica* ed *endosmosi elettrica*, operano indipendentemente l'una dall'altra.

RIVISTA DI UN OPUSCOLO DELL'*ARCH. SPIRITO AUBERT*
INTITOLATO

« ROMA E L'INONDAZIONE DEL TEVERE »

CONSIDERAZIONI ED AGGIUNTE STORICO-GEOLOGICHE

DEL PROF. CAV. MICHELE STEFANO DE ROSSI.

L'opuscolo, che ho l'onore di presentare alla nostra Accademia, avendo per solo scopo il confutare i popolari pregiudizi sulle cause delle inondazioni e sui rimedi apparentemente facili da opporre alle medesime, è un riassunto di profondi studi e contiene i germi di utilissime considerazioni, le quali svolte al lume della scienza geologica e della storia possono giovare grandemente a conoscere la natura e le fasi passate ed avvenire del nostro celeberrimo fiume. Quindi è che quantunque, come ho detto, l'operetta dell'Aubert contenga molti utili insegnamenti massime intorno alla quistione delle cause e dei rimedi delle inondazioni, io non ne esaminerò tutta la materia, ma solo chiamerò la vostra attenzione sui punti che mi propongo svolgere e completare. Non occorre poi spiegare come proponendomi io oggi soltanto di annotare un lavoro altrui non intendo in queste aggiunte presentare un trattato completo, ma solo un saggio di studi storico-geologici sul Tevere.

Tre sono i punti che io prescelgo nel predetto opuscolo.

1° Qual sia stata la vera, naturale e primitiva configurazione del suolo di Roma, ora nascosta ed alterata dagli artificiali accumulamenti di macerie, di edifici, di rovine e di pluviali colmature.

2° Il fondo del letto del Tevere si è rialzato non tanto per l'ingombro delle materie scaricate nell'alveo quanto per effetto della protrazione della foce nel mare.

3° L'inondazione in Roma si espande in cinque diversi livelli o laghi, la riunione dei quali in due soli od anche in uno genera correnti precipitose meritevoli d'analisi particolare.

Quanto alla prima ricerca, delle forme cioè originarie del suolo di Roma, l'Aubert fa notare come, oltre il rialzamento del piano a tutti noto, anche le colline abbiano modificato il loro aspetto primitivo. Ed allegando sù ciò l'esperienza dei cavi fatti più volte sulle dolci pendici dei sette colli, trova che essendo le dette pendici per la massima parte composte di scarichi e di rovine addossate a tagli verticali nella viva roccia, dimostrano ad evidenza,

nello stato naturale della vallata aver dominato per ogni dove le rupi a picco. Quindi, egli dice, la valle di Roma avea in origine un aspetto similissimo a quello che tuttora conserva la medesima valle del Tevere nel luogo detto *Saxa rubra,* la Marcigliana e Castel giubileo.

La verità di questo concetto dell' autore noi possiamo verificare ponendo mente ai moltissimi tratti delle colline circoscriventi la valle tiberina, i quali tuttora sono dirupati e verticali. Consideriamo inoltre come ripidi sono e relativamente rari i declivi praticabili colleganti le alture col basso di Roma. Siffatti declivi sono appunto per la massima parte artificiali e di taluno conservasene perfino la storica memoria del taglio, come sappiamo dell' accesso al Quirinale dal Foro Trajano. Ciò posto possiamo così istruiti agevolmente colla immaginazione togliere alla valle di Roma tutto l'ingombro delle sue macerie nel piano e dei suoi addossamenti laterali ai fianchi dei colli, e restituire l'orografia al suo stato naturale e primitivo. Il piano ci rimarrà poco elevato dal livello del Tevere; ci tornerà quindi paludoso, lacustre e anche tutto fluviale ad ogni minima escrescenza. Dai fianchi delle rupi laterali vedremo scaturire allo scoperto quelle tante e sì ricche sorgenti di acqua che sotto i banchi dei tufi scorrono sulla impermeabile marna pliocenica. Le nude rupi ci si mostreranno quasi altrettante sezioni geologiche, nelle quali vedremo come le scaturigini delle acque corrispondano ai seni risultanti dalla ondulazione degli strati marnosi. I quali seni sono gli alvei sotterranei ove si adunano e scendono le acque dagli alti monti circostanti. Tale stato del bacino di Roma, che la mente nostra ricostituisce sui dati delle osservazioni e della scienza geologica, è appunto lo stato descrittoci dagli scrittori tutti per l'epoca di Romolo e della fondazione dell'eterna città intorno a venticinque secoli prima dei giorni nostri.

Ma questo stato, del quale possiamo dire di conoscere quasi l'epoca precisa, era esso stesso l' effetto di altre condizioni anteriori che la geologia addita nello spazio non potendo però assegnar loro un posto nel tempo. Le sponde verticali della vallata e la forma quasi cilindrica delle colline isolate, come il Campidoglio, l'Aventino, il Palatino, sono il risultato della erosione operata dalla grande corrente del Tevere quaternario. Tutti sanno che tanto i depositi quanto le erosioni del gran fiume si trovano fino a trenta metri sopra il medio livello attuale del corso tiberino. Ed è quindi chiaro ed indubitato essere i tagli nelle colline di Roma l'opera di quella massa d'acqua, di cui era ricco il Tevere nell'epoca dai geologi appellata quaternaria. La durata e la distanza di questa epoca dai tempi storici è uno dei più grandi,

difficili ed importanti problemi della scienza. È una quistione creduta quasi insolubile dai geologi, i quali vedono perdersi quel vasto periodo tellurico nella notte impenetrabile di tempi lontanissimi. A sì grave problema e che tocca non una sola regione, ma l' intiero globo terraqueo, non pretendo io oggi parlando di un solo fiume, anzi d'un sol piccolo tratto di esso, tentare una soluzione. Posso però sottoporre al vostro giudizio alcune riflessioni ed alcuni dati finora non avvertiti, che cominceranno a spargere qualche lume sul grande problema, almeno per il suolo romano.

Lasciando per ora da parte la questione della durata del periodo quaternario ossia per noi la ricerca del quanto tempo possa avere impiegato il Tevere nel solcare la valle di Roma, atteniamoci all' indagine della distanza dei tempi, nei quali il gran fiume scorreva maestoso in tutta la larghezza della valle, dall'età in che Romolo venne sulle ripe dell' alveo limitato a proporzioni forse non dissimili dalle attuali. Prescindiamo anche dall'altra questione agitata dai geologi cioè se all'alto livello dei fiumi primitivi abbia contribuito un livello parimenti più alto del mare. Al nostro scopo basta osservare che il Tevere allorchè scorreva nell'intiera vallata senza serpeggiare nel fondo della medesima, qualunque fosse la cadente del suo corso verso il mare, avea l'alveo retto come è retta la valle, quindi dovea fluire più o meno simile a torrente. È facile anche comprendere quanto dovesse essere aumentata la forza della corrente allorquando sopraggiungevano le piene nelle debite stagioni. Sicchè le piene che vediamo giunte fino ai trenta metri sopra l'odierno livello fluviale, sempre erodendo allargarono la valle ossia l'alveo del gigantesco fiume. Questa opera d'erosione diede al bacino la forma dirupata della quale ragioniamo. Sceso poi il Tevere dall'alto suo livello riducendosi a serpeggiare nel fondo della valle, lasciò nelle parti meno depresse della medesima, quegli stagni e laghi sì celebri dei *Velabri*, del lago *Curzio*, della palude *Caprea*, dei *vada Terenti* e mille altri anonimi, i quali tornava ad incorporare alla sua corrente ad ogni escrescenza invernale. Ciò che la fisica c'insegna è pienamente attestato dagli antichi scrittori, i quali espressamente parlano della riunione degli stagni al fiume nelle vaste piene. In tale stato necessariamente mutò la natura del fiume, il quale serpeggiando rallentò il corso e cessò di essere torrente. Nelle piene poi più limitate che nei tempi anteriori potea espandersi, come ora fa nella intiera valle; ed invece di rodere allargando il letto, cominciò l'opera di colmata nelle paludi e la sistemazione ossia l'innalzamento delle nuove ripe. Tale colmatura, che suole essere piuttosto sollecita in siffatte condizioni, era ben lungi dall'essere appena cominciata

all' epoca della fondazione di Roma, quando tutte le paludi erano perfino navigabili. Dunque da poco tempo il fiume avea mutato natura, e non era neanche lontano il tempo in che esso occupava l'intiero letto quaternario.

Questa conclusione intorno alla vicinanza dei due tempi, che scende spontanea dall'esperienza del regime dei fiumi, a me sembra confermata da storiche notizie. È fatto positivo verificato incontrastabilmente che le ghiaje depositate dal Tevere quaternario contengono armi in silice spettanti al periodo più antico dell'epoca della pietra detto l'Archeolitico. Ciò dimostra ad evidenza che l'uomo abitava queste contrade quando il fiume scorreva all'alto livello ed operava le erosioni del bacino di Roma. Non avevamo però finora un dato per conoscere a quale distanza dai tempi storici avessero quivi vissuto tali tribù preistoriche. Da qualche indizio ho io talvolta emesso il parere che quei popoli sieno stati o gli Aborigeni noti nella storia o i loro prossimi antenati. Oggi sembrami potervi dimostrare, che questi popoli furono molto prossimi predecessori dei fondatori di Roma e parlanti l'idioma arcaico latino. La dimostrazione apparisce palesemente dai nomi e dalle notizie del Tevere lasciate dai primitivi Latini, evidentemente alludenti allo stato torrentale, erodente e quaternario di questo fiume, non alla placida e colmatrice sua nuova natura. Primieramente tutti gli antichi storici sono concordi nel ricordarci che prima del nome *Tibris* avea quel fiume il nome di *Albula* : e questo nome a due suoi caratteri riferivasi. L'uno era la bianchezza e limpidezza delle sue acque, l' altro la sua provenienza da Albe montagne cioè coperte sempre o quasi sempre di neve. La bianchezza delle acque lodata nel Tevere contrasta fortemente col luteo suo aspetto e coll' altro celebre suo epiteto di *flavus*. Ma ben s'accorda la limpidezza delle acque colla provenienza da Albe montagne, alludendo ciò chiaramente ad un tempo nel quale le acque del Tevere provenivano direttamente dallo scioglimento dei ghiacci ed in tanta copia da vincere il colore della sabbia. Esso travolgeva più ordinariamente la grossa ghiaja, la quale giova moltissimo a mantenere bianca e spumeggiante l'acqua dei torrenti. Ma ciò non basta : Servio ci avverte che nei libri rituali nei quali si conservavano le più antiche e sacre memorie dei popoli, il Tevere oltre il nome di Albula portava quello di *Serra* cioè sega, attesa la sua singolare forza erosiva e per la medesima ragione era anche detto *Rumon*; parola che nella primitiva lingua latina vale rodente, tagliante. Potrebbe qui farsi una discussione filologica sul valore della parola *rumon*, affine all' altra *ruma* che vale mammella onde fu denominato il *ficus ruminalis*, sotto il quale la favola narra che Romolo e Remo sieno stati dalla lupa allattati. Io

tralascio questa discussione perchè è abbastanza certo secondo i filologi che il *Rumon* appellativo del Tevere procede da parole significanti l'erosione; e piuttosto io sarei per dubitare se le parole affini al Rumon e che si dicono derivate da *Ruma* nei fatti e nei luoghi collegati alle acque del Tevere debbano piuttosto la loro origine al *Rumon* erodente che al *Ruma* mammella (1). Ma chechè sia di ciò, contentiamoci per ora di ragionare sulla sola denominazione *Rumon* attribuita al Tevere primitivo. Non sarà io credo per caso fortuito, che i tre nomi del Tevere nell'epoca ante-romana e ricordatici da scrittori ignari ed improvidi delle nostre scoperte geologiche, siano tre vocaboli così bene appropriati ed alludenti allo stato quaternario e torrentale del Tevere. Anche altri nomi alludono alla medesima facoltà erosiva, come per esempio i *vada Terenti* da *terere* erodere. In somma io concludo che i nomi descriventi lo stato quaternario del Tevere, nella lingua arcaica sì ma latina; e nei tempi incerti sì ma immediatamente precedenti le origini di Roma, possono essere stimati un indizio storico dell'epoca non remota anzi quasi storica da attribuire al declinare almeno dello stato quaternario del Tevere. E tanto più vale quest'argomento storico-filologico, perchè corrisponde all'osservazione puramente fisica prima esaminata; cioè della non operata colmatura degli stagni malgrado la frequenza e grandiosità delle inondazioni ai tempi della fondazione di Roma. Passiamo ora al secondo punto, e vedremo che anche in questo ci avverrà di fare osservazioni che alla presente conclusione si legano e la confermano.

Il secondo punto concerne l'importante ed agitata questione dell'innalzamento dell'alveo del Tevere dall'epoca romana in poi. Tutti sanno che i più accreditati fra gli idraulici, i quali hanno studiato il Tevere, i celebri Gamberini e Chiesa, hanno opinato niun innalzamento essere avvenuto nel livello del fiume da dieciotto o venti secoli. Molti pensano che le macerie, le rovine ed i monumenti rovesciati nel Tevere possano averne ingombrato ed innalzato il fondo. L'autore che seguo ed annoto in questo articolo, appoggiandosi al fatto storico e sottoposto ai nostri occhi della contiuua protrazione della foce, ne deduce per legge idraulica la prolungazione della pendenza e quindi il sollevamento del livello. Questo innalzamento del livello superficiale dell'acqua, data la medesima o forse anche una diminuita portata del fiume, produce inevitabilmente un proporzionale interrimento nel fondo dell'alveo. Alla legge di natura l'autore aggiunge l'esperienza del fatto con parecchie osservazioni sui

(1) Vedi Fabretti, *Glossarium italicum* v. *Ruma, Ruminalis, Rumon, Thybris.*

basamenti dei ponti, sulla luce dell'arco della cloaca massima ed altre. Ma sopra tutto egli constata un fatto importantissimo e da niuno notato finora. Questo è l'innalzamento di tutte le acque correnti sotterra in Roma; di modo che in molti luoghi queste acque hanno già superato il piano della città antica e scorrono sui lastricati delle antiche vie e sui pavimenti degli antichi edifici. Il nuovo livello preso dalle acque sotterranee di Roma corrisponde a cagione della permeabilità del suolo al pelo dell'acqua del Tevere. Quest'argomento, che può dirsi decisivo, non è stato dal nostro autore confermato con osservazioni speciali sulle relazioni fra gli antichi monumenti situati sopra le sponde del fiume e l'attuale livello medio dell'acqua. L'importanza dell'argomento esige che questo confronto quanto più brevemente si può sia fatto (1).

Fino dal 1819 fu scoperto presso il ponte Milvio uno dei cippi terminali delle ripe del Tevere datato dall'anno 697 di Roma. Questo è l'unico monumento di tal genere che sia stato rinvenuto al proprio posto. Or bene esso era situato sì basso che solo nelle estreme magre del Tevere poteva rendersi agevolmente visibile col suo basamento fatto a gradini (2). In altri luoghi l'odierna corrente ordinaria del Tevere viene sulle ripe scoprendo pavimenti in mosaico di edifici, i quali certo non furono costrutti sotto il pelo dell'acqua sì presso al fiume. Altri confronti farei se al giorno d'oggi non possedessimo il più decisivo monumento, che è l'emporio. A questo avea io indirizzato i miei studi, quando seppi che il ch. P. Luigi Bruzza avendo seguìto giornalmente gli scavi, oltre alle indagini archeologiche, ha studiato diligentemente la quistione del livello antico del Tevere; e poichè i suoi dati e le sue conclusioni corrispondono perfettamente a quelli ch'io rinveniva e nell'emporio ed altrove, stimai mio dovere di non preoccupargli il campo, ma lo pregai di comunicarmi in iscritto le sue osservazioni, che volentieri avrei inserito nel mio articolo. Ecco la cortese e dotta risposta.

Signor Cavaliere Collega chiarissimo

Assai di buon grado partecipo alla S. V. quelle poche osservazioni che ho fatto sulla condizione topografica dell'Emporio, le quali avvalorate da quelle ch'ella dedurrà dai principii della

(1) Fea, Notizie del giorno dell'anno 1819 n.° 44.

(2) A questo punto del ragionamento, durante la lettura, il ch. P. Angelo Secchi fece notare in conferma delle osservazioni fatte dall'Aubert nel sottosuolo dell'interno di Roma, come egli abbia avuto ora occasione di studiare un cavo fatto non lungi dal Pantheon nella piazza di S. Macuto, luogo lambito dalla inondazione del Decembre 1870. Il cavo profondato fino a m. 10 e più dal piano della superficie incontrò una antichissima chiavica romana, la quale fu trovata del tútto ostruita e ricolma dalla melma tiberina, ed ora incapace d'esser ripristinata perchè posta al di sotto dell'ordinario pelo dell'acqua del Tevere. È chiaro, che essa non fu costruita sotto il livello del fiume, nel quale dovea scaricare le sue acque.

scienza idrografica possono in qualche modo condurre a conoscere quale fosse anticamente il livello delle acque del Tevere. A questo scopo ne conduce praticamente la scoperta del muro che serviva di argine e di riparo all'Emporio contro alle acque del fiume. Perciocchè essendosi trovato a'piedi del detto muro il ponte di scarico o crepidine, quasi intatto, largo cinque metri, al quale si accostavano le navi e dove si scaricavano i marmi, ed essendo nella parte che confinava coll'acqua recinto da una fascia di travertini larga un metro, si potè chiaramente conoscere che al presente soltanto nelle magre ordinarie di estate il fiume non giunge a coprirlo, e resta anzi al disotto di esso quindici o venti centimetri circa. Cosicchè nei soli mesi di estate potrebbe appena servire oggidì allo scarico delle merci, se, come ebbi occasione di osservare più volte, le pioggie anche di poca durata e specialmente i temporali che si rovesciano sull' Apennino non facessero sì che le acque crescendo facilmente lo ricoprono. Ma osservai pure che se questo piano fosse più alto di mezzo metro potrebbe servire anche al presente per molti mesi dell'anno quasi egualmente che il ponte di Ripa grande, quando cioè il fiume non cresce oltre il suo volume ordinario. Dalle quali osservazioni mi parve che si possa conchiudere che il fiume abbia variato il suo antico livello, ed alzato il suo letto non più di un metro.

Ma giova considerare a quale epoca si riferiscano le esposte osservazioni, e in quali anni sia stato edificato il muro che cingeva l'emporio. Avendo tenuto conto dei massi di marmo che furono trovati deposti sulla crepidine, ne rinvenni uno ch'era segnato colla nota consolare di Glabrione e Tebaniano che congetturai essere stati suffetti del 132 (*Marmi grezzi*, Annali dell'Inst. di Corr. Arch. 1870 p. 156), nel quale anno è certo che già era stato edificato il muro e la crepidine essendosi ivi trovati varii massi di cipollino che avevano segnato il consolato di Augurino del 132. Questo edifizio adunque risale al tempo di Adriano, ma non deve essere ad esso anteriore, perchè la costruzione di reticolato e di larghe fascie che lo framezzano è uniforme ed eguale a quella della Villa Adriana della quale diede un saggio il Canina (*Archit. Romana* Tav. 14. 10). Potendosi adunque determinare che al tempo di Adriano la superficie delle acque ordinariamente lambiva, ma non copriva, almeno per vari mesi dell'anno il piano della crepidine, ne viene pure che il livello medio fosse alquanto inferiore al presente.

L'attenta osservazione dello scavo dell'emporio mi ha condotto ad altre considerazioni che giova accennare. Il muro che dissi essere del tempo di Adriano, non meno che l' arginatura che dalle falde dell'Aventino si estende all' Emporio e prosegue continua, ma coperta dalla sabbia e dalle terre di scarico fino in vicinanza del ponte di ferro, ristrinse il letto del fiume e conferì, io credo, ad alzarne lievemente il livello. Nell'emporio poi si sono avute manifeste prove di tre successivi alzamenti che pure giova considerare. Da principio il luogo dell'emporio (parlo di quello dove si trovarono i marmi) era un'area piana ed aperta senza alcun ricinto che si ritrovava quasi al livello stesso del fiume, e i marmi che in quest'area primitiva si ritrovarono portavano i consolati degli anni 64, 67, 80 e seguenti, e dietro ad essi, che stavano più vicini alla sponda, erano quasi sul medesimo piano collocate ordinate serie di anfore, il che mostra che il luogo dovette essere asciutto per molti mesi dell'anno, perchè altrimenti non si saprebbe comprendere come queste si deponessero in luogo soggetto ad essere coperte dalle acque, e questa minore probabilità di essere allora sopraffatte dal fiume la riferisco alla libertà che aveva il fiume medesimo di poter versare inferiormente sui campi il volume delle sue acque non essendo ancora ristretto dall'angustia di sponde arginate ed alte. Con tutto ciò non è che talora non dovesse venir coperto dalle acque, anzi forse appunto lo spesseggiare dell'inondazione dovette esigere un qualche provvedimento; e si provvide infatti alzando il muro di argine di opera reticolata, dell'epoca che ho sopra indicata, e fu elevato dal piano della crepidine metri 3,50. Allora essendo il suolo tutto ingombro di massi a diversi strati si fece per mezzo ad essi un solco largo quanto bastava alla grossezza del muro, e sollevando quinci e quindi i massi che s' incontravano, quelli degli strati inferiori vennero accumulati sopra quelli dei superiori, lasciando però stare quelli che non rompevano la linea esterna del muro e facendoli servire come di materiale gli compenetrarono dentro di esso. Così avvenne che il muro il quale aveva apparenza di essere largo metri 1,20, in molti luoghi era sottilissimo essendo appoggiato ai massi che non furono tocchi. Compiuto questo lavoro, il luogo, eccetto la crepidine, cessò di essere destinato allo scarico dei marmi, siccome dimostra l'an-

gustia degli accessi ai luoghi interni, la ristrettezza degli scali affatto disadatti al passaggio dei massi e la qualità medesima dell' opera muraria che sarebbe stata rovinata in brevissimo tempo dal traino di enormi pesi. E che il luogo sia stato destinato allora ad altro uso se ne ha una prova apertissima nell' anfora scolpita ed inserita nel muro al principio di uno degli scali per indicare che quivi era l'accesso ai magazzini dei vini o delle merci che dentro alle anfore si trasportavano. Avvenuto questo cambiamento nella destinazione del luogo il piano fu alzato all'altezza del muro di argine, che come dissi è di m. 3,50 sopra la crepidine, e di fatti si ritrovarono poco al disotto del medesimo le chiaviche che conducevano al fiume gli scoli delle acque. Allora avvenne che sopra questo nuovo piano si disposero nuove serie di anfore, che si sono ritrovate ancora al loro posto, e mezzo metro circa al disopra del medesimo piano si alzarono alcuni edifizi i quali in qualche parte poggiavano sopra i massi di marmo che sottostavano accatastati, o sopra il primo strato di anfore che abbiamo detto trovarsi nel primitivo suolo inferiore, senza però che i fabbricatori, come pare, se ne avvedessero, avendo scavato appena per mezzo metro le fondamenta dei muri. Questi edifizii davano a divedere la costruzione usata fra il quarto e quinto secolo, erano murati a volta e dipinti a fascie e riquadri imitanti varie specie di marmi, e in un lato si trovò quasi intatto un larario, donde pare che servissero per abitazioni. Restando pertanto il loro piano quattro metri circa al disopra della crepidine pare altresì che chi vi abitava si tenesse abbastanza sicuro dalle acque nelle piene del fiume, e credo che veramente vi fosse allora minor pericolo atteso la maggiore larghezza del letto non ancora ristretto dagli scarichi, e la depressione delle sponde per cui le acque inferiormente dilagando con molta celerità si diffondevano. I muri degli edifizii sopra accennati si ritrovarono abbastanza solidi, ed ancora ritti ed intatti, il che è indizio certo che non furono abbattuti dalle acque sebbene fossero così presso alla sponda; le sole volte erano crollate, ma per effetto del fuoco, del quale si videro molti indizi, e fra gli altri quello di alcuni massi di marmo calcinati. Avvenuta questa rovina gli edifizi furono riempiti di scarichi, e quindi altri vi si soprapposero per alzare e proteggere le sponde, e fra questi nuovi strati di scarico si trovarono nuovi ordini di anfore disposte in fila poco più di un metro al disotto del piano superiore attuale, il che dimostra che per molto tempo si seguitò ancora a sbarcare e depositare quivi le merci che venivano portate dentro alle anfore. Abbiamo pertanto quivi tre piani diversi, corrispondenti a tre diverse epoche; il primitivo ch'era quasi a livello del fiume, il secondo quando il suolo fu alzato di m. 3,50, il terzo di poco inferiore al presente. Queste osservazioni non si riferiscono soltanto alla parte dell' Emporio che fu scavata, ma ancora a quella che da questo si estende fino presso al ponte di ferro avendo osservato sulla riva avanzi di edifizi a volta i quali non stanno più di due metri sopra il livello delle acque magre di estate, e sarebbe difficile il credere che, qualunque sia stato il loro uso, venissero alzati in quel luogo dove più volte nell'anno sarebbero stati invasi dalle acque, se il livello del fiume non fosse stato ordinariamente minore. Ma nel cercare la spiegazione di questo fatto, parmi che non si debba soltanto tenere a calcolo la maggiore profondità, qualunque si fosse, che allora aveva il letto del fiume, ma eziandio valutare i due fatti sopra accennati, che sono la maggiore larghezza del letto e la notabile depressione delle sponde che davano al fiume la via per ismaltire più facilmente le acque.

Nell'esporre queste osservazioni che mi hanno suggerito le scoperte fatte all'Emporio non ho inteso di fare altro che ubbidire al suo desiderio, e con rispettosa stima mi professo

Di V. S. Ch.ma

Aff.mo e Dev.mo Servo
D. Luigi Bruzza B.a

Ognuno vede quanto importanti e decisive sieno le sagaci osservazioni espostemi della dotta qui riportata lettera del ch. P. Luigi Bruzza. Non solo è evidente all'emporio l'innalzamento di circa un metro nel livello medio del fiume dall'epoca d'Adriano ai giorni nostri, ma è del pari evidente che prevalsa ivi prima la semplice abitudine poi forse la prescritta destinazione del

luogo allo scarico di comestibili, fu necessario allontanarsi dal pelo dell'acqua del Tèvere, che troppo spesso invadeva quell'area anteriormente meno soggetta all' inondazione. I tre successivi innalzamenti del piano dell' Emporio sono tre testimoni d'un gradato crescere dell'invasione del fiume. Questo è il fatto palese all'Emporio. Quanto all'indagine della causa del medesimo, il P. Bruzza inclina ad attribuire una gran parte alla locale mutata condizione dell'alveo, ed alla maggior facilità di spandimento posseduta dal Tevere nella depressione delle ripe verso l'aperta campagna dopo le chiuse dei colli. Questo secondo fenomeno, la cui potenza ed influenza nel regime del fiume sarebbe da discutere, contribuì soltanto a rendere forse meno facilmente accessibile alle piene dell'acqua il piano dell'emporio; nulla però influì sul livello medio ordinario, che dallo studio della crepidine troviamo ora innalzato di circa un metro. Ma di ciò tornerà il discorso nella terza parte di questo ragionamento. Riguardo all'altra concausa della ristretta sezione dell'alveo presso l'Aventino e l'Emporio, la quale, secondo il P. Bruzza, dovrebbe produrre una specie di locali rigurgito, sarebbe anche da discutere se e quale trattenimento potrebbe essa opporre alle acque d'una piena, non mai mi sembra che abbia potuto avere azione costante per elevare il piano della corrente placida ed ordinaria in quel solo punto del corso. Qnindi è chiaro che l' inualzato livello dell' emporio è un fatto indipendente dalle locali condizioni , e ciò è tanto più evidente in quanto che corrisponde all'innalzamento medesimo verificato in altri punti del tronco tiberino in Roma, ed alle osservazioni sul livello delle acque, e delle cloache sotterranee della città (1).

L'innalzamento di circa un metro verificato all'Emporio dall'epoca di Adriano cresce necessariamente per i tempi anteriori e massime per quelli della republica, considerando che già si trovava alquanto più bassa l'area primitiva non recinta dell' emporio, alla quale si sovrappose l'opera reticolata di Adria-

(1) Anche qui il ch. P. Angelo Secchi propose un confronto da verificare però meglio di quello che egli avesse potuto fare soltanto ad occhio. All'illustre interlocutore sembrava che una differenza appunto di circa un metro debba esistere fra la crepidine antica dell' Emporio e la moderna di Ripa grande, le quali ambedue essendo state fissate sull'esperienza del livello medio del Tevere dimostrano che questo era mutato dallo stato antico allorchè fu costruito il porto di Ripagrande. Anche in questo confronto considerando l'altezza maggiore del ponte nelle navi antiche si accresce l'indizio di differenza di livello. L'indagine proposta dal Secchi avrei voluto fare esattamente col livello , ma non avendone avuto agio , ho profittato dell' attuale massima magra estiva per misurare la distanza delle due crepidini dal pelo dell'acqua. Ho trovato quello dell'Emporio distante 40 centimetri e quello del porto di Ripa grande distante m. 1,60. La prossimità dei luoghi non permette di valutare la cadente del fiume fra i due punti maggiore di 5 a 10 centimetri al più, sicchè risulta incirca la differenza fra le due crepidini di poco più del metro calcolato dal Secchi, cioè tra m. 1,25 e 1,30.

no. Inoltre potrebbe anche superare il metro quella stessa dei tempi di Adriano calcolando sulla forma delle antiche navi, le quali solevano avere alto il ponte e per conseguenza approdare piuttosto distante dal pelo dell'acqua. Ma comunque ciò sia è sempre certo, che il livello medio del Tevere dai tempi primitivi di Roma, e segnatamente dai giorni d'Adriano si è innalzato, e che questo innalzamento non è locale ma generale del tronco romano del fiume. Niuno potrà sospettare, io credo, che siffatto innalzamento possa provenire da accresciuta portata del fiume, essendo evidente in vece, come poi anche accennerò, l'avvenuta diminuzione delle acque. Nè del pari sarà da discutere se il sollevamento possa provenire dall'ingombro delle macerie rovesciate nel Tevere. Imperocchè, come accenna anche l'Aubert, la corrente massime nelle piene pulisce il fondo dalle materie asportabili, mantenendolo proporzionale alla propria portata ed alla propria cadente. D'onde discende che nel caso nostro la sola protrazione della foce può esser giudicata causa del sollevamento del livello dell'acqua e del relativo interrimento del fondo. Ed è qui bello vedere come i dati archeologici combinino coi fisici, perchè fatto calcolo approssimativo della differenza fra la posizione della foce presso Torre Bovacciana, quale era ai tempi dell'impero di Settimio Severo, data non molto posteriore all'impero d'Adriano, e la situazione sua attuale, si trova appunto intorno al metro la differenza d'altezza presso Roma del piano inclinato prolungato della corrente.

Il fatto adunque che mi sembra oramai abbastanza verificato dell'innalzamento del livello del Tevere, è in stretta relazione colla protrazione della foce. Ognuno intende che come lo fu per il passato lo sarà del pari per l'avvenire; quindi uno studio speciale geologico e storico della foce tiberina deve illuminarci sulle fasi passate come sulle avvenire del nostro fiume. I geologi conoscono la foce quaternaria del Tevere e ce la mostrano al limite delle colline della Magliana a destra e di Dragoncello a sinistra. Gli storici additano la foce dell'epoca di Anco Marzio al 118 di Roma nel luogo ove quel re fondò la città di Ostia. I moderni ingegneri hanno valutato il progresso della terra dopo quel tempo nei vari periodi storici e nell'odierno e l'hanno trovata annualmente superiore assai ad un metro da Anco Marzio a Settimio Severo e giunta a 9 metri in media annuale nei giorni nostri ad Ostia (1). Niuno però ha messo a confronto nè studiato insieme i dati geologici, gli storici ed i geometrici.

Quali furono le condizioni della foce quaternaria del Tevere e quali i la-

(1) Lanciani, Ann. dell'Ist. di Corr. Arch. 1868, Vol. XL pag. 153.

vori del fiume in quel punto del lido marino? Esaminando la costa tirrena nella regione, ove sbocca il Tevere, e considerandola spoglia degli addossamenti provenienti dal fiume medesimo, la riconosceremo tutta come ora la vediamo a Porto d'Anzio ed a Palo formata di una barriera di colline plioceniche, più o meno tagliate a picco verso il mare e mostranti gli strati orizzontali parimenti verso il mare, inclinati verso terra. Sono dunque quelle colline manifestamente un brano della crosta terrestre ossia una *faglia* aperta ed emersa. Sarà anche facile il comprendere, come questo brano faccia parte del sollevamento della catena litorale mediterranea, la quale sembra interrotta dai monti di Civitavecchia ai colli Lepini, anzi sia la porzione di crosta che dopo operata la fenditura ha emerso mentre l'altra corrispondente rimase sott'acqua. Così concepita l' origine di questa parte del lido, è chiaro che il mare prima di formare le spiagge sottili ha dovuto col tributo delle materie portate dai fiumi colmare le profondità verticali del lido. Ecco adunque l'opera grande del Tevere quaternario alla sua foce. Dovea esso riempire chi sa quale abisso e perciò certamente molto tempo impiegò nel lavoro sott'acqua prima di prolungare le terre laterali alla foce. E quando anche gli accumulamenti poterono far emergere la terra, per lunga pezza dovette mantenere libero il canale della foce che sotto la spinta della molta sua portata e col prossimo profondo nel quale si ripartivano le sabbie trasportate, non permetteva la formazione del delta. Questo fatto geologico che è chiaramente dimostrato dall'esame delle colline della Magliana e di Dragoncello sulla foce quaternaria del Tevere e su tutta la costa tirrena di quei dintorni, fu osservato dagli antichi senza conoscerne la causa. Dice Dionigi d'Alicarnasso che Anco Marzio fondò Ostia all'imboccatura del Tevere come luogo attissimo a ricevere le navi anche assai cariche e soggiunge: « Ognuno sarà giustamente sorpreso » che non si vegga accadere a questo ciò che a molti grandi fiumi avviene » che la foce rimanga chiusa da una barra di sabbia o che errando fra sta- » gni e paludi la corrente si consumi prima di toccare il mare, ma al con- » trario sempre alle navi è accessibile e con una sola foce naturale sbocca, » tagliando i cavalloni delle onde marine (1) ». L'Alicarnassense parlando dei tempi di Anco Marzio evidentemente scriveva colle memorie di quel tempo mentre ai tempi suoi sappiamo dalla storia che non era più tale lo stato della foce del Tevere. Già fin dal 550 di Roma ci narra Tito Livio che vi arrenò la nave che trasportava il simulacro di Pessinunte, e poco dopo il

(1) Lib. III c. 44. La versione italiana è del Nibby.

tempo di Dionigi scavò Trajano la celebre fossa ossia il canale di Fiumicino e costrusse il Porto che fu sostituito ad Ostia divenuta ognora meno atta alla navigazione.

Dalle condizioni geologiche del fondo marino alla foce del Tevere testè descritte, viene anche chiarita la ragione del variare la progressione annuale della terra ferma. Quanto più rimontiamo ne'tempi antichi, tanto meno avanzato dovea essere il riempimento della profondità sottomarina; al contrario nei tempi più recenti e massime ora la preparazione della colmatura sottomarina dee trovarsi avanzata; come infatti sappiamo esistere circa due miglia di basso fondo nella spiaggia di Ostia, dove spesso rompono ed arrenano i poco cauti bastimenti. Ma nell'epoca quaternaria la portata del fiume essendo stata tanto maggiore, e tanto grandi essendo stati i suoi lavori d' erosione lungo il corso della valle, immensamente grande pure dovea essere la quantità della materia che deponeva nel mare. Sicchè la proporzione dovrebbe essere paragonata e studiata fra la foce di Ostia ossia di Anco Marzio con la quaternaria dei colli di Dragoncello e della Magliana. E perchè questo confronto riuscisse più istruttivo, bisognerebbe poter conoscere fino a qual epoca il Tevere abbia sboccato nel mare dalla foce quaternaria. Anche questo dato sembrami potersi cavare dal confronto delle memorie primitive colla topografia e la geologia. Il Canina ha riconosciuto il luogo nel quale Enea fondò la Troja del Lazio. Questo luogo è precisamente la punta più avanzata dei colli di Dragoncello, cioè la riva della foce quaternaria del Tevere. Questa coincidenza fra il luogo *ubi primum constitit Aeneas* che dalle memorie tutte chiaro apparisce essere stato il punto del primo suo approdare nel Lazio e la foce quaternaria del Tevere, ci assegna indubitatamente un epoca approssimativa o almeno un periodo storico, nel quale era tuttora in attività il primitivo e diluviale sbocco del medesimo Tevere. L'arrivo di Enea si calcola avvenuto circa tredici secoli prima dell'era volgare, dunque intorno a quel tempo possiam dire il Tevere avere sboccato dalla foce quaternaria. Questo dato importantissimo per la geologia e per la storia mi corrisponde anche con altri fatti ed altre memorie topografiche relative ai primi passi di Enea nel territorio Laurentino. Questo eroe secondo l'oracolo di Delfo dovea approdare in Italia dove avrebbe trovati due mari (1). I quali infatti trovò dopo disceso a terra nel Lazio, e fra quei due mari fondò Lavinio. Tutti hanno finora creduto, che gli stagni di Ostia sieno stati i mari rinvenuti da Enea.

(1) Sext. Aur. Vict. *Orig. Gent. Rom.*

Ma niuno ha riflettuto, che grandi stagni non aveano allora spazio per esistere, imperocchè la foce del Tevere ed il lido marino erano più vicini ai colli che nel tempo di Anco Marzio. Essendo solo un miglio e mezzo la distanza dai colli di Drangoncello ad Ostia, ed essendo passati tra Anco Marzio ed Enea circa sette secoli, il relitto proporzionale a questo tempo dovea mancare, sicchè non avrebbero mai potuto quegli stagni littorali esser tanto estesi da parere mari distinti dal Tirreno. Che se invece riconosciamo nel sollevamento pliocenico della sponda sopra spiegato una lingua di terra, la quale innalzatasi in forma di cresta o di diga abbia separato le acque, e lasciato dietro se verso terra un grande stagno, e quasi mare interno, distinto dall' esteriore Tirreno, la memoria storico-topografica si accorderà colla struttura geologica della contrada. E qui dovrei verificare sui luoghi le tracce di cosiffatto mare interno ed il come esso scomparve: ossia dovrei entrare in un altro vasto e nuovissimo tema. Per questi cenni basti l'additare la palude Pontina come l' ultima lacinia e traccia di quel mare; il quale nel tratto più prossimo al Tevere scomparve ricolmo dal vulcanismo laziale. L'analisi minuta dimostrerebbe che appunto a Lavinio appariva il doppio mare venendo dalle sponde del Tevere, e così le osservazioni geologiche accrescerebbero fede storica alle vaghe memorie primitive. Ma senz'altro è abbastanza chiaro che l'aver Enea appena sbarcato veduto due mari fra i quali fondò Lavinio ci conferma, che esso approdò alla foce quaternaria del Tevere sotto Dragoncello. Se non temessi uscire dai limiti propostimi potrei convalidare queste osservazioni storico-geologiche sul Tevere ai tempi di Enea, colle memorie simili dell'ingresso di Antenore dall'Adriatico nell'Italia superiore. Anche colà le navi Troiane approdarono alla foce quaternaria del fiume. Ma di ciò pure basti oggi aver dato un cenno, rimettendone la dimostrazione ad altro trattato.

Dai superiori ragionamenti essendo sufficientemente chiaro, che lo sbocco quaternario del Tevere era in attività all'arrivo di Enea, applichiamo questo dato allo studio della cronologica progressione della foce. Troja dista quattro stadi ossia un miglio e mezzo dall'Ostia di Anco Marzio. Altrettanto circa dista da questo punto la torre Bovacciana, dove era la foce ai tempi di Settimio Severo. Poco più poi dista da quest'ultimo punto la torre s. Michele fabricata da s. Pio V nel 1569. Un altro miglio si è slontanato il mare dal secolo XVI. Da Enea ad Anco Marzio corsero circa sette secoli, circa otto e mezzo ne passarono fra Anco Marzio e Settimio Severo, dodici poi e più secoli passarono fra Settimio Severo e s. Pio V. In questi tre periodi la progressione

della foce fu presso che uguale per ciascuno. Grandemente poi aumentò nel periodo moderno, in che raggiunse un altro miglio in soli 300 anni. I due primi periodi furono forse poco dissimili nel tempo, ma dovettero esser diversi nella quantità delle materie trasportate. Dalla foce quaternaria certamente il Tevere come abbiam detto scaricò ingenti masse di detrito, mentre dalla foce di Ostia il fiume ridotto in proporzioni più limitate non potè esser sì ricco di materiali. Ma considerando che il fiume quaternario colmò le profondità della *faglia*, in tutto il bacino, troveremo una chiara ragione che parificò l'effetto dei due primi periodi. Nel terzo periodo poi fra Settimio Severo e s. Pio V si rallenta l'interrimento, perchè l'opera quasi medesima prima fatta in otto secoli, si compie invece nel corso di dodici, ed eccovi fatto sensibile l'effetto dell'impoverita portata del fiume. Nel quarto periodo poi, ossia nell'attuale, sembra risalita la progressione ad un massimo grado. Questa però non è che apparente, perchè cessa d'esser generale in tutta la spiaggia, e si limita al solo punto della foce; ed è precisamente conseguenza della sempre diminuita portata del fiume. Questo ha perduto e perde sempre nella cadente, quindi necessariamente più presto abbandona le sue arene e le accumula tutte presso la foce sul vasto letto o basso fondo preparato già sott' acqua dalle grandi piene quaternarie e dalla corrente più energica perchè meno protratta del tempo passato. Quindi ne risulta il prolungamento della terra ferma più accumulato alla foce e in forma di punta; cosicchè poco materiale produce molto prolungamento locale delle sponde fluviali dentro il mare, ed allunga in vasta scala il corso del fiume. Ciò prepara poi col continuo diminuire della corrente la moltiplicazione delle bocche, la mancanza delle quali era secondo Dionigi il carattere distintivo del Tevere navigabile. Possiamo adunque prevedere che fino a che non si moltiplicheranno le bocche, la foce unica aumenterà a gran passi la sua progressione: e l' innalzamento del livello del fiume in Roma si farà più sensibile di quello che è stato finora.

Questa previsione dell'avvenire deve interessare specialmente a coloro, che si occupano dei rimedi contro l'inondazione del Tevere di Roma: noi ci occupiamo maggiormente di rintracciare la passata storia fisica tiberina. In siffatta ricerca è un grande passo fatto l'aver fissato un periodo storico alla attività della foce quaternaria ed averne spiegato geologicamente le ragioni del variare la progressione della terra nel mare dentro i diversi periodi di tempo. Ora riunendo i dati del primo e del secondo punto di questo ragionamento troviamo d'aver verificato, come nel corso di tempi quasi calcolabili il fiume occupò prima un alto livello nell' intiera valle, (e ciò forse

non continuamente ma intermittentemente) si ridusse poscia a serpeggiare nel fondo della medesima scavando una limitata e profonda fossa, e finalmente tornò ad alzare ed alza tuttora il suo livello. Questa traccia di storia delle fasi del nostro fiume domanda di essere confrontata colla storia delle inondazioni antiche e moderne e colla storia parimenti del clima della regione. Al quale studio ci conduce appunto lo svolgimento del terzo punto promesso della presente rivista.

Prima d' entrare nell' argomento del terzo punto debbo ripetere ciò che da principio ho detto, esser cioè queste mie parole appena un primo saggio di studi storico-geologici. E se tale è stata finora la natura del mio scritto, molto più dovrà esser breve ed appena accennata la trattazione che ora imprendo, la quale per la sua vastità mi trascinerebbe facilmente fuori dei limiti, che mi sono proposto non oltrepassare. Il solo riassumere le altrui ricerche e discussioni sul clima antico di Roma, sarebbe lungo discorso. Quindi io ommettendo l'analisi rigorosa della materia proporrò solo alcune considerazioni, che mi sembrano acconce a completare l'operetta dell'architetto Aubert ed a chiarire la storia del Tevere massime relativamente all'antichità del suo periodo quaternario. L'Aubert fa osservare che l'inondazione in Roma suole provenire da cinque diversi punti e perciò da altrettanti livelli della cadente del Tevere. I quali cinque livelli sono resi più sensibili dai rigurgiti cagionati dai ponti: e sono mantenuti separati in cinque laghi durante l'inondazione da altrettanti rialzi o collicelli esistenti nell'interno della città, collegati agli alti imbocchi dei ponti predetti. Quante volte il livello a cui giunge la piena supera uno o più di questi argini, vediamo formarsi correnti impetuose nell'interno della città. Soprattutto allorchè avviene che l' inondazione sorpassi tutti i rialzi compreso il più elevato, cioè quello che dalle falde della rupe Tarpea sotto il Campidoglio giunge al Tevere sul ponte Fabrizio, la corrente dell'alluvione diviene una sola attraverso tutta la città, e dal ponte Milvio si dirige precipitosa e retta a Ripa grande sotto l'Aventino. Perchè ciò si verifichi, l'inondazione deve sorpassare i diciotto metri d'altezza sul livello del mare. Lo che è ora caso rarissimo, e che non avvenne neanche nella già famosa piena del 1870. Allorchè il fiume supera questo estremo ostacolo, la corrente impetuosa demolisce e rovina i monumenti e le case, massime nel tratto inferiore tra il Campidoglio e l'Aventino, come sappiamo dall' esperienza.

E qui lasciando il nostro autore, prendiamo il filo ch'egli ci mette in mano: lo studio cioè della fusione dei livelli diversi della inondazione, per pa-

ragonare i moderni straripamenti tiberini, cogli antichissimi. Senza occuparci ora se e quante barriere dividevano i laghi delle escrescenze fluviali nella Roma antica, mi basta far notare che l'ultimo cordone ed il più alto, quello cioè dal Campidoglio al ponte Fabricio, esisteva allora come oggidì, od al più stava poco sotto al piano attuale. Ciò è dimostrato non solo dalla piccola distanza che corre fra l'alto piede della rupe Tarpea e la testa del ponte Fabrizio, ma eziandio ne è testimone il teatro di Marcello ivi intermedio poco o nulla sotterrato nel suo basamento. Ed infine quanto poco tutta quella regione di Roma differisca ora di livello dal piano antico, si vide testè e si vede tuttora all'ingresso della chiesa di S. Angelo in Pescheria. Dunque noi possiamo concludere che l'impedimento ora opposto alla formazione della gran corrente alluvionale fra il Campidoglio ed il ponte Fabricio esisteva ai tempi dell'antica Roma circa al medesimo livello che ai giorni nostri. Questo punto fisso io valuto come un idrometro per le antiche inondazioni. Imperocchè è facile intendere come ogni qualvolta le memorie scritte delle antichissime alluvioni ci descrivono i danni recati dalla corrente straripata del fiume nella regione della porta Flumentana, ossia fra il Campidoglio e l'Aventino, noi dobbiamo concludere che la corrente impetuosa si produsse fuori dell'alveo del Tevere superando l'argine predetto e giungendo l'acqua a più che 18 metri d'altezza sopra il livello del mare. Ecco il primo punto di paragone importantissimo coi tempi nostri: perchè questo estremo al quale giunsero appena tre o quattro inondazioni dei secoli recenti era sorpassato quasi ordinariamente negli straripamenti descritti dagli antichi storici della Roma repubblicana e dei primi secoli dell'impero. Non enumero nè cito qui i passi degli scrittori per non dilungarmi, essendo facile ad ognuno il confrontarli, massime negli Annali di Tito Livio. Oltre a ciò se prendiamo ad esame tutti gli altri dati dei luoghi raggiunti dalle inondazioni della Roma antica, troveremo facilmente che esse spessissimo toccarono se non superarono i 20 metri, altezza giammai raggiunta dalle alluvioni moderne. Da queste considerazioni apparisce chiaramente che le antiche alluvioni erano assai più grandiose delle maggiori fra le recenti. Ma crescerà questa persuasione se poniamo mente ad un altro fatto, cioè all'orografia antica del suolo di Roma e della prossima campagna. Già abbiamo trovato notato dal ch. P. Bruzza, che la depressione delle sponde fuori del bacino chiuso dai colli, dovea favorire lo spandimento delle piene sulle pianure, e così facilmente scaricare l'alveo dell'acqua superflua. Oltre a ciò la minor distanza della foce forniva altro mezzo d'uscita sollecita alle grandi

masse di acqua. E finalmente la molto maggiore depressione di tutta la valle di Roma presentava un bacino assai più vasto che oggidì alla dilatazione delle acque. Le quali poi nel loro livello ordinario scorrendo almeno un metro più in basso, come sopra abbiamo verificato, doveano d'un metro più che attualmente sollevarsi per raggiungere le grandi altezze descritte. Dunque veramente furono volumi ingentissimi di acqua quelli, che invasero più volte il piano di Roma antica fino ad altezza mai toccata dalle più formidabili moderne alluvioni.

Passiamo ora ad un altro capo di osservazioni: ed indaghiamo se alla maggior proporzione delle antiche grandi inondazioni rispetto alle moderne corrisponda una maggiore frequenza di questi fenomeni giganteschi. Un critico esame delle statistiche può condurci a scoprire anche questa incognita. Poste in rassegna cronologica tutte le inondazioni che da dati più o meno positivi possiamo valutare avere sorpassato i 14 o 15 metri d'altezza, le troviamo distribuite assai variamente nel corso dei secoli, sicchè sembra a primo aspetto non potervisi sopra basare un ragionamento. E veramente questo non potrebbe esser fatto senza una analisi circa il valore e la quantità delle notizie registrate nella storia; analisi che qui non è luogo da intraprendere. Ma esaminando per ora i due punti estremi della statistica, cioè i tempi moderni ed i lontanissimi, troveremo farsi molta luce sul nostro argomento. Dal 1400 in poi non possiamo dubitare di esser al completo delle notizie. In questo tempo le inondazioni maggiori si distribuiscono nella proporzione di 5 a 6 per ogni secolo, ed il corso di cinque secoli nei quali torna sempre questo numero è un periodo di tempo che mi sembra aver non poco valore per darci un'idea della attuale abitudine del nostro fiume. Ugualmente completo potrebbe essere il periodo dell'epoca romana repubblicana dal 505 al 631 di Roma, se non avessimo perduto qualche anno di notizie. In questo tempo i fenomeni straordinari, fra i quali annoveraronsi le maggiori inondazioni, erano scrupolosamente registrati dai pontefici fra i *prodigi*, che solevano essere esposti con sacrifici (1). Sicchè è cosa certissima che quante vaste inondazioni avvennero in quel secolo, furono consegnate alla storia. Quantunque molte perdite siano state fatte delle memorie di quel tempo così legalmente registrate, pure quanto a noi ne pervenne basta a darci un'idea della statistica completa delle inondazioni del Tevere e della differenza loro coi tempi moderni. Tredici inondazioni tutte delle maggiori e moltissime superanti i 20 metri troviamo notate in quel breve spazio di tempo. La differenza del

(1) Le due dissertazioni da me lette in quest'anno intorno a quest'argomento saranno quanto prima pubblicate.

numero rispetto ai secoli moderni è tanto palese, che non v'è bisogno di ragionamento per mostrare come siffatta differenza corrisponda ad un diverso regime del fiume e ad un diverso stato climaterico della contrada. Infatti sappiamo, che dentro quegli anni medesimi, il Tevere uscì 12 volte dal proprio letto nel solo anno 565. Si noti poi quanto spesso sieno ricordate dagli storici di quei tempi le straordinarie cadute di neve in Roma e quella soprattutto durata in grande spessore per più che quaranta giorni. E nel secolo quinto di Roma il Tevere due volte gelò. Questi fenomeni così concatenati e frequenti nel quinto e sesto secolo di Roma non lasciano luogo a dubitare, che veramente il regime del fiume era allora diverso dal moderno e corrispondente ad un clima più rigido ed umido che lo rendeva assai ricco di acqua. Alla abbondanza dell'acqua può aver contribuito lo stato boscoso del suolo. Ma a me sembra piuttosto per la concatenazione dei fenomeni vedere anche in questo una conseguenza ed un avvicinamento alla natura quaternaria del fiume. Il periodo quaternario non potè certo finire d'un tratto e nulla osta, anzi è ragionevolissimo dopo le conclusioni fatte precedentemente, che le ultime manifestazioni del regime diluviale sieno venute dileguandosi gradatamente in epoche relativamente recenti.

Non mi sembra aver concluso al di là di quello che i fatti ed i confronti mi hanno suggerito. Ed è per me una prova di verità anche la coincidenza delle conclusioni dedotte dall' esame di tre punti diversissimi. Nella prima parte l'orografia del bacino di Roma, lo stato delle sue paludi all'epoca della fondazione della città eterna unitamente all'esame filologico dei nomi primitivi del Tevere, ci hanno indicato una vicinanza del periodo quaternario. Nella seconda parte l'esame della foce trovata nel suo primitivo luogo diluviale in epoca quasi storica, accenna al medesimo fatto. Nella terza finalmente, considerato l'antico regime del fiume nella copia delle sue acque e nella frequenza delle alluvioni collegate ad un clima evidentemente più crudo dell' attuale, non possiamo non riconoscere una ultima manifestazione del predetto stato fisico che scomparisce si, ma si avvicina all'era moderna più forse che non si sarebbe finora osato credere. Dunque veramente il complesso delle osservazioni collima ad una sola conseguenza, che ci rivela il periodo quaternario tiberino non separato dai tempi storici almeno nella sua fine. E tale coincidenza di argomenti diversi mi ha permesso di esporre un così importante e nuovo tema appena per cenni. Il rigoroso ed esteso esame di tutta la materia porrà col tempo il suggello dell' evidenza alle conclusioni e teorie da me qui proposte, che taluno potrà forse ora giudicare troppo ardite.

CORRISPONDENZA

Il Rmo Padre Maestro Girolamo Saccheri dei PP. Predicatori, Prefetto della *Biblioteca Casanatense*, per mezzo di lettera diretta al Segretario in data del 31 Luglio 1871, prega l'Accademia Pontificia de'Nuovi Lincei onde avere la continuazione degli Atti, dal tempo che mantenutone l'onorevolissimo titolo non ha cessato di compilarli.

L' Accademia tenendosi onorata dalla domanda del Rmo Padre Saccheri, ha ordinato al suo Segretario di rimettergli per la *Biblioteca Casanatense* i fascicoli già pubblicati del presente volume, e tutti quelli altri che in appresso vedranno la luce.

Il chmo Barone Prof. Camillo Trasmondo Accademico onorario e rinunciatorio dell'Accademia Pontificia de'Nuovi Lincei, con lettera diretta al Presidente in data del 7 Luglio corrente anno, dichiara di ritirare la data dimissione, e domanda di essere redintegrato nell'antico suo titolo adducendone speciali ragioni.

L'Accademia ha per ritirata la dimissione del Prof. Barone C. Trasmondo.

D. B. Boncompagni, Archivista e Bibliotecario, incaricato dall' Accademia d'inviare i fascicoli de'suoi Atti ai soci corrispondenti ed a varie società scientifiche, presenta le ricevute dei seguenti fascicoli del presente volume indirizzategli dalle persone e società qui appresso indicate.

Fascicoli 1°, 2°, 3° e 4° Imperiale Accademia delle Scienze di Pietroburgo.

Fascicolo 4° Prof. Cesare Bianconi, Prof. Ab. Cav. Francesco Zantedeschi, R. Accademia delle scienze dell'Istituto di Bologna e Società reale di Londra.

Fascicolo 5° Prof. Giovanni Augusto Grunert, Cav. prof. Gaspare Mainardi, Prof. Giuseppe Meneghini, Prof. Serafino Raffaele Minich, Prof. Giuseppe Santini, Prof. Domenico Turazza, Conte Ing.re Guido Vimercati, R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti, Accademia delle scienze di Parigi, Società delle scienze fisiche e matematiche di Bordeaux, R. Accademia delle Scienze di Berlino, Accademia reale di Monaco.

Il detto Archivista e Bibliotecario comunica anche all'Accademia una lettera a lui diretta dal Sig. Professore Giovanni Augusto Grunert in data di « Greifswald 15 Juillet 1871 » nella quale quest' illustre scienziato ringrazia ne'modi più cortesi dei primi tre fascicoli inviatigli del presente volume, ed annunzia ch'egli si propone di fare omaggio all'Accademia dei tomi 53° e seguenti del suo *Archiv der Mathematik und Physik*.

Un esemplare inviato in dono dal prelodato Sig. Grunert del primo fascicolo del tomo 53.° di tale raccolta è presentato dal medesimo Bibliotecario (1).

L'adunanza aperta legalmente alle ore quattro e mezzo pom., fu chiusa alle sei e mezzo.

SOCI PRESENTI A QUESTA SESSIONE

Prof. B. Viale-Prelà, Presidente – Michele Stefano Derossi – T. Armellini – Fortunato Prof. Rudel – Prof. F. S. Provenzali – Prof. M. Azzarelli – R. P. A. Secchi – Prof. F. Regnani – B. Boncompagni – V. Diorio.

OPERE VENUTE IN DONO

1. *Archiv der Mathematik und Physik mit besonderer Rücksicht auf die Bedürfnisse der lehrer an höheren Unterrichtsanstalten — Herausgegeben von* Johann August Grunert — Dreiundfunfzigster Theil. Erstes Heft. Mit vier lithographirten Tafeln. Greifswald C. A. Koch's Verlagsbuchhandlung Th. Kunike, 1871.
2. *Atti del Reale Istituto Veneto di Scienze, lettere ed arti dal novembre* 1870 *all'ottobre* 1871. (Dispensa settima). Venezia 1871.
3. AUBERT (Spirito). — *Roma e l'innondazione del Tevere considerazioni dell'Arch.* Spirito Aubert. — Roma, tipografia delle belle arti, 1871.
4. BONCOMPAGNI (B). — *Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche* (Tomo IV) — Gennaio 1871 contenente il seguente articolo: *Intorno ad una traduzione italiana fatta nel secolo decimoquarto del trattato d' Ottica d' Alhazen, matematico del secolo undecimo, e ad altri lavori di questo scienziato. Nota di* Enrico Narducci.
5. TORTOLINI (Barnaba). — *Sull'intersezione d'una ellissoide con un cilindro ellittico. Ricerche analitiche.* Estratto dagli *Atti dell' Accademia Pontificia de' Nuovi Lincei*, Anno XXIV, Sessione IV.ª dell' 11 Giugno 1871. — Roma, tipografia delle Scienze matematiche e fisiche 1871.

(1) Vedi le linee 10—13 della presente pagina 382.

INDICE DELLE MATERIE

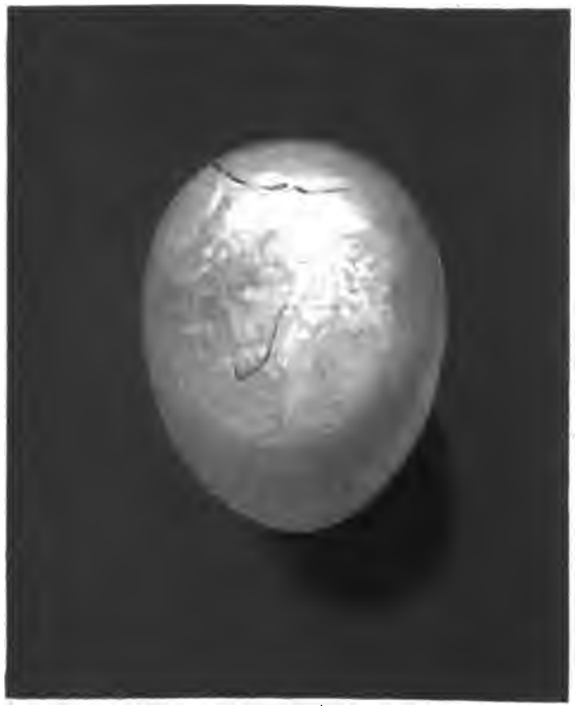
DEL VOLUME XXIV.

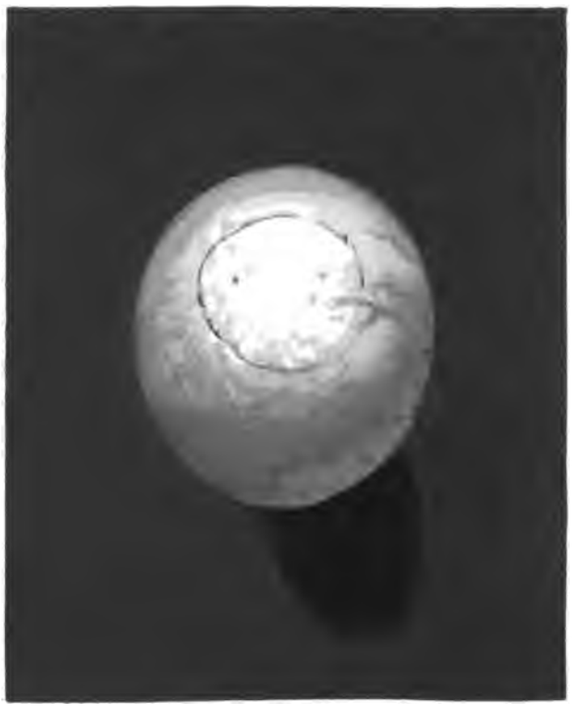
(1871)

MEMORIE E COMUNICAZIONI

Pagine

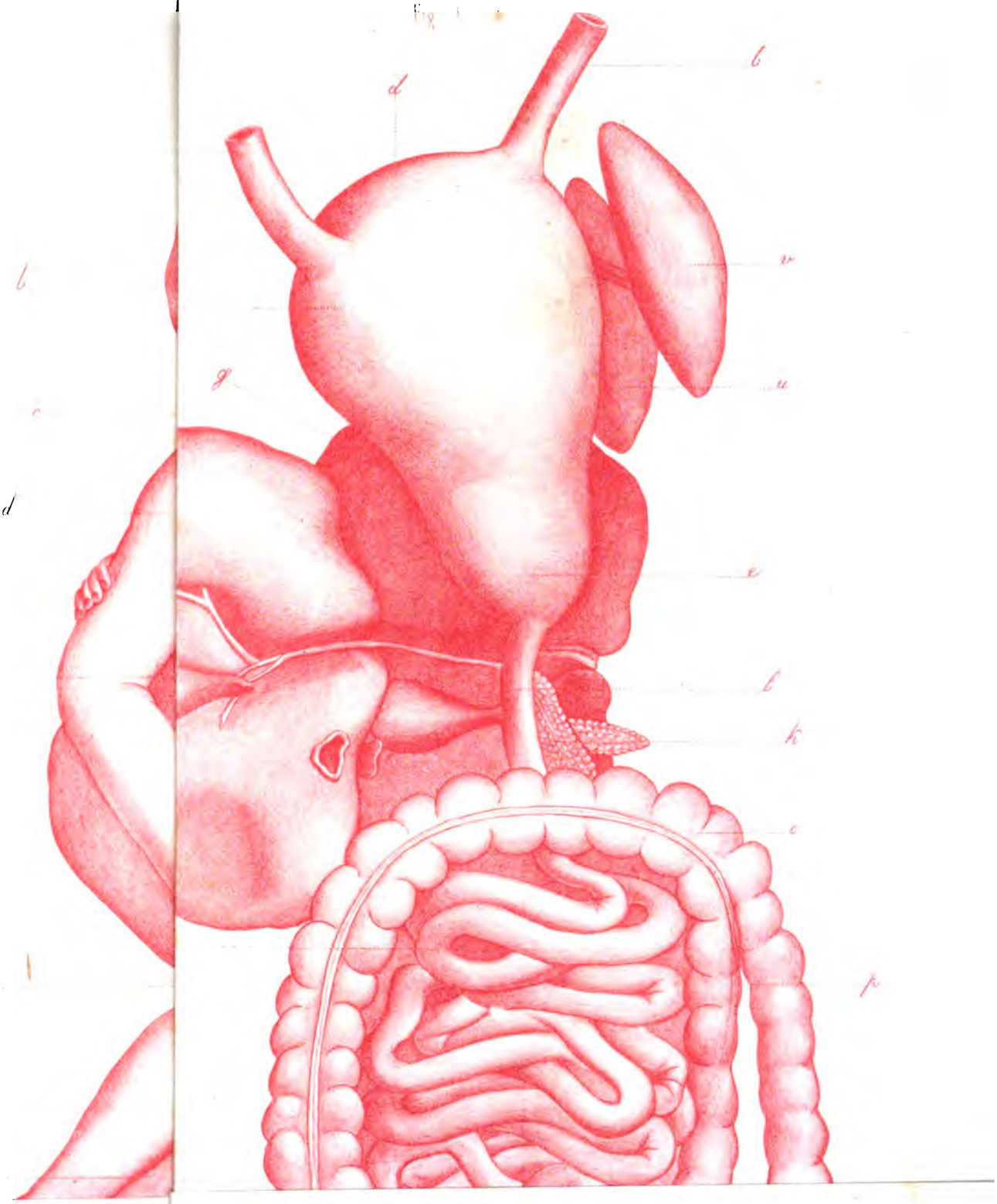
Progresso delle cognizioni solari ottenuto in occasione dell'Ecclisse Solare del 22 Dicembre 1870. Memoria del P. *Angelo Secchi* 1
Esame microscopico e note critiche su un campione di Fango atlantico ottenuto nella spedizione del « *Porcupine* » nell' anno 1869. Memoria dell'Ab. *F. C. Castracane* . . 16
Notizie del D.r Livingstone. Comunicazione di Monsig. *F. Nardi* 30
Sulla gravità specifica dell'acque dell'Atlantico meridionale. Ricerche del Sig. Samuel White Hodding. Comunicazione di Mgr. *F. Nardi* 31
I Ghepardi donati da S. S. Papa Pio IX alla Università Romana. Memoria del Prof. *Vincenzo Diorio* 33
Sopra un nuovo metodo spettroscopico. Nota del P. *A. Secchi* 53
Ricerche solari. Nota del P. *A. Secchi*. 56
Sulla teorica di alcune curve pedali. Memoria di Monsignor *Barnaba Tortolini*. . . 63
Risoluzione delle equazioni di 3° e 4° grado per mezzo della sostituzione lineare $x = \frac{my+n}{y+1}$. Nota del Prof. *Mattia Azzarelli* 83
Sulle protuberanze solari e le facole. Nota del P. *A. Secchi* 93
Osservazioni della Cometa I. — 1871 fatte all'equat. di Merz al Collegio Romano dal P. Rosa (P. *A. Secchi*) 105
Su la illuminazione monocromatica del Microscopio e la Fotomicrografia, e loro utilità. Nota del Sig. Conte *Francesco* Ab. *Castracane* 106
Trattato elementare delle funzioni iperboliche. Del Prof. *Mattia Azzarelli* . . . 112
Azione della luce sulle soluzioni di Iodio nel bisolfuro di Carbonio, e nuovo Fotometro a indicazione continua. Nota del P. *F. S. Provenzali* 138
Strani fenomeni osservati nell'uovo della Gallina domestica. Memoria del Prof. *Vincenzo Diorio*. 140
Sulla distribuzione delle protuberanze intorno al disco solare. Memoria del P. *A. Secchi*. 163
Sui terreni auriferi di California ed Australia. Nota di Monsignor *Francesco Nardi*. (Parte I. — California) 175
Ricerche analitiche sull'intersezione di un ellissoide con un cilindro ellittico. Del Prof. *Barnaba Tortolini* 181
Nota critica sull'anormalità di un organismo crittogamico. Della Sig.a Contessa *E. Fiorini-Mazzanti* 190
Sulla intensità della luce solare e di altre sorgenti luminose. Nota del P. *F. S. Provenzali*. 193
Dimostrazione razionale dell'isocronismo del pendolo, proposta da Monsig. *Francesco Regnani*. 197
Cenni biografici del Prof. Ab. D. Salvatore Proja, scritti dal Prof. *V. Diorio* . . . 200
Catalogo degli scritti dell'Ab. Salvatore Proja (*V. Diorio*) 204
Sulla distribuzione delle protuberanze nel disco solare. Seconda comunicazione del P. *A. Secchi* 211



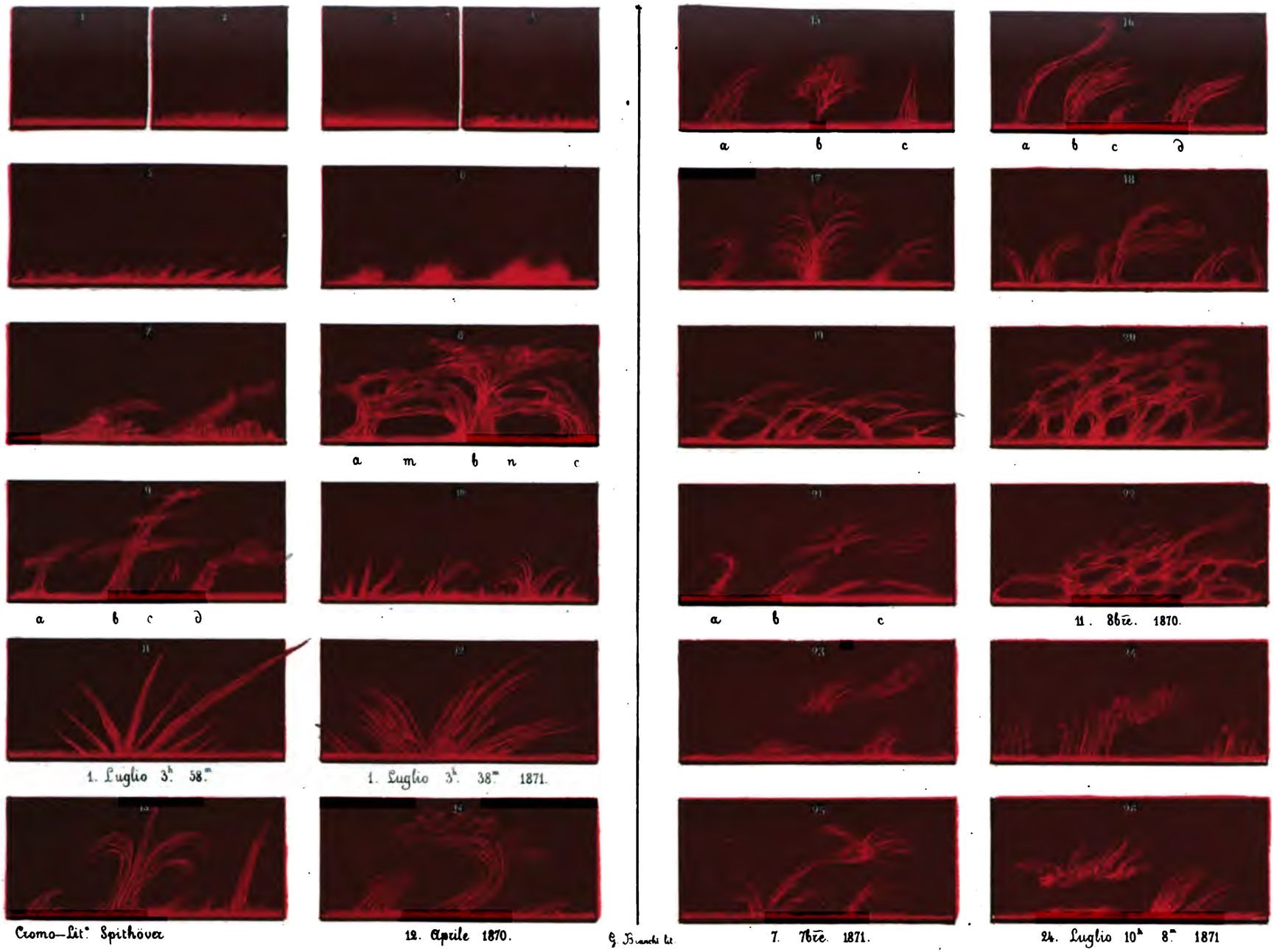


Tav III

Fig. I



Forme tipiche delle Protuberanze Solari. P. Secchi.



Accad. Pont. de' N. Lincei. 1871.

49.1
8

This book should be returned to the Library on or before the last date stamped below.

A fine of five cents a day is incurred by retaining it beyond the specified time.

Please return promptly.

Widener Library
3 2044 092 632 330